

# THÈSE

présentée pour obtenir le diplôme de doctorat

de l'UNIVERSITÉ JOSEPH-FOURIER - GRENOBLE 1

Spécialité ASTROPHYSIQUE

par **Elise VIARD**

---

## SYSTÈMES D'OPTIQUE ADAPTATIVE AVEC ÉTOILES LASER : DU SYSTÈME CLASSIQUE AUX MÉTHODES MULTI-CONJUGUÉES

---

Soutenue le devant le jury composé de :

M. NORBERT HUBIN	Co-directeur de thèse
M. JEAN-LOUIS MONIN	Président
M. CHRISTIAN PERRIER-BELLETT	Directeur de thèse
M. ROBERTO RAGAZZONI	Rapporteur
M. GÉRARD ROUSSET	Rapporteur
M. MICHEL TALLON	Examineur

Thèse préparée au sein de l'Observatoire Européen pour des Recherches Astronomiques dans l'Hémisphère Austral (ESO-GARCHING).



**à Joël.**

*Merci à Miska, Sébastien, Gaspard, Léna, Bastien et Maël.*





# Table des matières

<b>Avant Propos</b>	<b>v</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>1</b>
1.1 L'atmosphère terrestre . . . . .	1
1.1.1 Description générale . . . . .	1
1.1.2 Les paramètres importants . . . . .	6
1.1.3 Les polynômes de Zernike . . . . .	11
1.2 L'optique adaptative . . . . .	13
1.2.1 Historique . . . . .	13
1.2.2 Systèmes d'optique adaptative . . . . .	15
1.2.3 La couverture du ciel . . . . .	30
1.3 Etoiles Artificielles . . . . .	31
1.3.1 Historique de l'étoile "laser" . . . . .	31
1.3.2 Création d'une étoile artificielle . . . . .	32
1.3.3 La couche de sodium et sa variation . . . . .	33
1.3.4 Les lasers . . . . .	40
1.3.5 La non-détermination du basculement . . . . .	40
1.3.6 L'effet de cône . . . . .	44
1.3.7 Utilisation d'un laser, aspect opérationnel . . . . .	46
<b>2 Un Code pour les Systèmes d'OA-EL</b>	<b>49</b>
2.1 Présentation du logiciel . . . . .	49
2.2 L'optique adaptative vue par bloc . . . . .	50
2.2.1 L'atmosphère . . . . .	51
2.2.2 La source . . . . .	52
2.2.3 La propagation . . . . .	53
2.2.4 L'analyseur de front d'onde . . . . .	53
2.2.5 La reconstruction du front d'onde . . . . .	55
2.2.6 Le miroir déformable . . . . .	56
2.2.7 Le module de filtrage temporel . . . . .	57
2.3 Simulation des étoiles artificielles . . . . .	59

2.3.1	Le faisceau laser . . . . .	59
2.3.2	La propagation vers le haut . . . . .	60
2.3.3	La couche de sodium . . . . .	62
2.3.4	La propagation vers le bas . . . . .	65
2.3.5	Image de la tache laser dans chaque sous-ouverture du senseur de front d'onde . . . . .	65
2.4	Exemple d'utilisation : le calcul de l'effet de cône . . . . .	67
2.4.1	Dépendance en longueurs d'onde . . . . .	68
2.4.2	Variation de l'altitude de la couche atmosphérique . . . . .	68
2.5	Systèmes d'optique adaptative simulés avec ce code . . . . .	70
2.5.1	NAOS . . . . .	70
2.5.2	ALFA . . . . .	72
2.6	Perspectives . . . . .	72
<b>3</b>	<b>Elongation des EL</b>	<b>75</b>
3.1	Une étoile allongée . . . . .	75
3.2	L'étoile laser et NAOS, mesure en boucle ouverte . . . . .	77
3.2.1	La méthode utilisée . . . . .	77
3.2.2	Conditions atmosphériques et variance résiduelle . . . . .	81
3.3	La boucle fermée et l'étoile allongée . . . . .	87
3.3.1	Modes mesurés à la première itération : . . . . .	87
3.3.2	Modes mesurés en boucle fermée : . . . . .	88
3.4	Effet de la diffusion Rayleigh sur la précision de mesure . . . . .	90
3.5	Conclusion . . . . .	103
<b>4</b>	<b>Système à EL multiples</b>	<b>105</b>
4.1	Introduction . . . . .	105
4.1.1	L'aboutage . . . . .	106
4.1.2	La soudure . . . . .	108
4.1.3	La fusion . . . . .	109
4.2	Correction OA avec 4 EL . . . . .	110
4.3	Conclusions . . . . .	125
<b>5</b>	<b>L'optique adaptative multi-conjuguée</b>	<b>127</b>
5.1	Introduction . . . . .	127
5.1.1	Principe . . . . .	127
5.1.2	La tomographie du ciel . . . . .	128
5.1.3	Les différentes approches du multi-conjugué . . . . .	129
5.2	Approche géométrique . . . . .	131
5.3	Les limites fondamentales . . . . .	136
5.3.1	Corrections optimales pour un nombre limité de miroirs . . . . .	136

5.3.2	La partie mesure-corrrection . . . . .	137
5.4	Le code de simulation modale d'un système MCAO . . . . .	155
5.4.1	Description du code MCMC . . . . .	155
5.4.2	Simulation du démonstrateur RTN . . . . .	159
5.5	Futur proche . . . . .	160
5.5.1	Préliminaires . . . . .	161
5.6	Conclusions . . . . .	174
<b>6</b>	<b>Conclusions</b>	<b>175</b>
<b>A</b>	<b>L'optique adaptative et les étoiles jeunes</b>	<b>179</b>
A.1	Les étoiles jeunes et leurs disques . . . . .	180
A.1.1	Historique . . . . .	180
A.1.2	Naissance de l'étoile . . . . .	180
A.1.3	Vérifications observationnelles . . . . .	182
A.2	Observations . . . . .	183
A.3	Résultats . . . . .	185
A.4	Conclusions . . . . .	187
	<b>Liste de Publications</b>	<b>189</b>
	<b>Paramètres utilisés</b>	<b>191</b>
	<b>Liste des acronymes</b>	<b>199</b>
		<b>217</b>





---

# Avant Propos

A l'orée du XXI<sup>e</sup> siècle, l'installation de systèmes d'optique adaptative sur tous les grands télescopes fait resurgir le manque d'étoile de référence suffisamment brillante pour observer des objets faibles et l'utilité de l'étoile laser est universellement acceptée. C'est dans ce contexte que la commission européenne a décidé en 1997 de financer le projet *Training Mobility of Researchers* (TMR) appelé *Laser guide stars for 8 meters telescopes*. Le TMR comprend sept groupes :

- le Centre de Recherches Astronomiques de Lyon (CRAL) en France,
- le *Department of Physics, University College Galway* en Irlande,
- l' *Imperial College* à Londres en Angleterre,
- l' *Osservatorio Astrofisico di Arcetri* à Florence en Italie,
- l' *Instituto d'Astrofisica de Canarias* aux îles Canaries,
- le *Max Planck Institut für Extraterrestrische Physik* à Garching en Allemagne,
- l'Observatoire Européen Austral (ESO) à Garching en Allemagne.

Cinq groupes de travail ont été formés pour étudier les différents problèmes associés à l'utilisation d'une étoile laser :

- Groupe A - **Gain apporté par l'étoile laser sur l'astrophysique**. L'utilisation d'une étoile laser va de toute évidence augmenter le nombre d'objets scientifiques observables avec l'OA. Beaucoup d'objets scientifiques sont en effet trop faibles pour corriger l'ensemble de la perturbation mais suffisamment brillants pour mesurer les aberrations de bas ordres. Il faut cependant aussi considérer les objets très faibles et étudier la possibilité de les observer en mesurant le basculement du front d'onde (modes tip et tilt), soit à l'aide d'une étoile naturelle légèrement hors de l'axe optique du télescope, soit par d'autres méthodes.
- Groupe B - **Logiciel de simulation de systèmes d'optique adaptative avec laser**. Le développement de ce code était l'un des objectifs majeurs de ce projet. Le logiciel final est maintenant disponible pour tous les membres du TMR (je le décrirais plus largement au chapitre 2).
- Groupe C - **Etude des problèmes opérationnels**. L'équipe de l'Institut du Max Planck a étudié les problèmes de sécurité lors de l'utilisation du laser, de pollution lumineuse par le laser et de maintenance sur le système ALFA (*Adaptive optics with a Laser For Astronomy* installé à Calar-Alto au foyer coudé du télescope à 3.5 m de diamètre par

les Instituts Max Planck d'Heidelberg et de Garching). L'effet du laser sur le système d'optique adaptative en terme de bruit de fond, de calibrations a aussi été étudié (voir Ott & Holstenberg (1998), Ageorges *et al.* (2000), Davies *et al.* (2000b) et Ageorges *et al.* (1998) pour plus de précisions ainsi que le chapitre 3).

- Groupe D - **Analyseurs de front d'onde de prochaine génération.** Les analyseurs de front d'onde doivent être adaptés à l'utilisation du laser. Le champ des sous-pupilles doit être optimisé, la précision des détecteurs doit être améliorée et l'on doit accélérer le traitement de données. L'étoile laser (EL) apporte la nécessité de déterminer le basculement et un des buts du TMR était aussi d'étudier différentes méthodes de mesures du tip-tilt (laser polychromatique, ou cigare-laser décrits aux paragraphes 1.3.5 et 1.3.5). L'étude de la réduction de l'effet de cône est aussi un élément important du TMR. Enfin, ce projet avait aussi pour but d'avancer dans l'étude théorique des systèmes d'optique adaptative multi-conjugué qui permettent d'augmenter le champ corrigé (voir chapitre 5 et le rapport Le Louarn *et al.*, 2000) en utilisant des systèmes d'analyse des perturbations plus élaborés.
- Groupe E - **Résultats expérimentaux.** Au cours de ces trois années, ALFA a été amélioré, et est utilisé aujourd'hui pour des observations scientifiques. Les deux méthodes principales proposées pour mesurer le basculement en utilisant un faisceau laser ont été testées : l'expérience polychromatique et le cigare-laser. Des campagnes de mesures de profil de turbulence ont aussi été menées (Klückers, 1998).

J'ai ainsi commencé ma thèse en octobre 1997 à l'ESO sur un financement du TMR. J'ai travaillé sur certains problèmes spécifiques au laser comme l'élongation de l'étoile artificielle ou sur la recherche de solution à l'effet de cône. J'ai participé à l'élaboration du code numérique en simulant la tache laser dans son intégralité, depuis le tir du laser jusqu'à son arrivée dans le télescope.

Effectuer une thèse au sein d'un regroupement européen m'a permis de collaborer principalement avec l'Observatoire d'Arcetri mais aussi avec l'Institut Max Planck lors de la vérification des simulations par une comparaison aux données pratiques. L'avantage d'un environnement comme celui de l'ESO, et plus particulièrement du groupe instrumentation m'a permis de suivre la réalisation d'un système d'optique adaptative comme NAOS (*Nasmyth Adaptive Optics System*) et aussi les phases de conception et de définition de MACAO (*Multiple Application Curvature Adaptive Optics*). Dans un contexte de compétition internationale intense, l'optique adaptative est incontournable pour atteindre une résolution équivalente à la limite de diffraction avec des télescopes au sol. Ce travail suit l'évolution des idées dans le domaine de l'OA en commençant par les questions liées à la tache laser et finissant avec le concept de système multi-conjugué et un avant-goût des performances atteignables avec un tel système.

---

# Chapitre 1

## Introduction

Lorsque Galilée construit sa première lunette astronomique en 1610, nul ne s'imagine que quatre siècles plus tard des télescopes de 10 mètres de diamètre seront construits en masse. Il ne se préoccupe pas non plus de la dégradation de son image en raison de l'atmosphère. Mais d'ailleurs, qu'est-ce que l'atmosphère ?

Je vais présenter successivement dans ce chapitre les propriétés de l'atmosphère et quelques paramètres utiles pour la caractériser, puis j'introduirai l'optique adaptative, ses différents éléments ainsi que le concept de l'étoile laser et ses problèmes associés.

### 1.1 L'atmosphère terrestre

#### 1.1.1 Description générale

La terre est entourée d'une atmosphère de quelques centaines de kilomètres d'épaisseur stratifiée en 4 zones principales :

- La troposphère se situe entre le sol et 8 à 15 kilomètres d'altitude. C'est la zone la plus dense. Sa température décroît avec l'altitude, passant de 17 degrés en moyenne au niveau du sol à -52 degrés à 15 km. La majeure partie de la turbulence atmosphérique provient de cette région.
- La stratosphère s'étend de la troposphère jusqu'à 50 km. Sa température croît graduellement jusqu'à -3 degrés.

**90% de l'atmosphère est contenue dans ces deux couches.**

- La mésosphère lui succède jusqu'à environ 85 km (la mésopause allant jusqu'à 105-120 km). La température est alors de -93 degrés.
- La dernière zone appelée thermosphère s'étend jusqu'à environ 600 km.

La température varie énormément avec l'altitude. Il est cependant possible de considérer que l'atmosphère entière est une succession de couches en équilibre thermique et que la jonction de deux couches est le lieu de mélange de température. L'indice de réfraction de l'air est essentiellement inversement proportionnel à la température, on peut donc supposer que l'atmosphère est un ensemble de couches d'indices de réfraction différents.

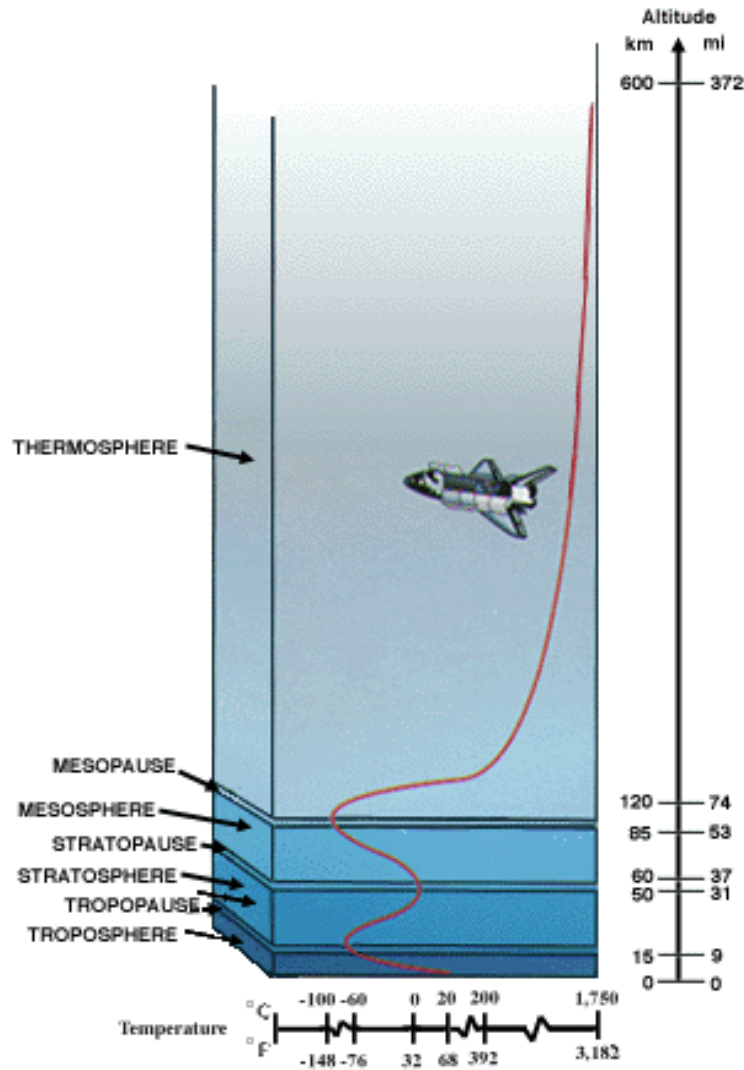
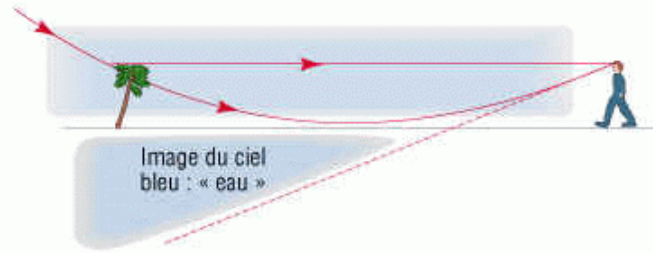


FIG. 1.1: Répartition de l'atmosphère terrestre - Dessin de la NASA

En traversant l'atmosphère, la lumière d'une étoile est déviée à chaque changement d'indice de l'air. L'oeil n'est pas très sensible à ces perturbations mais leur effet est perceptible par la scintillation des étoiles et même encore plus visible par le phénomène de mirage : l'atmosphère chauffée près du sol change d'indice de réfraction et courbe les rayons provenant du ciel. La couleur bleue du ciel ressemble à une étendue d'eau comme le montre l'image 1.2<sup>1</sup>. On peut aussi comparer l'effet de l'atmosphère au courant d'une rivière : si

1. Extraite de l'adresse Internet de l'encyclopédie HACHETTE <http://www.club-internet.fr/encyclopedie> en recherchant le mot mirage.



**FIG. 1.2:** *Quel est l'effet de l'atmosphère ? Il change le front d'onde de l'étoile. Une similitude existe avec le mirage : le changement de l'indice de l'air est la conséquence de ces deux phénomènes. Comme on voit une étendue d'eau qui n'est que l'image du ciel, l'étoile apparaît déformée, tavelurée.*

l'on met un bâton dans l'eau, une cassure apparaît sur celui-ci juste au niveau de la surface de l'eau. C'est le changement d'indice qui crée ce phénomène. Chaque rayon lumineux de l'objet subit cet effet de nombreuses fois en traversant l'atmosphère et l'image que l'on forme depuis le sol est très différente de l'objet original. La centaine de kilomètres d'atmosphère présente entre la mésosphère et le sol suffit à détériorer l'information de phase contenue dans la lumière de l'étoile.

Cette détérioration est la combinaison de ces variations d'indice qui entraîne une variation de chemin optique

$$\delta = \int n_i(z) dz \quad (1.1)$$

après la traversée de toute l'atmosphère.  $n_i(z)$  est l'indice de réfraction de l'air à l'altitude  $z$ . Il est au premier ordre indépendant de la longueur d'onde. La déformation de la surface du front d'onde (appelée aussi différence de marche, généralement exprimée en microns ou en nanomètres) est une quantité indépendante de la longueur d'onde. La fluctuation de la phase du front d'onde est reliée à la fluctuation du chemin optique par la relation :

$$\phi = k\delta, \quad (1.2)$$

où  $k = 2\pi/\lambda$  est le nombre de d'onde,  $\lambda$  étant la longueur d'onde et  $\delta$  est définie à l'équation 1.1. Pour une même fluctuation de chemin optique, les variations de phase sont plus petites vers l'infrarouge. L'indice de réfraction variant spatialement, tous les rayons lumineux provenant d'un objet ne sont pas déviés de manière identique. Roddier (1981) a fait une étude détaillée des effets de la turbulence en imagerie. Celle-ci est généralement considérée comme un processus stationnaire. Les fluctuations de l'indice de réfraction ont une distribution gaussienne et Kolmogorov fut le premier à dériver leur statistique spatiale.

La variance de la différence entre deux valeurs d'indice de réfraction est directement proportionnelle à la variance de la différence de deux valeurs de température en deux points différents. La variation de température dépend uniquement du taux de production d'énergie turbulente, du taux de dissipation moléculaire et de la distance  $\vec{\rho}$  entre les deux points étudiés. On considère donc que l'indice de réfraction dépend de la température et

de la concentration de vapeur d'eau.

L'effet de la variation de la concentration de vapeur d'eau étant négligé, la fonction de structure de l'indice de réfraction est définie par :

$$D_n(|\vec{\rho}|) = \langle |n_i(\vec{r}) - n_i(\vec{r} + \vec{\rho})|^2 \rangle = C_n^2 |\vec{\rho}|^{2/3}. \quad (1.3)$$

Le coefficient  $C_n$  est appelé coefficient de structure de l'indice de réfraction. Il est proportionnel à la constante de structure de la température. Les symboles  $\langle \rangle$  indiquent le calcul de la moyenne. Ici  $C_n^2$  est défini en  $\text{m}^{-2/3}$ , et varie entre  $10^{-13}$  et  $10^{-20} \text{ m}^{-2/3}$  pour un profil d'Hufnagel (Hufnagel & Stanley, 1964) comme indiqué à la figure 1.3.

La puissance spectrale des fluctuations de l'indice de réfraction est alors définie par le spectre de Kolmogorov :

$$\Phi_n(\vec{\zeta}) = 0,33 C_n^2(z) |\vec{\zeta}|^{-11/3} \quad (1.4)$$

pour des fréquences comprises entre  $1/\mathcal{L}_0 < |\vec{\zeta}| < 1/l_0$ .

*Comment l'indice de l'air agit sur la lumière ?*

Selon la théorie des ondes électromagnétiques, tout faisceau lumineux est décrit à la coordonnée  $(\vec{r}, h)$  par une amplitude  $A_0$  et une phase complexe. Si l'on considère une onde monochromatique plane, elle s'écrit :

$$\Psi_h(\vec{r}) = A_0 \exp[i\phi_h(\vec{r})]. \quad (1.5)$$

$A_0$  est le module du champ complexe  $\Psi_h(\vec{r})$  et  $\phi_h(\vec{r})$  la variation de phase introduite par les variations de l'indice de réfraction dans la couche  $\delta h$  à l'altitude  $h$ . Considérons  $A_0 = 1$  pour simplification. Young (1970) a montré que lors d'observations astronomiques à un angle zénithal inférieur à 60 degrés, on peut supposer que la variation de phase induite par une couche de l'atmosphère d'épaisseur  $\delta h$  est très petite devant l'unité. Les fluctuations produites au sol par une couche située à l'altitude  $h$  sont alors définies par :

$$\Psi_h(\vec{r}) \simeq 1 + i\phi_h(\vec{r}) \quad (1.6)$$

C'est l'approximation des faibles perturbations.

Lorsqu'il y a plusieurs couches, les fluctuations de phase s'additionnent linéairement.

Le champ complexe au niveau du sol est donné par la convolution de Fresnel :

$$\begin{aligned} \Psi_0(\vec{r}) &= [1 + i\phi(\vec{r})] \otimes \left[ \frac{1}{i\lambda h} \exp(i\pi \frac{r^2}{\lambda h}) \right] \\ &= 1 + [\phi(\vec{r}) \otimes \frac{1}{\lambda h} \exp(i\pi \frac{r^2}{\lambda h})] \end{aligned} \quad (1.7)$$

Le symbole  $\otimes$  décrit la convolution. On obtient ainsi  $\Psi_0(\vec{r}) = 1 + \epsilon(\vec{r})$  où  $\epsilon(\vec{r}) = \chi(\vec{r}) + i\phi_0(\vec{r})$  décrit les variations du champ complexe au niveau du sol :

$$\chi(\vec{r}) = \phi(\vec{r}) \otimes \frac{1}{\lambda h} \cos(\pi \frac{r^2}{\lambda h}) \quad (1.8)$$

$$\phi_0(\vec{r}) = \phi(\vec{r}) \otimes \frac{1}{\lambda h} \sin\left(\pi \frac{r^2}{\lambda h}\right) \quad (1.9)$$

Sa partie réelle  $\chi(\vec{r})$  représente les variations de l'amplitude du champ et la partie imaginaire  $\phi_0(\vec{r})$ , les variations de phase. Dans l'approximation de champ proche, on néglige les fluctuations de l'amplitude et donc la scintillation.

La fonction de structure de  $\Psi_0(\vec{r})$  est alors égale à la fonction de structure  $D_\phi(\vec{\rho})$  de la phase  $\phi_0(\vec{r})$  (démontré par Fried, 1966b). Roddier (1981) montre que cette approximation introduit une erreur au plus de quelques pourcents.

*Mais qu'est-ce que la scintillation ?*

C'est la fluctuation temporelle de l'amplitude de l'onde électromagnétique d'un objet dont la lumière a traversé l'atmosphère. Cette variation est générée par les couches les plus hautes alors que le changement de phase est du aux couches plus basses principalement.

Par action du vent, les couches se déplacent provoquant un brassage de la température et donc de l'indice de réfraction. L'ondulation de l'indice de réfraction de l'atmosphère agit comme des lentilles convergentes ou divergentes sur la lumière de l'objet astronomique. Afin de percevoir ces fluctuations d'intensité spatiales et temporelles, les couches doivent être suffisamment éloignées de la surface collectrice de photons (téléscope). C'est le phénomène des ombres volantes observable lors d'éclipses totales du soleil. De nombreuses études ont été effectuées sur la scintillation. Dravins *et al.* (1997a,b, 1998) présentent l'état des connaissances sur ce phénomène et discutent des propriétés des spectres de puissance temporels et de l'effet de la taille de l'ouverture du télescope. En négligeant la scintillation, l'image de l'objet a une intensité constante mais est étalée dans une tache plus ou moins grosse et irrégulière.

*Quelles techniques peuvent-elles être appliquées pour s'affranchir de l'atmosphère ?*

Le moyen le plus « simple » est d'observer sans atmosphère. Le télescope spatial Hubble (voir l'image 1.4) était ainsi placé en orbite le 25 April 1990 par la navette Discovery (STS-31) à une altitude de 600 km. Il fonctionne encore et son remplaçant, le NGST – un télescope de 8 m de diamètre – est déjà programmé, l'objectif étant de le placer au point de Lagrange L2 ou à mi-distance de Jupiter ! Il serait ainsi continuellement caché du Soleil par la Terre et pourrait observer sans interruption.

Cependant, construire des télescopes spatiaux implique certaines limitations pratiques de fonctionnement et un coût élevé. Aussi, dans le même temps, les astronomes ont essayé de créer des « lunettes actives » aux télescopes afin de corriger en permanence des variations de l'atmosphère. Grâce à l'optique adaptative, les variations de phase sont mesurées en direct et transmises à un miroir déformable qui les compense en appliquant une phase inverse. L'image de l'objet est corrigée en grande partie des perturbations de l'atmosphère. Le fonctionnement d'un système d'optique adaptative est décrit plus en détail au paragraphe 1.2.2.



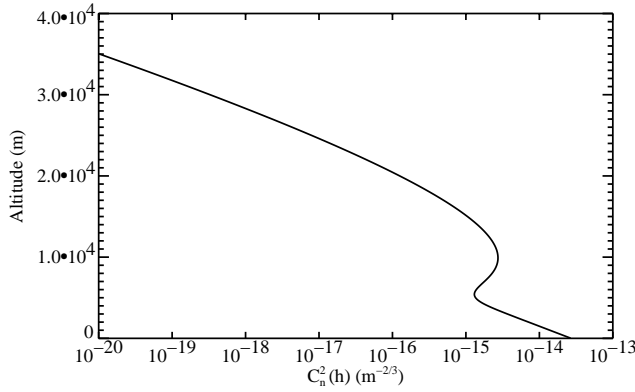


FIG. 1.3: Profil de turbulence de l'atmosphère défini par Hufnagel & Stanley (1964).



FIG. 1.4: Le télescope spatial Hubble – image de la NASA

### 1.1.2 Les paramètres importants

L'atmosphère est un écoulement turbulent qui dissipe l'énergie par l'intermédiaire de cascade de tourbillons de plus en plus petits. Deux grandeurs la caractérisent : une échelle interne  $l_0$  et une échelle externe  $\mathcal{L}_0$ .

L'échelle interne  $l_0$  est la taille à laquelle les tourbillons cessent de se scinder ; l'énergie est alors dissipée par friction visqueuse. L'échelle externe  $\mathcal{L}_0$  représente la taille au delà de laquelle les tourbillons n'existent plus ou ne sont plus isotropes et homogènes. Lorsque le diamètre du télescope est très inférieur à  $\mathcal{L}_0$  et très supérieur à  $l_0$ , l'atmosphère suit la loi de Kolmogorov (1941) (équation 1.4). von Karman & Howarth (1931) introduisent l'échelle externe dans ce spectre et le redéfinissent comme :

$$\Phi_n(\vec{\zeta}) = 0,033 C_n^2 \left( \zeta^2 + \left( \frac{1}{2\pi \mathcal{L}_0} \right)^2 \right)^{-11/6} \quad (1.10)$$

Les valeurs de  $l_0$  et  $\mathcal{L}_0$  sont indiquées au tableau 1.1 à la page 10 et la détermination expérimentale de  $\mathcal{L}_0$  est décrite juste après ce tableau. Les télescopes de 8 m de diamètre subissent déjà l'effet de l'échelle externe.

Trois autres paramètres sont intéressants à introduire :

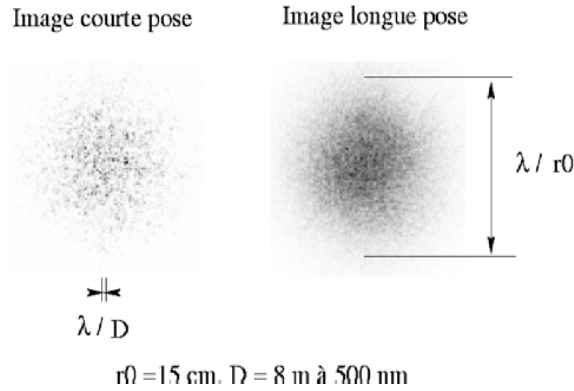
- le diamètre de Fried  $r_0$
- le temps d'évolution de la turbulence  $\tau_0$
- le domaine d'isoplanétisme  $\theta_0$

Nous allons les décrire plus en détail.

*Le diamètre de Fried :*

Fried & Coude (1966) et Fried (1966a, 1966b) montrèrent qu'il existait un diamètre critique pour un télescope au delà duquel la résolution du télescope était limitée par l'at-

mosphère. Ce diamètre correspond à la taille des zones de turbulence isotropes et homogènes. Si l'on regarde avec un télescope beaucoup plus petit que ce diamètre, l'image n'est pas éclatée. Par contre, avec un grand télescope, l'image est composée de tavelures dont la position et l'intensité varient temporellement comme on peut le voir à la figure 1.5.



**FIG. 1.5:** Simulation d'images longue pose et courte pose obtenues avec un télescope de 8 m et un  $r_0$  de 15 cm à  $\lambda = 500$  nm.

On peut déterminer ce diamètre à partir des paramètres classiques de l'atmosphère : une variation d'indice de réfraction implique uniquement un changement de la phase de l'onde électromagnétique et donc le passage de l'altitude  $\vec{r}$  à  $(\vec{r} + \vec{\rho}) - \vec{\rho}$  étant petit – se traduit par une différence de phase. Si l'on suppose une statistique gaussienne, on déduit facilement la covariance  $B_h(\vec{\rho})$  de l'onde entre  $\vec{r}$  et  $(\vec{r} + \vec{\rho})$  en calculant la variance de la différence de l'onde électromagnétique :

$$B_h(\vec{\rho}) = \exp -\frac{1}{2} \langle |\phi(\vec{r}) - \phi(\vec{r} + \vec{\rho})|^2 \rangle . \quad (1.11)$$

La variance de la différence de phase  $\langle |\phi(\vec{r}) - \phi(\vec{r} + \vec{\rho})|^2 \rangle$  (variance spatiale de l'atmosphère) est appelée la « fonction de structure »  $D_\phi$  de la phase. Elle suit la loi d'Obukhov (seule la phase dépend de l'indice de réfraction) et est égale à :

$$D_\phi(\vec{\rho}) = 2,91k^2|\vec{\rho}|^{\frac{5}{3}}C_n^2(h)\delta h. \quad (1.12)$$

$\delta h$  est l'épaisseur d'une fine couche. En supposant que la turbulence est répartie dans plusieurs couches fines, on peut exprimer la fonction de cohérence par la somme des perturbations à toutes les altitudes :

$$B_0(\vec{\rho}) = \exp -\frac{1}{2}[2,91k^2|\vec{\rho}|^{\frac{5}{3}} \sum_j C_n^2(h_j)\delta h_j] = \exp -K|\vec{\rho}|^{\frac{5}{3}}, \quad (1.13)$$

où  $K$  décrit les conditions d'observation. Ceci est généralisable à une atmosphère continue si on a un grand nombre de couches d'épaisseur  $dh$ .  $K$  est alors défini par :

$$K = \frac{2,91}{2} \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \int C_n^2(h) \frac{dh}{\cos\gamma}; \quad (1.14)$$

$(\cos \gamma)^{-1}$  est appelée la masse d'air.

Lorsque l'on considère des images obtenues avec un long temps d'exposition, la puissance de résolution d'un télescope au travers de la turbulence est l'intégrale sur les fréquences du produit de la fonction de transfert optique du télescope et de la fonction de transfert optique de l'atmosphère  $B_0(\vec{\rho}/\lambda)$ . Lorsqu'il n'y a pas d'atmosphère, l'image de l'étoile est limitée par le diamètre du télescope  $D$ . Le télescope étant circulaire, on considère que sa fonction de transfert est circulaire sans obscurcation centrale ; c'est la fonction « camembert ». On définit la puissance de résolution<sup>2</sup> de l'image par :

$$\mathcal{R}_d = \frac{1}{4}\pi(D/\lambda)^2. \quad (1.15)$$

En présence d'atmosphère, la puissance de résolution d'un grand télescope (hypothèse que  $D \gg r_0$ ) ne dépend plus du diamètre de ce dernier mais de la taille des cellules de perturbations (voir la figure 1.5). La résolution du télescope est alors égale à l'intégrale de  $B_0(\vec{\rho}/\lambda)$  :

$$\mathcal{R}_\infty = (6\pi/5)K^{-\frac{6}{5}}\Gamma(6/5). \quad (1.16)$$

On peut définir un diamètre de télescope équivalent  $r_0$  en supposant que  $\mathcal{R}_\infty$  est égal à  $\frac{1}{4}\pi(r_0/\lambda)^2$ .

On obtient alors :

$$r_0 = [0,423(\frac{2\pi}{\lambda})^2(\cos\gamma)^{-1} \int dh C_n^2(h)]^{-\frac{3}{5}}. \quad (1.17)$$

$r_0$  dépend de l'angle zénithal  $\gamma$ , du profil  $C_n^2(h)$ , et de la longueur d'onde. La fonction de structure définie par l'équation 1.12 peut être réécrite :

$$D_\phi(\vec{\rho}) = 6,88\left(\frac{|\vec{\rho}|}{r_0}\right)^{5/3} \quad (1.18)$$

$r_0$  est le diamètre caractéristique des cellules de turbulence pour des conditions atmosphériques données. Ce paramètre augmente vers l'infrarouge ce qui est en accord avec le fait que les perturbations de phase diminuent.

*Le temps caractéristique d'évolution de l'atmosphère :*

Le temps d'évolution de l'atmosphère est aussi un paramètre très important. C'est le temps caractéristique au-delà duquel l'atmosphère en un point à varié. Il contraint la vitesse de correction d'un système d'optique adaptative. Il dépend de la vitesse moyenne d'évolution de l'atmosphère et de  $r_0$ . De l'ordre de quelques millisecondes dans le visible, il est difficile de corriger les images à une telle vitesse et c'est par conséquent une

---

2. Aussi appelée résolution en largeur de bande (voir Roddier, 1981, pages 300-301 et 338-340) à ne pas confondre avec l'angle d'étalement de la distribution d'irradiance d'un objet limité par la diffraction. On définit alors deux grandeurs : la largeur à mi-hauteur de la fonction d'Airy égale à  $1,03\lambda/D$  et la distance du premier anneau sombre au centre égale à  $1,22\lambda/D$ .

difficulté technologique majeure des systèmes d'optique adaptative même si d'énormes progrès ont déjà été faits depuis le premier système.

$$\tau_0 = \frac{r_0}{\bar{v}}, \quad (1.19)$$

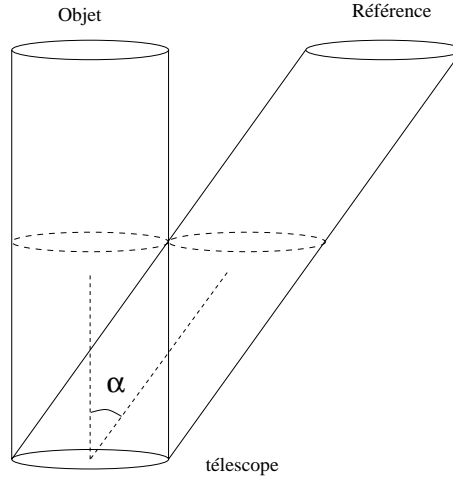
où  $\bar{v}$  est la vitesse moyenne du vent définie par :

$$\bar{v} = \left[ \frac{\int dh |\bar{v}(h)|^{5/3} C_n^2(h)}{\int dh C_n^2(h)} \right]^{3/5}. \quad (1.20)$$

*L'angle d'anisoplanétisme :*

Le dernier paramètre utile est appelé l'angle anisoplanétique. Dès que l'objet scientifique est trop faible, on a recours à une étoile guide de référence pour mesurer les perturbations de l'atmosphère. Cependant, cette étoile de référence ne peut pas être trop éloignée angulairement de l'objet à corriger sous peine de ne plus mesurer la même perturbation. On déduit que la correction se dégrade avec l'augmentation de la distance angulaire. Si l'on suppose une correction parfaite sur l'axe optique du système, le paramètre appelé  $\theta_0$  est défini pour une dégradation de la correction d'un facteur  $1/e$ .

Déterminer cet angle d'anisoplanétisme revient à calculer la fonction de corrélation entre deux surfaces d'onde provenant de deux directions différentes.



**FIG. 1.6:** Lorsque l'étoile de référence est trop éloignée de l'objet, la correction ne peut pas être effectuée : la perturbation traversée par la référence est différente de celle traversée par l'objet. Le choix d'une étoile de référence est donc limité par sa distance angulaire à l'objet scientifique.

Cette fonction de corrélation s'écrit :

$$B_{\vec{\alpha}}(\vec{\rho}) = \langle \Psi(\vec{r}, \vec{\theta}) \Psi^*(\vec{r} + \vec{\rho}, \vec{\theta} - \vec{\alpha}) \rangle. \quad (1.21)$$

Fried (1982) a montré que l'angle isoplanétique est déterminé par :

$$\theta_0 = [2,905k^2(\cos\gamma)^{8/3} \int dh C_n^2(h) h^{5/3}]^{-3/5}. \quad (1.22)$$

L'utilisation d'une étoile de référence située à une distance angulaire  $\theta$  de l'objet scientifique introduit une erreur dans l'estimation du front d'onde de l'objet scientifique. La variance résiduelle du front d'onde de l'objet scientifique corrigé par l'étoile de référence est obtenue par le rapport :

$$\sigma_{\text{aniso}}^2 = (\theta/\theta_0)^{5/3}(\text{rad}^2) \quad (1.23)$$

Il faut cependant remarquer que ce paramètre  $\theta_0$  est défini pour une ouverture infinie ce qui donne des résultats pessimistes. Le champ de vue réel est en moyenne le double du  $\theta_0$  défini par Fried.

Ce paramètre est également essentiel pour un système d'optique adaptative même si son effet négatif est indirect : la couverture du ciel est limitée comme nous le verrons un peu plus tard.

#### *La connaissance de ces paramètres*

Les principaux paramètres liés à l'atmosphère ont été définis ci-dessus. Leur ordre de grandeur est présenté dans le tableau 1.1 pour une longueur d'onde de 500 nm.

**TAB. 1.1:** *Ordre de grandeur des principaux paramètres liés à l'atmosphère pour  $\lambda = 500$  nm.*

Paramètres	$l_0$	$L_0$ (m)	$r_0$ (m)	$\tau_0$ (ms)	$\theta_0$ (arcsec)
Valeur	qlq mm - 1 cm	15 - 100	0,1 - 0,25	5 - 15	1,8

Leur connaissance est essentielle pour les grands télescopes et de nombreuses mesures ont été effectuées afin de déterminer précisément leur valeur pour chaque site. Plusieurs types d'instruments permettent de déterminer les paramètres atmosphériques. Les plus utilisés sont les SCIDAR, les lancements de ballons, les systèmes DIMM et le GSM. Je vais décrire les mesures effectuées par chaque système.

1. Le SCIDAR (voir Vernin & Roddier, 1973; Rocca *et al.*, 1974, pour une description de l'instrument) est un système qui mesure les fluctuations d'irradiance en différents endroits. On peut déduire la vitesse  $\vec{v}$  de la couche de turbulence en calculant la fonction de corrélation spatio-temporelle entre la fluctuation observée à un point donné et celle observée à un point éloigné  $\vec{p}$  au bout d'un temps  $\tau$ . La vitesse est déterminée par le maximum de la fonction de décorrélation. De même dans l'espace de Fourier, la fréquence temporelle  $w$  est définie par  $w = \vec{k} \cdot \vec{v}$ . Les fonctions de corrélation spatio-angulaires permettent d'obtenir  $\vec{p} = \vec{\theta} \cdot h$ . L'inconvénient d'un tel système est son insensibilité aux premières couches de l'atmosphère. Le SCIDAR généralisé (décrit dans Avila *et al.*, 1997, 1998; Fuchs *et al.*, 1998; Masciadri *et al.*, 1999) permet de mesurer les premières couches de turbulence en conjuguant le système à une altitude négative. La valeur de 6 km est généralement choisie.
2. Le lancement de ballons permet de mesurer les fluctuations de température en fonction de l'altitude. Nous avons vu précédemment que la température fait varier l'indice

de réfraction de l'air. A partir des fluctuations de la température, il est possible de déduire le paramètre  $r_0$ .

3. Le *Differential Image Motion Monitor* mesure les différences de pente du front d'onde sur deux petites pupilles séparées d'une distance connue. Sarazin & Roddier (1990) montrent que les variances des mouvements différentiels longitudinaux et transversaux sont reliés au paramètre  $r_0$  par :

$$\begin{aligned}\sigma_l^2 &= 2\lambda^2 r_0^{-5/3} [0,179D^{-1/3} - 0,0968d^{-1/3}] \\ \sigma_t^2 &= 2\lambda^2 r_0^{-5/3} [0,179D^{-1/3} - 0,145d^{-1/3}]\end{aligned}\quad (1.24)$$

dès que la distance  $d$  entre les deux ouvertures de diamètre  $D$  vérifie  $d \geq 2D$ . De nombreux systèmes DIMM sont installés maintenant dans différents observatoires (voir par exemple l'instrument installé aux îles Canaries, décrit par Vernin & Muñoz-Tuñón, 1995).

4. Le *Grating Scale Monitor* est décrit par Martin *et al.* (1998). Le système est composé de 4 télescopes de 10 cm de diamètre chacuns, trois sont placés en configuration L et le quatrième est sur le même support que le télescope central, séparé de 25 cm. Cet instrument permet de déterminer le diamètre de Fried  $r_0$ , l'échelle externe moyenne  $\mathcal{L}_0$  définie par Borgnino (1990) et le temps caractéristique  $\tau_0$ . Plusieurs campagnes de mesures ont été menées depuis 1994 (voir par exemple Agabi *et al.*, 1995; Martin *et al.*, 1998, 2000). Toutes montrent des variations autour d'une moyenne (de 25 m pour Paranal par exemple) mais avec parfois des sauts brusques (supérieurs à 200 m) même dans les meilleurs sites comme le Cerro Paranal. Les mesures de  $r_0$  sont en accord avec les résultats obtenus par les systèmes DIMM.

Toutes ces mesures permettent de mieux connaître les sites d'observations. Il est cependant impossible encore de prévoir la qualité du ciel même quelques heures à l'avance.

Avant de décrire ce qu'est un système d'optique adaptative, j'ai voulu présenter un outil mathématique très utilisé dans la suite de ce manuscrit.

### 1.1.3 Les polynômes de Zernike

L'outil de base couramment utilisé par le monde de l'optique adaptative et aussi dans cette thèse est l'ensemble des polynômes de Zernike. Ces polynômes ont comme intérêt essentiel leur support circulaire et leur orthogonalité. Noll (1976) a développé une expression analytique de leur variance, très utile pour les simulations d'atmosphère de type Kolmogorov.

A partir des expressions de la fonction de structure et de la puissance spectrale (équations 1.4 et 1.17) on peut déduire la puissance spectrale des fluctuations de phase :

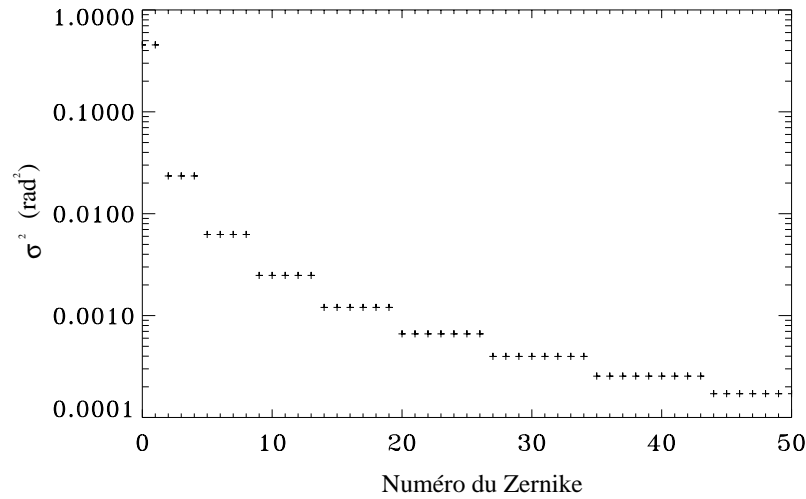
$$\Phi_\phi(\vec{\zeta}) = \frac{0,023}{r_0^{5/3}} |\vec{\zeta}|^{-11/3} \quad (1.25)$$

Nous avons vu l'expression de la fonction de structure de la turbulence avec l'équation 1.18 pour une atmosphère de type Kolmogorov.

La surface d'onde déformée par la turbulence atmosphérique peut être représentée par :

$$\phi(R\rho, \theta) = \sum_j a_j Z_j(\rho, \theta). \quad (1.26)$$

Dans la décomposition 1.26, les coefficients  $a_j$  sont aléatoires. On peut en calculer les variances (Noll, 1976) et les tracer en fonction de  $j$  (figure 1.7). Les premiers modes sont proches des aberrations optiques connues : coma, astigmatisme par exemple. Les variances indiquées à la figure 1.7 montrent l'importance de la détermination des premiers modes : ceux-ci ont le plus de poids et doivent donc être les mieux mesurés pour avoir une bonne correction du front d'onde. Les polynômes  $Z$  forment une base orthonormée.



**FIG. 1.7:** Variance atmosphérique des coefficients  $a_j$  de la turbulence de type Kolmogorov décomposée sur les polynômes de Zernike. Ce graphique montre l'importance des premiers modes de Zernike dans le spectre atmosphérique (pour  $D/r_0 = 1$ ). Les deux basculements représentent à eux seuls près de 90 pourcents de la variance globale du front d'onde sur l'ouverture d'un télescope. Ils doivent donc être corrigés avec attention.

L'expression de ces polynômes normalisés sur la pupille est définie par :

si  $m \neq 0$  :

$$Z_{j_{\text{pair}}} = \sqrt{n+1} R_n^m(r) \sqrt{2} \cos m\theta \quad (1.27)$$

et

$$Z_{j_{\text{impair}}} = \sqrt{n+1} R_n^m(r) \sqrt{2} \sin m\theta \quad (1.28)$$

si  $m = 0$  :

$$Z_j = \sqrt{n+1} R_n^0(r) \quad (1.29)$$

avec

$$R_n^m(r) = \sum_{s=0}^{(n-m)/2} \frac{(-1)^s (n-s)!}{s![(n+m)/2-s]![(n-m)/2-s]!} r^{n-2s} \quad (1.30)$$

$$(1.31)$$

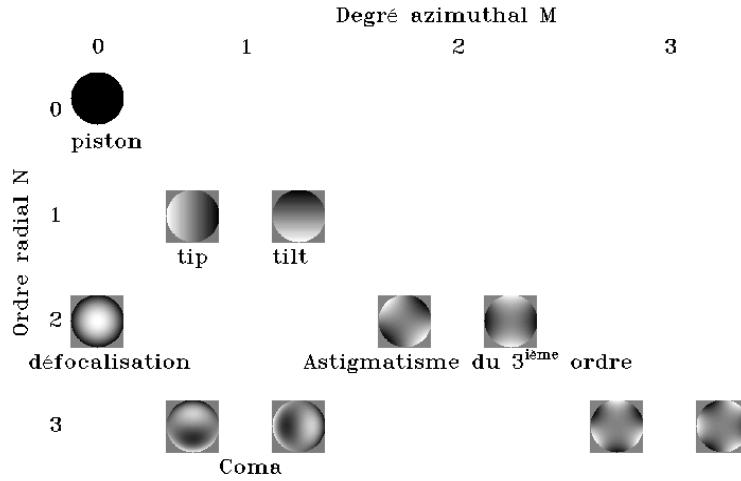


FIG. 1.8: Aspects des premiers polynômes de Zernike.

Cette base de polynômes permet de déterminer la qualité de correction en tant qu'ordre radial et de voir si tel ou tel mode spécifique n'est pas bien mesuré par l'analyseur. Nous verrons au paragraphe 1.2.2 l'utilité des polynômes de Zernike comme base de décomposition.

Les outils de bases étant présentés, nous allons discuter plus en détails les divers éléments des systèmes d'optique adaptative après un petit rappel historique intéressant afin de comprendre les différentes phases de développement de l'optique adaptative depuis 50 ans.

## 1.2 L'optique adaptative

### 1.2.1 Historique

La dégradation des images astronomiques à cause du « seeing » est connue depuis longtemps lorsque, dans les années cinquante, Babcock (1953) propose une technique pour compenser les perturbations atmosphériques. Son idée est d'utiliser un élément optique actif – une couche d'huile recouverte d'une trame de charges électriques, le tout sur un miroir réflecteur – permettant de corriger de l'atmosphère. Cependant, le coût de tels développements étant énorme, aucune recherche technologique n'est effectuée dans ce domaine les années suivantes.

Près de vingt ans plus tard, Labeyrie (1970) propose d'utiliser l'interférométrie à tavelure pour reconstruire l'image de l'objet à partir des images dégradées par la turbulence.



Son idée est de prendre un grand nombre d'images à courte pose afin de figer la perturbation. Il utilise ensuite les propriétés statistiques de la théorie de l'interférométrie de tavelures (voir Roddier & Léna, 1984 et Roddier & Roddier, 1976) pour retrouver l'image de l'objet avant son entrée dans l'atmosphère.

Le premier système d'optique adaptative capable de corriger une image à deux dimensions est construit à Itek par Hardy et son équipe (Hardy *et al.*, 1977). Ils utilisent un interféromètre à décalage latéral et concluent qu'avec un télescope d'un mètre et un  $r_0$  de 10 cm la résolution angulaire peut être améliorée d'un facteur 10. A la fin des années soixante-dix, l'industrie développe des systèmes d'optique adaptative destinés aux applications militaires mais ceux-ci ne sont pas adaptés aux conditions d'observation des astronomes. La magnitude d'un satellite artificiel est plus petite que celle des objets astronomiques couramment observés. Les systèmes d'optique adaptative doivent avoir la capacité d'observer des objets plus faibles pour être utilisés par les astronomes.

Il faut attendre les progrès effectués sur les détecteurs fonctionnant dans les longueurs d'onde infrarouge pour que l'ONERA, l'Observatoire de Paris et l'ESO investissent dans le prototype COME-ON (le système est décrit dans Rousset *et al.*, 1990; Gendron *et al.*, 1991; Rigaut *et al.*, 1991) puis dans la version améliorée COME-ON PLUS placée derrière le télescope de 3,6 m de diamètre de La Silla au Chili (Rousset *et al.*, 1994). Le système ADONIS est le successeur du prototype COME-ON PLUS. Le projet commence en 1994 (Beuzit *et al.*, 1994) et sa phase de calibration est effectuée en 1996 (Bonaccini *et al.*, 1996; Christou & Bonaccini, 1996). Les premiers résultats astrophysiques sont publiés l'année suivante (voir par exemple Beuzit *et al.*, 1997; Christou *et al.*, 1998; Bonaccini *et al.*, 1997).

Du côté américain, l'université d'Hawaï développe à la fin des années quatre-vingt un système d'optique adaptative basé sur la mesure de la courbure du front d'onde. La création des miroirs déformables de type bimorphe y est associée (voir Roddier, 1988; Roddier & Roddier, 1991). Le système PUEO du Télescope Canada France Hawaï est une collaboration de plusieurs instituts : le Dominion Astrophysical Observatory (DAO, Canada), la compagnie française CILAS, l'Observatoire de Paris-Meudon et l'Université d'Hawaï. C'est un système avec analyseur de courbure. Il est décrit dans Arsenault *et al.* (1993); Rigaut *et al.* (1994). Les premiers résultats sont publiés en 1994 (par exemple De Robertis, 1994), et plusieurs autres articles montrent les performances du système les années suivantes (voir par exemple Lai *et al.*, 1997; Rigaut *et al.*, 1998).

Cependant, les systèmes d'optique adaptative sont limités par la magnitude des sources de référence. La magnitude limite pour le système ADONIS est 12,5 dans un rayon de 30 secondes d'arc au maximum autour de l'objet scientifique étudié. Avec PUEO, la magnitude limite est de l'ordre de 14-15 selon la longueur d'onde utilisée. La qualité de l'atmosphère agit aussi sur la correction, celle-ci diminuant avec la dégradation du seeing.

De plus, les différentes dégradations de la correction se multiplient entre-elles. Ainsi, si l'objet de référence est une étoile de magnitude 15 située à 30 '' de l'objet scientifique observé lors de conditions atmosphériques moyennes, le rapport de Strehl final à  $1,65 \mu\text{m}$  sera le produit des différentes dégradations dues à la faible magnitude (50 % de perte), à l'effet d'anisoplanétisme (50 % de réduction) et aux conditions atmosphériques moyennes (perte de 40 %). Le rapport de Strehl final sera égal à  $50 \times 50 \times 40 = 10\%$ . Dans le visible, il est quasiment impossible de trouver une étoile de référence suffisamment brillante près de l'objet observé. Dans l'infrarouge, les perturbations sont moins importantes et donc les étoiles de référence peuvent être plus faibles et plus éloignées angulairement. Les implications astrophysiques de tels systèmes sont étudiées par différents auteurs (par exemple Ellerbroek, 1992; Beckers, 1993; Fried, 1994).

A l'aube du XXI<sup>e</sup> siècle, pas moins de 10 télescopes de la classe des 8-10 mètres sont actuellement construits ou déjà opérationnels. Chacun a un système d'optique adaptative parmi ses instruments, certains comme l'observatoire Gemini, prévoyant de faire fonctionner tous leurs instruments avec optique adaptative. Ces systèmes sont optimisés pour les longueurs d'onde infrarouge par manque d'étoile de référence. La plupart des objets extragalactiques restent in-observables parce que trop faible, à moins d'avoir une référence artificielle. Le concept d'étoile artificielle émerge rapidement à la fin des années soixante-dix (voir le paragraphe 1.3).

### **1.2.2 Systèmes d'optique adaptative**

Un système d'optique adaptative (voir Rousset, 1994; Roddier, 1999, pour une description plus complète) se compose de trois éléments (figure 1.9) :

- un analyseur de front d'onde,
- un système de contrôle, la reconstruction du front d'onde,
- un correcteur.

Le but de tout système d'optique adaptative est de corriger des perturbations atmosphériques. Aucun système n'étant capable de mesurer instantanément et parfaitement ces perturbations, l'idée de correction en boucle fermée s'impose facilement.

*Mais comment corrige-t-on en boucle fermée ?*

L'analyseur mesure le front d'onde de l'étoile de référence. De ces mesures, on déduit par calcul la déformation générée par l'atmosphère : le système de contrôle utilise les mesures de l'analyseur pour déterminer les commandes à appliquer au correcteur. Les actionneurs déforment le correcteur qui reproduit ainsi la déformation inverse à celle mesurée. Le miroir déformable étant juste avant l'analyseur, le front d'onde arrivant à ce dernier est compensé des perturbations mesurées à l'itération précédente : le système est en boucle fermée. L'analyseur ne reçoit que les déformations résiduelles. Il est bien entendu nécessaire de mesurer ces variations suffisamment rapidement, dans un temps inférieur au temps de cohérence de l'atmosphère.

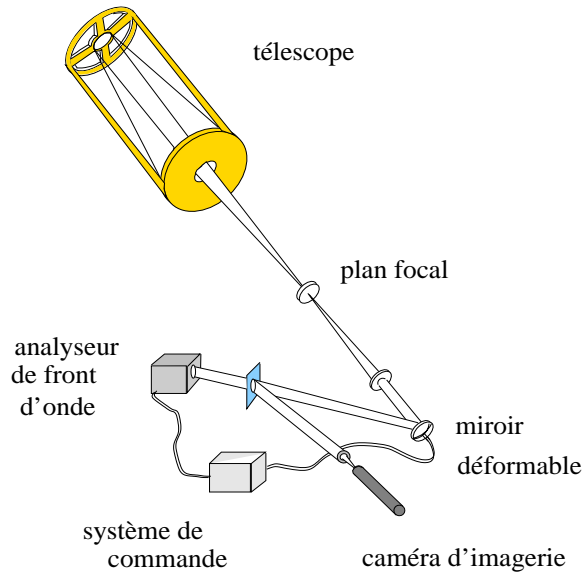


FIG. 1.9: Schéma d'un système d'optique adaptative.

L'image est ainsi corrigée des aberrations de l'atmosphère et l'on obtient une image scientifique limitée par la diffraction (voir la figure 1.10).

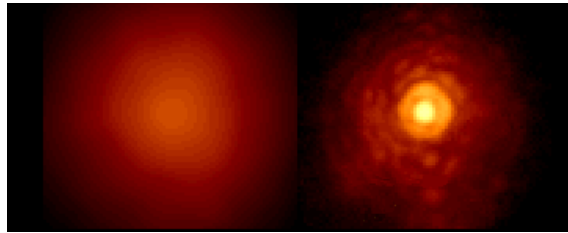


FIG. 1.10: Comparaison de l'image d'une étoile sans optique adaptative à gauche et avec optique adaptative à droite – Image faite avec le système de l'analyseur de courbure de l'Université d'Hawaii et le télescope Canada France Hawaii de 3,6 mètres de diamètre.

*Quel est l'effet de la correction d'une OA ?*

En compensant des effets de l'atmosphère on réduit les ailes de la fonction d'étalement de point de l'objet scientifique et on obtient donc une image plus piquée (voir l'image 1.10). La majeure partie de l'énergie est concentrée dans la partie centrale. Lorsque l'image est limitée par la diffraction, on observe des anneaux d'Airy. L'optique adaptative permet de concentrer les photons : on peut ainsi observer des objets plus faibles, et il est aussi possible de déterminer des structures (compagnons, disques, jets, etc...) proches de l'objet scientifique. La qualité de la correction peut être estimée par trois approches :

- la largeur à mi-hauteur (FWHM) de la fonction d'étalement de point de l'objet. Pour une image limitée par la diffraction la largeur à mi-hauteur est égale à  $1,03\lambda/D$ .
- le rapport de Strehl ou critère de Maréchal, est défini comme le rapport des intensités centrales de la fonction d'étalement de point avec aberrations à la fonction d'étalement de point de l'image limitée par la diffraction. Pour des faibles aberrations, le rapport

de Strehl est relié à la variance des aberrations de phase par  $S = 1 - \sigma_\phi^2$ . Maréchal définit une limite au delà de laquelle un système est dit bien corrigé ( $S \geq 0,8$ ). On considère généralement que la limite de diffraction est atteinte pour des rapports de Strehl supérieurs à 0,3. Si la variance n'est pas trop grande on définit le rapport de Strehl par

$$S = \exp(-\sigma_\phi^2). \quad (1.32)$$

Le rapport de Strehl varie donc entre 0 et 1.

- l'énergie encerclée est la dernière approche. L'énergie totale d'une image est toujours la même quelle que soit la qualité du seeing, elle est seulement plus ou moins concentrée. Par conséquent, en calculant la quantité d'énergie contenue dans un certain rayon, on a une estimation de la concentration de l'image. Cette méthode est très utile en spectroscopie à fente. La taille de la fente est alors choisie en fonction de la quantité de photons nécessaires.

Les trois écoles ont leurs avantages et leurs inconvénients, mais les techniques de largeur à mi-hauteur et d'énergie concentrée sont préférées des astronomes. Par contre, le rapport de Strehl donne plus d'information sur les capacités de corrections du système d'OA et est donc utilisé par les instrumentalistes.

Décrivons maintenant les différents éléments d'un système d'OA.

### Les analyseurs de front d'onde

L'analyseur de front d'onde est un élément de base d'un système d'optique adaptative (Roddi (1999)). Il doit mesurer le front d'onde suffisamment vite et précisément pour compenser les perturbations de l'atmosphère. Cependant, il doit aussi être capable de corriger en utilisant une étoile faible, une source étendue et/ou une source polychromatique comme étoile de référence.

#### *Les méthodes plan focal*

La première idée est de déduire la phase de la distribution d'intensité dans le plan focal. En effet, la fonction d'étalement de point de l'objet de référence est la transformée de Fourier de la fonction de transfert optique et cette dernière est reliée à la phase. L'estimation de la phase est alors un problème inverse. Fienup (1982) présente une méthode d'inversion appelée « *Phase retrieval* » – détermination de phase – qui nécessite généralement une connaissance *a priori* afin d'obtenir une solution unique. Paxman & Fienup (1988); Paxman *et al.* (1992) proposent une autre méthode appelée technique de diversité de phase – « *Phase diversity* ». Cette technique utilise deux distributions d'intensité, l'une d'elles subit une certaine aberration fixée en plus du front d'onde (une défocalisation généralement). La phase est retrouvée par un algorithme d'inversion itératif en connaissant les relations entre la fonction d'étalement de point, la fonction de transfert optique

et la phase. Cette méthode a été prouvée sur des objets étendus mais son principal inconvénient est le temps nécessaire pour le calcul de l'inversion et la bande spectrale étroite nécessaire pour converger.

### *Les méthodes plan pupille*

Par addition d'un système optique supplémentaire, on peut mesurer la perturbation de phase dans le plan pupille. Les détecteurs disponibles mesurent l'intensité lumineuse, on utilise donc le principe de l'optique géométrique : le front d'onde d'une étoile est dévié par les fluctuations d'indice de l'air. On mesure la carte d'intensité dans des sous-pupilles et on déduit le déplacement – la différence de marche – induit par la perturbation atmosphérique sur cette sous-pupille. L'ensemble des systèmes d'optique adaptative actuels suit cette procédure, chacun utilisant une technique particulière pour mesurer la différence de marche. Je vais décrire les deux principaux instruments utilisés en astronomie de nos jours : l'analyseur de Shack-Hartmann et l'analyseur de courbure de front d'onde. Je présenterai ensuite un système émergent qui semble avoir des performances intéressantes : l'analyseur pyramidique.

### *L'analyseur de Shack-Hartmann*

Ce système, dérivé du test d'Hartmann, détermine le gradient de phase moyenné sur la surface d'une sous-pupille (Fontanella, 1985; Primot, 1989; Cannon, 1995). L'analyseur est composé d'une mosaïque de micro-lentilles placée dans le plan pupillaire du télescope et d'un détecteur qui peut être un CCD<sup>3</sup>, un CCD à bombardement d'électrons ou encore un reticon par exemple. Chaque micro-lentille focalise une partie du front d'onde sur le détecteur. Le fonctionnement est schématisé à la figure 1.11. Une onde plane génère une matrice d'images au foyer des micro-lentilles. Si l'onde n'est pas plane, les images sont décalées de leur position de référence (position au repos). Cet analyseur fonctionne également avec des objets étendus. Il est achromatique et peu sensible à la scintillation.

La pente de la phase est déterminée par une mesure de centre de gravité des images sur le détecteur. Un agrandissement sur une sous-pupille du CCD est présenté à la figure 1.12. Avec un front d'onde plan, l'objet est au centre A du champ de vue : c'est l'image de référence. Un front d'onde perturbé déplace l'image en un point B. On détermine le déplacement  $(\delta x, \delta y)$  de B par rapport à la référence A en calculant le centre de gravité de A et B. La pente de la phase  $\Delta\phi$  est reliée au déplacement ( $\delta x = x_B - x_A, \delta y = y_B - y_A$ ) par (Fontanella, 1985) :

$$\frac{\Delta\phi_x}{d_{sp}} = \frac{2\pi\delta x}{\lambda f_{sp}} \quad (1.33)$$

---

3. Un CCD est une matrice de détecteurs élémentaires appelés pixel. Chaque pixel reçoit des photons et les transforme en électrons.

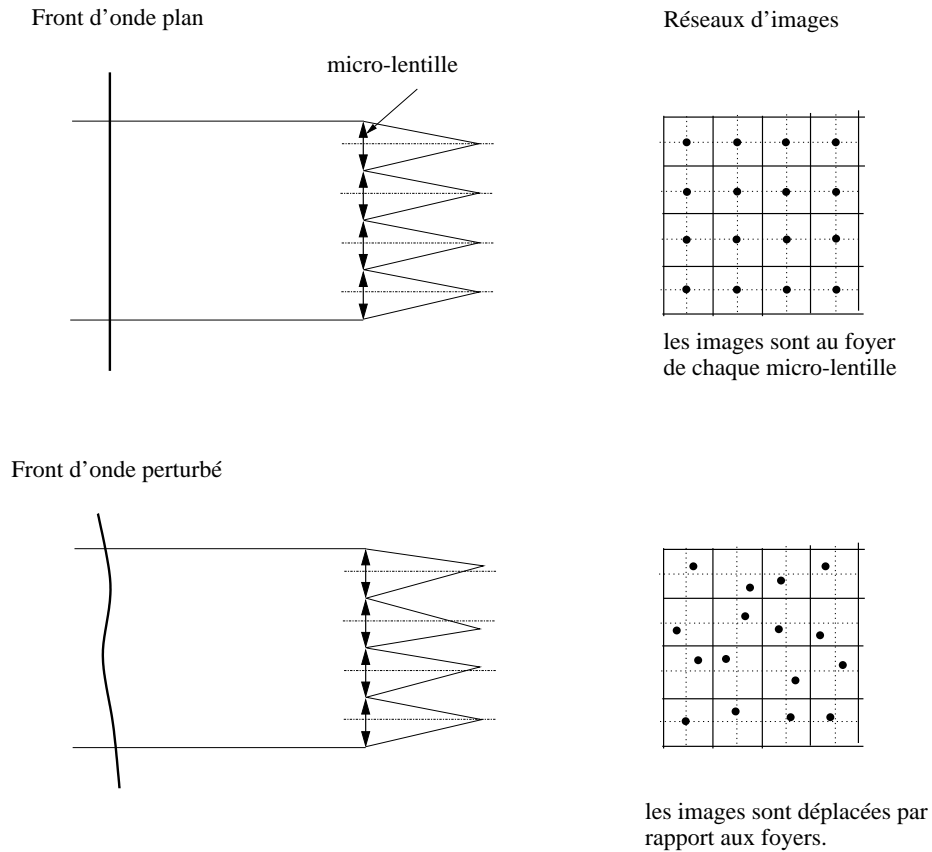


FIG. 1.11: Schéma du fonctionnement d'un analyseur de front d'onde Shack-Hartmann.

$$\frac{\Delta\phi_y}{d_{sp}} = \frac{2\pi\delta y}{\lambda f_{sp}} \tag{1.34}$$

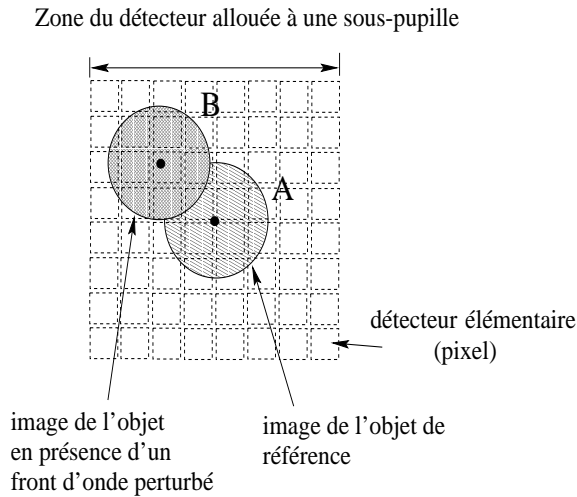
$$\tag{1.35}$$

où  $d_{sp}$  est le diamètre de la micro-lentille,  $f_{sp}$  est la focale de la sous-pupille et  $(x_B, y_B)$  est le centre de gravité de la tache B par rapport à la référence A. Deux phénomènes limitent les performances :

- la sensibilité du système au nombre de photons.
- le bruit de lecture du CCD.

Le principal inconvénient de ce type de système étant le gain fixé par la focale de la sous-pupille. La sous-ouverture a un champ de vue fixé, déterminé par le pas d'échantillonnage et par la focale des micro-lentilles.

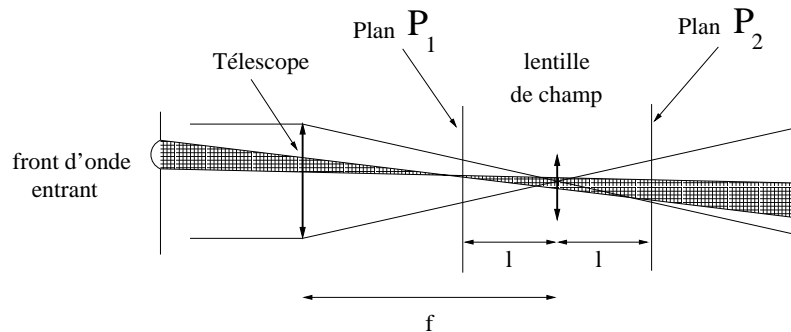
Combien de pixels doit-on avoir par sous-ouverture ? Théoriquement, lorsque l'on utilise un système AO en boucle fermée, un système à  $2 \times 2$  pixel par sous-pupille est suffisant. Il faut cependant quelques pixels de plus selon le champ de vue des sous-ouvertures. C'est le rapport du signal à bruit qui limite généralement le nombre de pixel maximum utilisé. L'analyseur de Shack-Hartmann permet de corriger des modes d'ordres suffisamment élevés dès qu'il a assez de photons. C'est un analyseur achromatique et ce genre de système peut être étendu aux longueurs d'onde infrarouges.



**FIG. 1.12:** Agrandissement sur une sous-pupille du CCD. La sous-pupille reçoit la lumière de l'objet dans le plan pupillaire d'une micro-lentille. Avec un front d'onde plan, l'objet est au centre A de la sous-pupille : c'est l'image de référence. Un front d'onde perturbé déplace l'image en un point B.

#### L'analyseur de courbure de front d'onde

Un autre genre d'analyseur, développé par Roddier (1988), détermine la courbure locale du front d'onde. Différents articles décrivent son fonctionnement et ses performances (voir par exemple Roddier, 1988; Roddier *et al.*, 1991). Le principe est simple : en mesurant la distribution d'intensité  $I_{int}$  dans un plan intra-focal et l'intensité  $I_{ext}$  dans un plan extra-focal et en soustrayant ces deux cartes d'intensité, on obtient une distribution d'irradiance proportionnelle à la courbure du front d'onde à un facteur  $1/f$  près. Dans l'approxi-



**FIG. 1.13:** Schéma de l'analyseur de courbure de front d'onde.

mation géométrique, tous les rayons d'une onde plane traversant un système optique de focale  $f$  focalisent sur un point F appelé « foyer ». Une onde convergente aura son foyer F' légèrement avant le foyer F de l'onde plane. Le premier plan  $P_{int}$  sera surexposé alors que le second plan  $P_{ext}$  sera sous-exposé tel que représenté à la figure 1.13.

La différence entre les deux distributions d'irradiance est proportionnelle à la courbure du front d'onde à un facteur  $1/f$  près. En normalisant par la somme des deux distributions

d'intensité, cette différence ne dépend plus du nombre de photons reçus à chaque mesure et donc la scintillation n'intervient pas (à condition que l'on mesure le front d'onde suffisamment vite). On obtient un signal  $C$  égal à :

$$C = \frac{I_{int}(\vec{r}) - I_{ext}(-\vec{r})}{I_{int}(\vec{r}) + I_{ext}(-\vec{r})} = \frac{\lambda f(f-l)}{2\pi l} \left[ \frac{\delta\phi}{\delta\vec{r}} \left( \frac{f\vec{r}}{l} \right) \delta_c - \nabla^2 \phi \left( \frac{f\vec{r}}{l} \right) \right], \quad (1.36)$$

où  $\frac{\delta\phi}{\delta\vec{r}}$  est la dérivée radiale de la phase,  $\delta_c$  une distribution linéaire de fonction de Dirac au bord de la pupille et  $\nabla^2 \phi$  est le Laplacien de la phase.  $l$  est la distance des plans intra et extra-focaux au plan focal du système tel que montré au dessin 1.13 et  $f$  est la focale du télescope.

En utilisant un miroir déformable à contrôle de courbure, la courbure locale est directement proportionnelle à la tension  $V$  appliquée à l'électrode correspondante,  $V$  étant, à un facteur près, le Laplacien de la phase. Cependant, comme nous allons le voir, afin de filtrer certains modes non corrigés, ce type d'analyseur utilise aussi une matrice de reconstruction avant de commander le miroir déformable. Ce système est utilisable avec des objets ponctuels et étendus.

En présence d'effets de diffraction, la position des plans intra et extra focaux devient essentielle. Quatre zones distinctives sont présentes entre la pupille du télescope et son foyer. Dans le plan pupille, seule la fonction pupille intervient. De même dans le plan image, tous les rayons sont concentrés en un point selon l'approximation géométrique. Si les deux plans intra et extra focaux sont éloignés du foyer, la taille de l'image du faisceau est plus grande que les effets de diffraction. Par contre, si les deux plans sont très proches du foyer les effets de la diffraction forment une image cohérente mais la forme de la pupille reste apparente. Il faut donc placer les plans  $P_1$  et  $P_2$  près du foyer pour mesurer les basses fréquences spatiales et près de la pupille pour les hautes fréquences spatiales.

L'analyseur de courbure a pour avantage sa possibilité d'utiliser les Photo-Diodes à Avalanches<sup>4</sup> et donc d'améliorer les performances à faible nombre de photons. En effet, un seul détecteur est nécessaire pour chaque sous-ouverture de l'analyseur de courbure. Le nombre total de détecteurs est limité au nombre de sous-ouvertures et l'on peut donc utiliser des photo-diodes à avalanche qui n'ont pas de bruit de lecture.

La distance extra-focale peut être modulée en fonction de la turbulence incidente ce qui permet de changer le gain en boucle fermée et ce paramètre libre est également un avantage des analyseurs de courbure.

---

4. Les photo-diodes à avalanches (*Avalanche Photo-Diodes* (APD) en anglais) sont des détecteurs unitaires qui ont une grande efficacité quantique, une sensibilité dans le rouge et un bruit électronique négligeable. Il coûtent hélas environ 1700\$ pièce et ne peuvent pas être utilisés par conséquent pour des systèmes Shack-Hartmann qui demanderaient un grand nombre de pixel.



De légères variations des caractéristiques de la membrane sont notées lorsque les conditions climatiques changent mais ces effets sont peu importants.

On peut remarquer que la propagation du bruit est plus importante avec un senseur de courbure qu'avec un analyseur de type Shack-Hartmann. Le coefficient de propagation du bruit est proportionnel au nombre  $N$  de sous-pupilles du système pour un analyseur de courbure alors qu'il augmente comme  $\ln(N)$  pour un analyseur Shack-Hartmann.

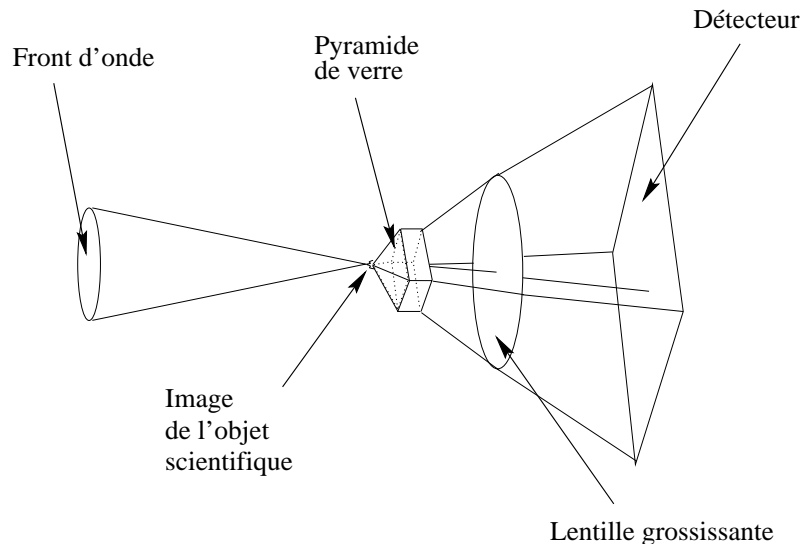
Rigaut *et al.* (1997) ont comparé les performances des analyseurs Shack-Hartmann et à contrôle de courbure et ont montré qu'en utilisant des systèmes à haut degré de correction, les deux types d'analyseur ont des performances similaires. Ils ont ainsi obtenu avec un SHS à  $10 \times 10$  sous-ouvertures une magnitude limite de 14,7 à 1,6  $\mu\text{m}$ , magnitude limite également obtenue pour un analyseur de courbure à 56 éléments à la même longueur d'onde.

Après avoir présenté les deux analyseurs utilisés en optique adaptative, il semblait intéressant de décrire un exemple d'analyseur expérimental qui sera peut être un analyseur très utilisé dans quelques décennies.

#### *L'analyseur pyramidique de front d'onde*

Ragazzoni (1996a) propose un concept d'analyseur de front d'onde qui utilise une pyramide oscillante. Cette méthode peut être considérée comme une variante du fameux test du couteau utilisé en astronomie amateur. L'idée est simple : la lumière est focalisée au sommet d'une pyramide de verre. Sans perturbation atmosphérique, les quatre côtés de la pyramide sont également éclairés. Dès que le front d'onde n'est plus plan, l'image de l'étoile n'est plus centrée au sommet de la pyramide. Si les perturbations ne sont pas trop importantes, cette image éclaire au moins partiellement chaque facette de la pyramide. En soustrayant de façon adéquate les intensités obtenues dans les cadrans, on peut déterminer la pente de la phase en  $x$  et  $y$ . Si le front d'onde introduit un mouvement trop important de l'image de l'étoile, seule une des facettes de la pyramide va rester éclairée : il est impossible de déterminer la pente du front d'onde. L'ingéniosité de cet analyseur est l'idée de faire osciller la pyramide afin de linéariser la mesure. L'oscillation peut aussi être obtenue en basculant le front d'onde incident régulièrement en  $x$  et en  $y$ . La modulation est de l'ordre de la longueur d'onde. Un détecteur de type CCD mesure les quatre images obtenues (voir la figure 1.15). Soit  $Q$  un point de la pupille principale. En modulant le miroir tip-tilt placé devant l'analyseur, quatre points  $Q_1, Q_2, Q_3$  et  $Q_4$  des 4 cadrans sont associés au point  $Q$ . Ces 4 points ont des intensités propres  $I(Q_1), I(Q_2), I(Q_3)$  et  $I(Q_4)$  qui dépendent du rayon de la modulation et du chemin parcouru dans les différents cadrans de l'analyseur. Le signal au point  $P$  en abscisse et en ordonnée est défini par :

$$S_x = \frac{[I(Q_1) + I(Q_4)] - [I(Q_2) + I(Q_3)]}{\sum_{i=1}^4 I(Q_i)}$$



**FIG. 1.14:** L'analyseur pyramidique est composé d'une pyramide en verre et d'une lentille. Un miroir tip-tilt permet de faire osciller le front d'onde incident. La pyramide, placée dans le plan focal, reçoit l'image de l'objet modulé. Une lentille redirige la lumière passant par chaque face de la pyramide sur différentes parties d'un détecteur. Le déplacement associé au front d'onde est déterminé par la différence adéquate entre les 4 intensités en différents points.

$$S_y = \frac{[I(Q_1) + I(Q_2)] - [I(Q_3) + I(Q_4)]}{\sum_{i=1}^4 I(Q_i)} \quad (1.37)$$

Soient  $l_1, l_2, l_3$  et  $l_4$  les distances parcourues par le point  $P$  dans chacun des 4 cadrans. Appelons  $l_y^{(1)}$  la somme  $l_1 + l_2$  et  $l_y^{(2)}$  la somme  $l_3 + l_4$ . Si  $P$  a pour coordonnées  $(\delta_x, \delta_y)$  et que l'oscillation a un rayon  $R_p$ , on peut déduire que l'arc de cercle supérieur est défini par  $l_y^{(1)} = 2R_p \cos^{-1}(\delta_y/R_p)$  et l'arc de cercle inférieur est égal à  $l_y^{(2)} = 2R_p[\pi - \cos^{-1}(\delta_y/R_p)]$  (en supposant que  $\delta_y$  est positif). De même,  $l_x^{(2)} = l_1 + l_4$  et  $l_x^{(1)} = l_2 + l_3$  et leur valeurs sont définies de manière identique en remplaçant  $\delta_y$  par  $\delta_x$ . Or l'intensité en un point  $Q_i$  est déterminée par l'intensité par pixel  $I_0$ , la distance  $l_i$  parcourue par  $P$  dans le cadran  $i$  et la vitesse de l'oscillation  $v$ . On déduit :

$$\begin{aligned} S_x &= \frac{(I_0/v)([l_1 + l_4] - [l_2 + l_3])}{(I_0/v)(l_1 + l_2 + l_3 + l_4)} \\ &= \frac{l_x^{(2)} - l_x^{(1)}}{2\pi R_p} \end{aligned} \quad (1.38)$$

$$\begin{aligned} S_y &= \frac{(I_0/v)([l_1 + l_2] - [l_3 + l_4])}{(I_0/v)(l_1 + l_2 + l_3 + l_4)} \\ &= \frac{l_y^{(2)} - l_y^{(1)}}{2\pi R_p} \end{aligned} \quad (1.39)$$

Les coordonnées de  $P$  sont également reliées au point  $Q$  par :

$$\delta_x = F_p M_p (\partial w(x, y) / \partial x)_{(x_Q, y_Q)}$$

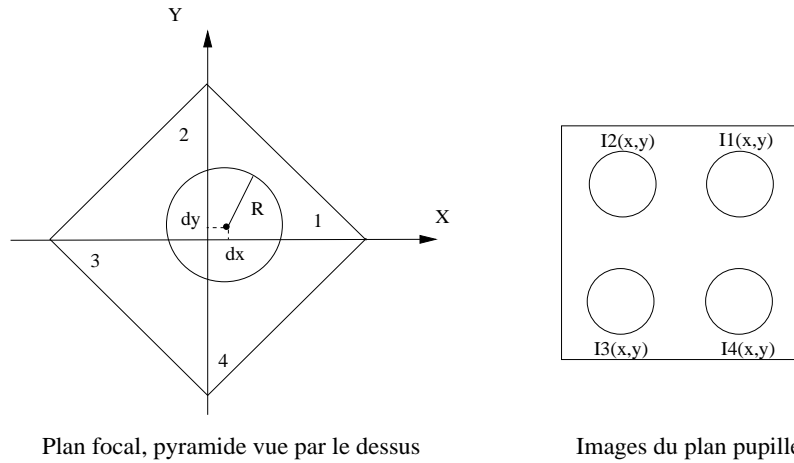
$$\delta_y = F_p M_p (\partial w(x, y) / \partial y)_{(x_Q, y_Q)}; \quad (1.40)$$

$w$  est le front d'onde,  $F_p$  est la distance entre le miroir tip-tilt et le sommet de la pyramide,  $M_p$  le facteur de grandissement de la pupille. On peut alors relier la dérivée du front d'onde en un point au signal mesuré en ce point.

$$\frac{\partial w(x, y)}{\partial x} = \frac{R_p}{F_p} \sin\left(\frac{\pi}{2} S_x\right) \quad (1.41)$$

$$\frac{\partial w(x, y)}{\partial y} = \frac{R_p}{F_p} \sin\left(\frac{\pi}{2} S_y\right). \quad (1.42)$$

Une lentille permet d'ajuster l'échantillonnage de la pupille (voir la figure 1.14). Si les aberrations sont plus grandes que la longueur d'onde, on est dans le régime d'optique géométrique.



**FIG. 1.15:** Fonctionnement de l'analyseur pyramidique dans le régime géométrique : une oscillation circulaire est appliquée au système. Chacun des quatre cadrans dans le plan image est partiellement éclairé. La dérivée du front d'onde en un point  $(x, y)$  dans le plan pupille est directement reliée aux signaux  $S_x$  et  $S_y$  mesurés par le détecteur aux quatre points correspondant dans les 4 cadrans de la pyramide. Dessin adapté de Esposito et al. (2000a).

Un prototype est testé à l'Osservatorio di Arcetri (Esposito *et al.*, 2000a) et un autre a été testé au Telescopio Galileo à La Palma (Ragazzoni *et al.*, 2000a).

### Le reconstruteur de front d'onde

Le deuxième élément d'un système d'optique adaptative est le reconstruteur (l'ordinateur). Il doit être rapide et précis. Son but est de retrouver les fluctuations du front d'onde à partir des mesures de l'analyseur. Une matrice de reconstruction (ou dite encore matrice de commande) doit être utilisée afin de passer du gradient ou du Laplacien  $s$  à la phase ou aux commandes  $\varphi$  :

$$\varphi = \mathbf{B}s \quad (1.43)$$

$\mathbf{B}$  est la matrice de reconstruction (ou de commande) déduite de la matrice d'interaction du système, celle-ci étant elle-même déterminée lors d'une phase de calibration en effectuant un grand nombre de fois les mêmes mesures pour diminuer le plus possible le bruit de mesure.

La matrice d'interaction sera obtenue en utilisant une méthode modale ou zonale pour relier les mesures à la phase.

### Les méthodes zonales

La phase est déterminée en un nombre discret de points qui peuvent être par exemple la position des actionneurs. Les mesures de pentes étant elles aussi effectuées en un nombre discret de points, il suffit de relier les mesures à la phase. La différence entre chacune des méthodes zonales se réduit à la position des actionneurs par rapport aux positions des sous-ouvertures (dans le cas de l'analyseur Shack-Hartmann) et la façon dont chaque mesure intervient dans la détermination de la phase des actionneurs environnants. Southwell (1980) compare trois méthodes zonales par leur rapidité de convergence. La première décrite par Fried (1977) place les actionneurs au coins de chaque sous-pupille. On a alors :

$$\begin{aligned} s_{ij}^x &= \frac{[(\varphi_{i+1,j} + \varphi_{i+1,j+1})/2 - (\varphi_{i,j} + \varphi_{i,j+1})/2]}{d_{sp}} \\ s_{ij}^y &= \frac{[(\varphi_{i,j+1} + \varphi_{i+1,j+1})/2 - (\varphi_{i,j} + \varphi_{i+1,j})/2]}{d_{sp}} \end{aligned} \quad (1.44)$$

Hudgin (1977) étudie la seconde méthode qui consiste à faire coïncider les deux grilles. La dernière méthode a la même géométrie que Hudgin (1977) mais utilise une technique itérative légèrement différente. Trois types de méthodes itératives sont décrites dans Southwell (1980). Leurs équivalences sont les équations linéaires reliant la phase au point  $(j, k)$  après l'itération  $n$  :

$$\varphi_{jk}^{n+1} = \overline{\varphi_{jk}^n} + \frac{b_{jk}}{g_{jk}} \quad (1.45)$$

avec

$$\begin{aligned} \overline{\varphi_{j,k}^n} &= [\varphi_{j+1,k} + \varphi_{j-1,k} + \varphi_{j,k+1} + \varphi_{j,k-1}]/g_{jk} \\ b_{jk} &= [s_{j,k-1}^y - s_{j,k}^y + s_{j-1,k}^x - s_{j,k}^x]d_{sp}. \end{aligned}$$

$g_{jk}$  est égal à 2, 3 ou 4 selon la position du point associé à  $\varphi_{j,k}$  dans la grille ou sur le bord de celle-ci. Ce paramètre indique le nombre de mesures utilisées pour obtenir  $\overline{\varphi_{j,k}^n}$ . La différence entre les méthodes itératives est la façon d'utiliser les nouvelles estimations.

- La méthode dite de Jacobi place les estimations de l'itération  $n + 1$  dans une matrice à part qui ne sera utilisée que lorsqu'elle sera totalement calculée.
- La méthode de Gauss-Seidel change la valeur de la phase estimée  $\varphi_{j,k}^{n+1}$  directement dans la matrice utilisée pour calculer l'estimation au point  $(j + 1, k)$ . Par conséquent les évaluations aux points suivants utilisent des résultats améliorés. Cette méthode converge plus vite que la méthode Jacobi.

– La méthode SOR ajoute un paramètre de relaxation à l'équation 1.45 :

$$\varphi_{jk}^{n+1} = \overline{\varphi_{jk}^n} + w_{\text{SOR}}(\overline{\varphi_{j,k}^n} + \frac{b_j}{g_{jk}} - \varphi_{j,k}^n) \quad (1.46)$$

La convergence est atteinte lorsque le terme de droite multiplié par  $w_{\text{SOR}}$  est petit. Le paramètre  $w_{\text{SOR}}$  optimisé est égal à  $w_{\text{SOR}} = 2/(1 + \sin[\pi/(N + 1)])$ .  $N$  est le nombre de points discrets dans une direction.

En boucle ouverte, il est aussi possible de traiter le calcul de  $\mathbf{B}$  comme un problème inverse et d'introduire une connaissance *a priori* ou une probabilité *a posteriori*.

La méthode du maximum de vraisemblance utilise seulement une connaissance statistique du bruit. Le bruit est souvent considéré gaussien, la probabilité du bruit suit alors une loi gaussienne. En maximisant la probabilité du bruit, on obtient  $\varphi = (\mathcal{B}^t C_b^{-1} \mathcal{B})^{-1} \mathcal{B}^t C_b^{-1} s$ , où  $C_b$  est la matrice de covariance du bruit et  $\mathcal{B}$  est la matrice d'interaction.

La probabilité *a posteriori* est définie par les règles de Bayes, avec la relation

$$P(\varphi | s) = \frac{P(\varphi)P(s | \varphi)}{P(s)}$$

où  $P(s)$  est la probabilité d'avoir la phase mesurée ( $P(s) = 1$ ).  $P(s | \varphi)$  est la vraisemblance. La statistique du bruit de mesure est introduite dans cette matrice.  $P(\varphi)$  est la loi *a priori* des inconnues. C'est dans ce terme que l'on injecte la statistique de la phase.  $P(\varphi | s)$  est la probabilité *a posteriori*. Elle dépend de la statistique utilisée pour la phase et le bruit. La phase est égale à  $\varphi = (\mathcal{B}^t C_b^{-1} \mathcal{B} + C_\varphi^{-1})^{-1} \mathcal{B}^t C_b^{-1} s$ , où  $C_\varphi^{-1}$  est la matrice de covariance de la turbulence sur la base utilisée.

Dans les systèmes réels le principal problème de ces méthodes est la mauvaise connaissance des propriétés statistiques du bruit et de la turbulence.

### Les méthodes modales

Nous avons vu précédemment que la phase peut être représentée par une somme de modes de Zernike (voir l'équation 1.26). Ces polynômes forment une base libre, ils permettent donc de décomposer la phase d'une manière unique. Toute autre base orthonormée peut également être utilisée pour décomposer la phase du front d'onde mais les deux bases plus courantes sont la base des fonctions d'influence du miroir et la base des modes du système. La phase est alors définie par les coefficients d'expansion de la base  $\mathcal{Z}$  choisie, composée des modes  $Z_i$ .  $\varphi$  est un vecteur de coefficients d'expansion  $a_i$  dans la base  $\mathcal{Z}$ . La phase est égale à :

$$\phi(\vec{r}) = \sum_i a_i Z_i(\vec{r}), \quad (1.47)$$

où  $i$  varie de 1 à  $N$ ,  $N$  étant le numéro maximum du mode corrigé. En boucle ouverte, à partir de l'expression analytique des modes de la base considérée, on peut calculer, dans le cas d'un analyseur Shack-Hartmann, les différents éléments de la matrice d'interaction

$A_{ij}^x$  et  $A_{ij}^y$  en calculant l'intégrale de la dérivée du mode  $i$  en abscisse et en ordonnée sur la surface de la sous-pupille. Cette méthode impose la connaissance de l'expression analytique des modes utilisés ce qui est possible uniquement pour les modes de Zernike et de Karhunen-Loève. Ces deux bases ne sont pas reproductibles par les actionneurs du miroir déformable. Cependant l'orthonormalisation de la base des modes du miroir permet d'obtenir une base modifiée proche des modes de Karhunen-Loève (Gendron & Léna, 1994).

La détermination de la matrice de contrôle utilisée en boucle fermée est une partie délicate. La matrice de contrôle  $\mathcal{D}^*$  permet de calculer le vecteur de contrôle du miroir à partir du vecteur de mesure. Pour la déterminer on doit supposer que le système d'optique adaptative est linéaire et calculer la matrice  $\mathcal{D}$  qui définit la sensibilité des mesures aux déformations du miroir. Cette matrice est rectangulaire, son nombre de ligne est égal au nombre de mesures sur l'analyseur de front d'onde et le nombre de colonne est égal au nombre d'actionneurs du miroir. On obtient cette matrice  $\mathcal{D}$  en déplaçant successivement les actionneurs, un par un, et en mesurant chaque fois le déplacement du centre de gravité des images dans l'ensemble des sous-pupilles. Il faut ensuite l'inverser ce qui n'est pas possible directement, celle-ci étant rectangulaire. On obtient la formulation de la matrice de contrôle par la méthode des moindres carrés :

$$\mathcal{D}^* = (\mathcal{D}^t \mathcal{D})^{-1} \mathcal{D}^t, \quad (1.48)$$

où l'exposant  $t$  indique que la matrice est transposée.  $\mathcal{D}^*$  existera si et seulement si la matrice  $(\mathcal{D}^t \mathcal{D})$  est inversible. En diagonalisant cette matrice, on détermine les valeurs propres du système et il est ensuite facile d'éliminer les modes propres du système dont la valeur propre est trop petite. Si  $(\mathcal{D}^t \mathcal{D}) = E \Delta E^t$  (où  $E$  est la matrice des modes propres présentés en colonne et  $\Delta$  la matrice diagonale contenant les valeurs propres  $\lambda_q$ ) on peut définir une matrice diagonale  $\Delta'$  telle que  $(\Delta')_{q,q}^{-1} = 1/\lambda_q$  si  $\lambda_q$  n'est pas nul sinon zéro.

La matrice de contrôle est alors égale à :

$$\mathcal{D}^* = E(\Delta')^{-1}(\mathcal{D}E)^t \quad (1.49)$$

La matrice  $\mathcal{D}$  doit donc être déterminée précisément pour ne pas réduire la qualité de la correction en boucle fermée. L'utilisation du contrôle modal permet de filtrer les modes sensibles au bruit mais aussi de contrôler plusieurs systèmes correctifs en même temps (comme le miroir compensant le basculement d'une part et le miroir lié aux ordres élevés d'autre part).

L'optimisation d'un système d'optique adaptative a été étudiée aussi bien en boucle ouverte que fermée. Les performances sont généralement limitées par l'aspect temporel du système (après bien entendu les problèmes de repliement de spectre et d'échantillonnage).

## Les miroirs déformables

Une fois la reconstruction calculée, il faut corriger le front d'onde incident. Cette opération est effectuée grâce au miroir déformable.

*Comment applique-t-on une variation de phase à un miroir ? Quel processus physique est utilisé pour changer la surface du miroir ?*

La phase est proportionnelle au chemin optique et à la longueur d'onde  $\lambda$  (équations 1.1 et 1.2). A  $\lambda$  donné, le chemin optique peut être changé par la variation de l'indice de réfraction ou du chemin géométrique. Il suffit d'appliquer une force ou un potentiel d'amplitude suffisante au miroir déformable pour qu'il se déplace et induise la phase voulue. Deux types de miroirs peuvent être utilisés :

- les matériaux électro-optiques biréfringents permettent d'appliquer des variations d'indice ;
- des variations de chemin géométrique peuvent être introduites en utilisant un miroir déformable.

Le miroir déformable est le système privilégié en astronomie car il permet une variation de phase en un temps court, a une réponse achromatique et il est insensible à la polarisation. Ses caractéristiques dépendent des fluctuations de phase et du degré de correction désiré. La déformation est engendrée par le déplacement d'actionneurs lorsque l'on utilise des miroirs à actionneurs discrets ou par la déformation de plaques en matériau piézo-électrique qui font varier la forme du miroir (miroir monomorphe ou bimorphe).

Des miroirs utilisant les forces électrostatiques ont été étudiés en détail mais je n'en parlerai pas ici. Je vais plutôt décrire les miroirs des systèmes d'optiques adaptative actuels (miroirs monomorphes, bimorphes ou à actionneurs discrets) qui utilisent majoritairement l'effet piézo-électrique ou l'effet électrostrictif. Ces deux phénomènes physiques sont associés aux matériaux piézo-électriques.

La piézo-électricité, découverte par Jacques et Pierre Curie en 1880, est définie comme une variation de la polarisation électrique d'un matériau lorsqu'il est soumis à des forces (effet piézo-électrique direct). L'effet inverse est obtenu lorsqu'un cristal se déforme sous l'effet d'un courant électrique. Cette déformation est due au déplacement des ions à l'intérieur de la structure cristalline. L'effet piézo-électrique induit une déformation parallèle à la direction du champ électrique et proportionnelle à la tension appliquée.

L'effet électrostrictif est un phénomène physique proche car il associe également une déformation de matériau et un courant électrique mais différent de l'effet piézo-électrique par la direction de la déformation du matériau. L'électrostriction est la déformation d'un matériau électrostricteur dans une direction perpendiculaire à la direction du champ électrique et proportionnelle au carré de  $\vec{E}$ . Généralement, la déformation des matériaux piézo-électriques est due à l'association de ces deux effets.

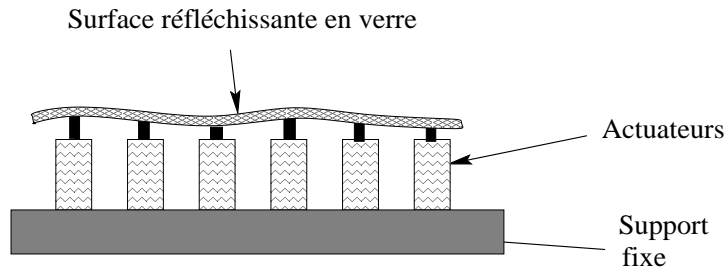
Les propriétés statistiques, temporelles et spatiales des variations de phase et le degré de correction requis fixent les principales caractéristiques nécessaires pour les miroirs

déformables :

- le nombre d'actionneur d'un miroir déformable est proportionnel à  $(D/r_0)^2$ . Il varie de deux à plusieurs centaines selon la longueur d'onde et le nombre de modes à corriger.
- le déplacement requis pour chaque actionneur est proportionnel à  $\lambda(D/r_0)^{5/6}$ . Ce paramètre, indépendant de la longueur d'onde, est de l'ordre de plusieurs microns.
- le temps de réponse requis est aussi un paramètre important dont la limite inférieure est proportionnelle à  $r_0/\bar{v}$ . Elle est de quelques millisecondes.

#### Miroirs à actionneurs discrets

Un actionneur est un système qui exerce une force sur une partie du miroir pour le déformer. Les miroirs à actionneurs discrets sont composés d'une surface de verre réfléchissante déformée par la matrice d'actionneurs discrets axiaux montés sur un support rigide. Sous tension, les actionneurs en matériau piézo-électrique déforment la surface du miroir (voir la figure 1.16) grâce à l'effet piézo-électrique inverse. Les principaux



**FIG. 1.16:** Schéma d'un miroir à actionneurs discrets en matériau piézo-électrique. Sous tension, les actionneurs changent de longueur, appliquant ainsi une force sur la surface de verre déformable.

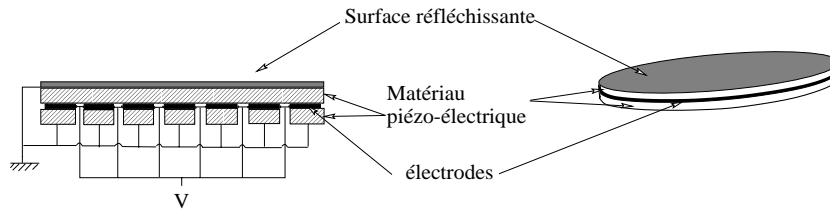
avantages de la piézo-électricité sont l'interaction efficace électro-mécanique, un temps de réponse court, une haute précision et une grande stabilité. Les matrices d'actionneurs contiennent de 2 à 900 éléments. Une matrice de 250 actionneurs a des éléments espacés de 7-8 mm et les tensions appliquées sont de l'ordre de 400 V.

#### Miroir à contrôle de courbure

Un miroir bimorphe est composé de deux plaques de matériau piézo-électrique de polarisation inverse, parallèles à leur axe, collées et entre lesquelles sont déposées des électrodes (voir la partie gauche de la figure 1.17). Les faces externes des deux plaques piézo-électriques sont reliées à la masse.

Lorsqu'une tension est appliquée à une des électrodes, l'une des deux plaques se contracte latéralement et localement alors que l'autre se dilate. Ces deux plaques étant collées l'une à l'autre, elles sont obligées de se courber. Ailleurs, la courbure est nulle. En appliquant des tensions différentes aux électrodes centrales on peut reproduire grâce au miroir la courbure inverse de celle du front d'onde incident.





**FIG. 1.17:** Coupe d'un miroir bimorphe. Sur ce schéma la plaque de matériau piézo-électrique du bas est trouée pour faire passer la jonction des différentes électrodes. les premiers systèmes effectués selon cette méthode ont montré d'énormes désavantages et ont impliqué un changement de technique lors de l'élaboration des miroirs bimorphes suivants. Les miroirs bimorphes actuels sont composés de deux plaques pleines séparées d'un substrat dans lequel les liaisons des électrodes sont insérées. celui-ci retient ainsi chaque électrode à sa position entre les deux plaques de matériau piézo-électrique.

### 1.2.3 La couverture du ciel

Après avoir présenté tous les éléments d'un système d'OA en général et insisté sur les avantages et les inconvénients de chaque sous-système, nous serions tentés de conclure que l'optique adaptative permet de franchir un pas considérable dans la correction de la turbulence atmosphérique. Ce serait oublier un énorme problème : la couverture du ciel.

*Qu'est-ce que la couverture du ciel ?*

Tel son nom imagé l'indique, la couverture du ciel est le pourcentage de la voûte céleste où il est possible de trouver une étoile de référence suffisamment brillante pour faire fonctionner un système d'optique adaptative donné et suffisamment proche angulairement de l'objet scientifique pour ne pas être limité par l'effet d'anisoplanétisme (cf page 9). Or la répartition surfacique (sur la sphère céleste) d'étoiles suffisamment brillantes – c'est à dire de magnitudes inférieures à 15 environ – n'est pas grande surtout dès que l'on regarde en dehors du plan galactique.

Autrement dit, en dehors du plan galactique, il est très rare de trouver une étoile de magnitude inférieure à 15 à quelques secondes d'arc de l'objet scientifique que l'on souhaite étudier. Si l'objet lui-même est suffisamment brillant il peut être utilisé comme référence ; par contre, les millions de galaxies faibles et de quasars situés en dehors du plan galactique sont difficiles à étudier. Le problème est encore plus important dans le visible où les perturbations atmosphériques sont accrues et la taille des sous-pupilles diminuées ainsi que le nombre de photon par sous-pupille. Plusieurs études de couverture du ciel ont été effectuées pour différents types d'objets (voir par exemple Marchetti & Ragazzoni, 1997; Le Louarn *et al.*, 1997, 1998). Dans l'infrarouge, les perturbations sont moins importantes et donc les étoiles de référence peuvent être plus faibles et plus éloignées angulairement. La faible couverture du ciel est estimée bien avant que les premiers systèmes d'OA publics soient construits et l'idée d'étoile artificielle a naturellement émergé dès le milieu des années quatre-vingt.

## 1.3 Etoiles Artificielles

### 1.3.1 Historique de l'étoile "laser"

En 1985, Foy et Labeyrie (e.g. Foy & Labeyrie, 1985) proposent d'utiliser un faisceau laser pour créer une source de référence artificielle en utilisant la rétro-diffusion de la lumière par les particules de l'atmosphère (Tallon, 1989; Tallon & Foy, 1990). Deux expériences menées indépendamment en France (Foy *et al.*, 1989) et aux USA (Thompson & Gardner, 1987; Pilkington, 1987) montrent la faisabilité de l'étoile laser. Les militaires américains continuent les années suivantes la recherche dans ce sens. Leurs travaux sont déclassifiés en 1991 et publiés aussitôt (Primmerman *et al.*, 1991; Fugate *et al.*, 1991). De nombreuses conférences<sup>5</sup> ont eu lieu cette dernière décennie permettant la diffusion de toutes les travaux militaires sur le sujet et accélérant le développement des étoiles artificielles pour l'astronomie.

Deux techniques peuvent être utilisées pour créer une étoile laser (EL) : la diffusion Rayleigh par des molécules à des altitudes modérées où la diffusion résonnante des atomes de sodium situés dans la mésosphère à environ 90 km.

La diffusion Rayleigh produit le plus de diffusion et il est donc aisé d'obtenir une étoile artificielle. De plus, le laser ne nécessite pas de caractéristiques spécifiques ce qui permet d'utiliser les lasers ayant une grande puissance de sortie à un coût modéré. Fugate *et al.* (1994) et Thompson & Craig (1992) ont utilisé respectivement un laser à vapeur de cuivre et un laser « excimer ». Ces deux types de lasers sont pulsés, on peut donc sélectionner la partie de la tache artificielle que l'on veut mesurer. Le principal inconvénient de ces deux expériences est l'utilisation de la diffusion Rayleigh qui culmine à environ 20 km et exclue par conséquent la mesure de la perturbation atmosphérique à haute altitude.

D'autres groupes préfèrent utiliser la couche de sodium. Lors de leurs premières expériences Max *et al.* (1992) du *Lawrence Livermore National Laboratory* utilisent un laser à colorant d'une puissance de 1100 W et obtiennent une tache laser visible à l'oeil nu (Max *et al.*, 1994). Ils construisent ensuite un système laser pour le *Shane Telescope* de 3 m du *Lick Observatory*<sup>6</sup> qui utilise un laser pulsé à colorant avec pompage Nd : YAG (voir Max *et al.*, 1997). Un système similaire a été délivré au *Keck Telescope* (Wizinowich *et al.*, 1998)<sup>7</sup>.

---

5. Plusieurs observatoires ont organisés des conférences spécifiques aux étoiles artificielles et à l'instrumentation associée : à Albuquerque en 1992 (par le Starfire Optical Range) puis à Garching en 1993, 1995 et 1997 (par l'Observatoire Européen Austral), à Maui en 1996 (par l'Optical Society of America), plus les nombreuses conférences organisées par la Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers SPIE à Kona en 1994, 1998, à San Diego en 1995, 1997 et à Munich en 2000. De plus le volume 11 du *Journal of the Optical Society of America A* a publié la quantité de travail effectuée par les militaires américains avant la déclassification du domaine et leur avancement en 1994.

6. [http://www.llnl.gov/urp/science/lgs\\_www/lgs\\_lick.html](http://www.llnl.gov/urp/science/lgs_www/lgs_lick.html)

7. <http://www2.keck.hawaii.edu:3636/realpublic/inst/ao/ao.html>

Le groupe de l'Université d'Arizona se tourne au contraire vers un laser continu à colorant pour le *Multiple Mirror Telescope* (MMT) de 6.5 m de diamètre. Des tests ont été effectués avec un laser d'une puissance de 3 W (Ge *et al.*, 1998) mais leur but est d'utiliser à terme un laser de 10 W.

Enfin, des expériences ont aussi été menées par l'Université de Chicago avec un laser à colorant continu puis avec un laser à sommation de fréquence. Ce système installé au *Apache Point Observatory*, appelé ChAOS (Chicago Adaptive optics System<sup>8</sup>, voir (Kibblewhite *et al.*, 1994; Kibblewhite & Shi, 1998)) a été testé avec succès au télescope.

Du côté européen, les équipes des Max Planck d'Heidelberg et de Garching (en Allemagne) décident de construire un système d'optique adaptative avec étoile laser au milieu des années quatre-vingt-dix. Ils achètent un laser sodium continu à colorant et le modifient pour obtenir une puissance de sortie maximale. Leur système d'OA avec étoile laser (EL), appelé ALFA est installé au foyer d'un télescope de 3,5 m à Calar-Alto en Espagne (Quirrenbach *et al.*, 1997; Davies *et al.*, 1998a,b, 1999).

Avec l'arrivée des télescopes de 8-10 m, la course au laser reprend. Le premier système construit est le laser du *Keck Observatory*. Les autres grands observatoires ont tous un projet d'étoile laser pour les prochaines dix années. Le *Gemini Observatory*<sup>9</sup> hésite toujours entre un laser pulsé et un laser continu, mais l'utilisation du sodium semble par contre acquise. Du côté européen, l'Observatoire Européen Austral a choisi un laser continu sodium semblable à celui de l'Institut Max Planck. Des développements internes ont lieu actuellement pour utiliser des fibres pour transporter le faisceau laser jusqu'au miroir secondaire du télescope. *Subaru Observatory*<sup>10</sup> et le *Large Binocular Telescope*<sup>11</sup> semblent opter pour une solution étoile Rayleigh.

Cependant, même si tous les grands télescopes construisent de tels systèmes, l'étoile laser a été peu utilisée scientifiquement. Des résultats avec le système ALFA<sup>12</sup> sont juste publiés (Davies *et al.*, 1999). Une édition spéciale de *Experimental Astronomy* est consacrée à ces résultats. Le *Starfire Optical Range* a aussi publié quelques articles scientifiques dernièrement en utilisant une étoile artificielle pour référence (e.g. Barnaby *et al.*, 2000).

### 1.3.2 Création d'une étoile artificielle

La création d'une étoile artificielle (EA) est le résultat de l'absorption et de la réémission des photons du faisceau laser. Les photons peuvent être absorbés par :

- des molécules et des aérosols pour des altitudes inférieures à 70 km. La diffusion dominante est alors de type Rayleigh – diffusion par des molécules de l'air – et la densité

8. <http://astro.uchicago.edu/chaos/>

9. <http://www.gemini.edu/sciops/instruments/adaptiveOptics/AOIndex.html>

10. <http://www.subaru.naoj.org/Introduction/instrument.html>

11. <http://medusa.as.arizona.edu/lbtwww/instrume.html>

12. [http://www.mpe.mpg.de/www\\_ir/ALFA/](http://www.mpe.mpg.de/www_ir/ALFA/)

de l'atmosphère diminuant avec l'altitude, cette diffusion est maximale dans les premiers kilomètres (jusqu'à 20 km environ). La diffusion de Mie a lieu aussi en basse atmosphère (diffusion par les aérosols).

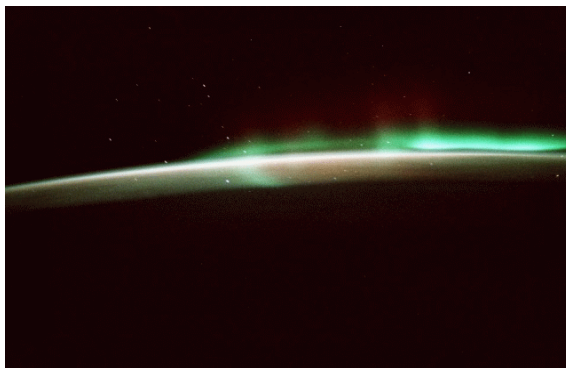
- entre 80 et 120 km, l'étoile artificielle est créée par diffusion résonnante des photons par les atomes de sodium. Un laser réglé sur la longueur d'onde de la raie  $D_2$  est propagé jusqu'à la couche d'atomes de sodium. Les photons sont absorbés par les atomes de sodium au niveau fondamental et rétro-diffusés lors de la désexcitation de l'atome à la même longueur d'onde que précédemment.

Je limiterai ma description de la diffusion de Rayleigh et de Mie à ces quelques lignes, mais je vais présenter plus précisément la couche de sodium et les propriétés physiques et chimiques des atomes de sodium (paragraphe 1.3.3). Les limitations de l'étoile laser seront abordées aux paragraphes 1.3.5 et 1.3.6).

### 1.3.3 La couche de sodium et sa variation

La couche de sodium évolue entre 80 et 120 km. Elle a une épaisseur d'environ 10 km et une distribution verticale approximativement gaussienne.

Une façon non-inhabituelle de l'observer est de regarder la couche de sodium par la tranche, la nuit. C'est ce que font parfois les astronautes de la navette spatiale. Les atomes de sodium situés autour de 100 km subissent les radiations solaires journalières. La nuit, une lueur orange est visible : c'est la diffusion des atomes irradiés à  $0,58 \mu m$ . Même si cette lueur est permanente, elle est tellement faible que seules les observations par la tranche de cette couche de sodium permettent la détection de la lueur orangée. De nom-



**FIG. 1.18:** *Vue de l'atmosphère terrestre par la tranche. Deux phénomènes sont visibles : la partie droite verte la plus brillante est une aurore australe. Le second phénomène est visible par une légère coloration verte sur la gauche de l'image et par une fine couche orangée. Ces deux émissions résultent de la radiation solaire journalière. Les atomes se situant autour de 100 km – atomes les plus hauts dans l'atmosphère – sont irradiés par les particules solaires ; l'oxygène émet cette coloration verte – à 557,7 nm – alors que les atomes de sodium radient à 580 nm. Image obtenue lors de la mission STS-101 de la navette spatiale Atlantis – page Internet NASA : <http://spaceflight.nasa.gov/gallery/images/shuttle/sts-101/html/sts101-304-030.html>.*

breuses études ont été effectuées pour déterminer les caractéristiques de la couche de

sodium. Megie & Blamont (1977) utilisent notamment un système lidar<sup>13</sup> et mesurent les variations de la couche de sodium sur une période de deux ans. Ils observent des changements saisonniers, des variations journalières mais aussi des variations en l'espace de quelques heures. La couche est plus dense en hiver et à haute altitude ; son minimum se situe aux latitudes moyennes. L'apport météoritique ne semble pas suffire à expliquer ces variations, car ces atomes de sodium sont entourés d'atomes de potassium, de fer, d'aluminium, de calcium et aucune variation saisonnière n'est visible sur des éléments comme le potassium, pourtant provenant aussi d'un apport météoritique. Aussi certains auteurs (Kibblewhite, 2000a) ont proposé l'idée d'un apport du sodium des océans même si le processus est inconnu. La densité maximale de sodium est de l'ordre de  $3 \times 10^3 \text{cm}^{-3}$ . Clemesha (1995) étudie aussi les variations et propose quelques mécanismes physiques pouvant créer les couches sporadiques observées.

Les couches sporadiques sont très minces et ont des concentrations de 2 à 20 fois supérieures à la couche de sodium (plus de  $2 \times 10^4 \text{cm}^{-3}$ ). Elles atteignent leur densité maximale en des temps compris entre 2 et 20 minutes.

Ces couches sporadiques représentent une quantité supplémentaire de matériaux qui ne proviennent pas de la couche moyenne. Leur origine est mal connue, même si plusieurs hypothèses ont été proposées :

- L'origine météoritique peut être envisagée. Les météorites entrant dans l'atmosphère sont brûlées vers 90 km. Elles forment ainsi une couche épaisse. Clemesha *et al.* (1988) suggèrent une redistribution de la couche épaisse en couche fine par l'action de vents. Cependant, de tels vents généreraient une couche horizontale très allongée voire hélicoïdale qui n'est pas observée.
- La neutralisation des ions métalliques pourrait expliquer la présence des couches sporadiques s'il y avait une concentration suffisante d'ions  $\text{Na}^+$  dans l'atmosphère ce qui n'est pas le cas (Hansen & von Zahn, 1990; Kane *et al.*, 1993).
- Les particules des aurores pourraient, en bombardant les aérosols, libérer des atomes de sodium. Cependant, ceci ne permet pas d'expliquer la présence de couches sporadiques aux moyennes et faibles latitudes.
- La redistribution des atomes ambiants vers les hautes couches de l'atmosphère grâce aux ondes gravitationnelles a été étudiée par Kirchhoff & Collis (1989). Les ondes gravitationnelles pourraient produire des vents verticaux de large amplitude. Cependant, la magnitude du vent requise est anormalement grande.
- von Zahn & Murat (1990) ont suggéré que la dissociation du  $\text{NaHCO}_3$  serait une source de couches sporadiques de sodium. Cependant, aucun modèle atmosphérique ne prévoit la présence de  $\text{NaHCO}_3$  en quantité suffisante à de telles altitudes et ce mécanisme n'explique pas l'étroitesse des couches sporadiques.

Aucune des explications proposées n'est suffisante pour décrire complètement le phénomène des couches sporadiques. Même si de nombreuses campagnes de mesures ont

---

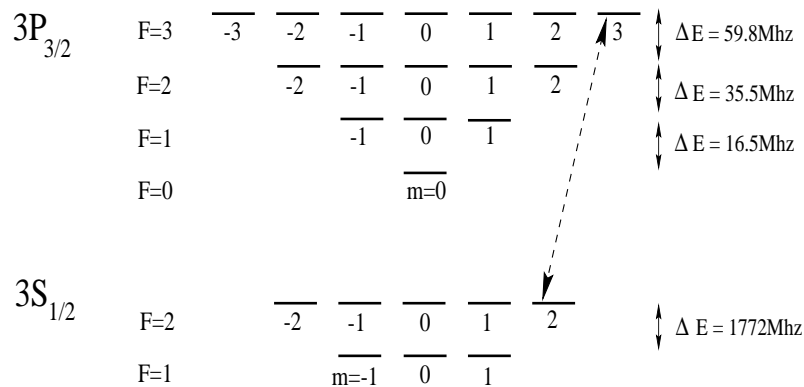
13. Light Detection And Ranging. Système optique équivalent au radar

été menées ces dernières années, la qualité des données ne permet pas d'expliquer la formation de la couche de sodium et des couches sporadiques en détail. Je vais maintenant présenter les propriétés atomiques de l'atome de sodium.

### L'atome de sodium

L'atome de sodium a pour nombre atomique  $Z=11$ . Son niveau fondamental est en configuration  $3s$ , avec un électron de valence. Les niveaux inférieurs  $1s$ ,  $2s$  et  $2p$  sont très stables, leur structure étant similaire à celle des gaz nobles. Par conséquent, lorsqu'un atome de sodium à l'état fondamental absorbe un photon, il passe à l'état  $3p$ . La transition  $D_2$  a donc lieu entre les niveaux d'énergie  $3S_{1/2}$  et  $3P_{3/2}$ .

En raison du champ géomagnétique, les niveaux d'énergie sont dédoublés en 24 sous états magnétiques. La raie  $D_2$  du sodium est le résultat de multiples transitions possibles entre les 8 sous-états magnétiques du niveau fondamental  $3S_{1/2}$  et les 16 sous-états magnétiques du niveau excité  $3P_{3/2}$ . Ceux-ci sont représentés à la figure 1.19.



**FIG. 1.19:** La raie  $D_2$  du sodium et ses 24 niveaux hyperfins. La flèche en pointillés indique la transition résonnante d'un atome de sodium irradié par une lumière polarisée circulairement.

Les sous-états magnétiques du niveau fondamental sont divisés en deux composants hyperfins séparés de 1,772 GHz. Les 16 sous-états magnétiques du premier niveau excité sont placés sur 4 niveaux hyperfins séparés seulement de quelques dizaines de MHz. Par conséquent, toutes les transitions atomiques sont contenues dans deux groupes définis par la valeur du moment angulaire total dans l'état fondamental ( $F=1$  ou  $F=2$ ).

Plusieurs articles décrivent les propriétés des atomes de sodium et déduisent le nombre de photons retournés selon le type de laser utilisé. Bradley (1992) calcule le nombre de photons retournés en utilisant un laser composé d'un ensemble d'impulsions groupées. Il montre qu'en modulant celui-ci l'excitation moyenne des atomes de sodium est augmentée, et qu'un laser polarisé circulairement augmente aussi le nombre de photons retournés.

Le temps de vie radiatif d'un atome de sodium excité par processus spontané est  $\tau = 16$  ns. La raie a donc une largeur de  $1/(2\pi\tau) = 10$  MHz.

La température du milieu n'étant pas nulle – la mésosphère a une température moyenne de 200 K – les atomes sont en mouvement. Lorsqu'ils absorbent ou émettent des photons correspondant à la transition d'énergie  $\lambda_0 = 589$  nm, la fréquence des photons est décalée d'une quantité  $v_z/\lambda_0$  où  $v_z$  est la vitesse des atomes le long de la ligne de visée. La largeur Doppler de la raie est égale à :

$$\Delta\nu_D = \frac{1}{\lambda_0} \left( \frac{2k_B T}{M_{Na}} \right)^{1/2} \quad (1.50)$$

et la largeur à mi-hauteur de la raie :

$$FWHM = 2\Delta\nu_D (\ln 2)^{1/2}. \quad (1.51)$$

Sachant que la masse d'un atome de sodium est égale à  $M_{Na} = 3,84532 \cdot 10^{-26}$  kg, et que  $k_B$  est la constante de Boltzmann, on déduit qu'à 200 K, la largeur à mi-hauteur de la raie est 1,07 GHz.

#### *Section efficace d'un atome de sodium*

Si l'on suppose que tous les sous-états magnétiques sont également remplis initialement, on peut utiliser l'équation 10 de Milonni *et al.* (1998) et déterminer la section efficace  $\sigma(\nu)$  de la raie  $D_2$  de l'atome de sodium en fonction de la fréquence relative à la transition  $3S_{1/2} \rightarrow 3P_{3/2}$  (figure 1.20). On a :

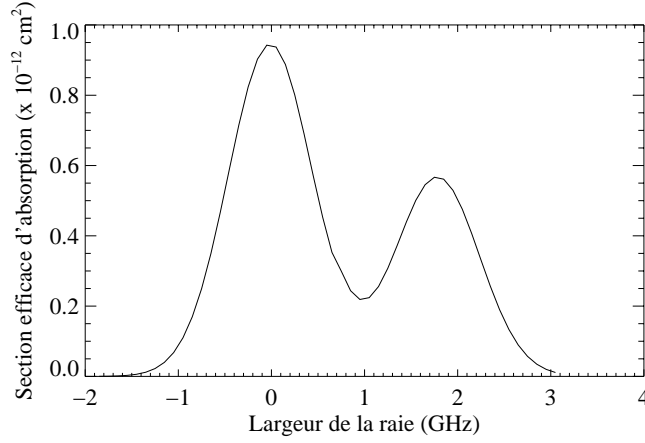
$$\sigma(\nu) = \frac{\lambda^2 A_\tau g_2}{8\pi g_1} \left[ \frac{5}{8} S_1(\nu) + \frac{3}{8} S_2(\nu) \right] \quad (1.52)$$

$$S_j(\nu) = \frac{1}{\pi^{1/2} \Delta\nu_D} \exp\left(-\left(\frac{\nu - \nu_j}{\Delta\nu_D}\right)^2\right) \quad (1.53)$$

$S_j(\nu)$  est le profil de raie lorsque la distribution des particules est maxwellienne.  $g_1$  et  $g_2$  réfèrent au nombre de sous-états magnétiques au niveau fondamental ( $g_1 = 8$ ) et au premier niveau excité ( $g_2 = 16$ ).  $A_\tau$  est le temps de désexcitation ( $A_\tau = \tau^{-1}$ ),  $\nu_0 = c/\lambda_0$  et  $\nu_0 = \nu_0 + 1,772 \times 10^6$  Hz. La raie de sodium a finalement une largeur à mi-hauteur d'environ 3 GHz. Cependant, l'utilisation d'un laser continu impose de regarder si le temps de collision, le champ géomagnétique, le temps de diffusion et le temps d'immobilité de l'atome affectent la répartition sur les différents niveaux.

#### **La population des niveaux et ses variations**

Sous l'action d'un laser continu polarisé, un pompage optique a lieu dans l'atome de sodium favorisant la transition (F=2)  $\leftrightarrow$  (F=3) : ces deux niveaux de l'atome de sodium



**FIG. 1.20:** Section efficace de la raie  $D_2$  de l'atome de sodium (en  $\text{cm}^2$ ) en fonction de la fréquence relative à la transition  $3S_{1/2} \rightarrow 3P_{3/2}$  (en GHz). La transition est à la fréquence  $c/\lambda_0$ ,  $c$  étant la vitesse de la lumière et  $\lambda_0 = 589 \text{ nm}$ . Ce calcul est effectué pour une radiation de faible puissance non polarisée (il n'y a pas de saturation).

sont préférentiellement peuplés. Le taux moyen d'émission/absorption stimulée est alors égal à :

$$R_a = \frac{\sigma_{abs} I}{h\nu}, \quad (1.54)$$

où la section efficace d'émission/absorption stimulée  $\sigma_{abs}$  est

$$\sigma_{abs} = \frac{3\lambda_0^3 A_\tau S(\nu)}{8\pi}, \quad (1.55)$$

et  $S(\nu)$  est la valeur de la raie Doppler au centre (en  $\nu_j$ , équation 1.53) :

$$S(\nu_j) = \frac{1}{\pi^{1/2} \Delta\nu_D}. \quad (1.56)$$

On obtient finalement en rassemblant les équations 1.54, 1.55 et 1.56 :

$$R_a = \frac{3\lambda_0^3 A_\tau}{16\pi^2 \hbar c} \frac{1}{\text{FWHM}} \sqrt{\frac{4 \ln 2}{\pi}} I. \quad (1.57)$$

En utilisant la relation  $P = \pi a^2 I / T_0 4 \ln 2$ , on déduit un taux moyen de  $1,5 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$  soit une échelle de temps de  $66 \mu\text{s}$  avec un laser de puissance  $P = 5 \text{ W}$ , une tache  $a = 1 \text{ m}$  et  $T_0 = 0,8$ ,  $\Delta\nu_D = 1 \text{ GHz}$ ,  $\lambda_0 = 589 \text{ nm}$ ,  $A_\tau = 1/(16 \text{ ns})$ .

Cependant, plusieurs effets peuvent diminuer ce pompage comme le montrent Milonni *et al.* (1999) et donc réduire l'intérêt d'un faisceau polarisé. Je vais les exposer brièvement.

#### *Le champ géomagnétique*

Le champ terrestre est de l'ordre de  $0,51 \text{ G}$ . Il interagit avec le moment angulaire  $F$  de chaque atome. Il ne peut donc pas engendrer des transitions entre des niveaux de moments



angulaires et/ou d'énergies différents. Le champ géomagnétique agit sur les sous-niveaux magnétiques d'un même niveau d'énergie tel le niveau  $F=1$  de l'état  $3S_{1/2}$  par exemple. Le temps de redistribution est de l'ordre de  $1 \mu\text{s}$  selon Milonni *et al.* (1999) et  $3 \mu\text{s}$  selon Happer *et al.* (1994).

Le temps magnétique est petit par rapport au temps d'émission/absorption stimulée. Son effet devient important seulement après quelques micro-secondes. Il produit alors des oscillations dans la population des deux états, réduisant le degré du pompage de plusieurs pourcents selon Milonni *et al.* (1999) dans certaines configurations.

#### *Temps de collision des atomes de sodium*

L'atome de sodium peut entrer en collision avec les autres atomes environnants, les deux principaux étant l'azote et l'oxygène. Milonni *et al.* (1999) estiment le temps de collision de l'ordre de  $100 \mu\text{s}$  voire légèrement plus. Happer *et al.* (1994) obtiennent un résultat légèrement inférieur avec  $66,7 \mu\text{s}$ . Ces collisions induisent une réorganisation du peuplement des sous-niveaux de l'état  $3S_{1/2}$ , ce qui diminue l'effet précédemment décrit du champ géomagnétique.

#### *Le recul d'un atome*

Lorsqu'un atome émet ou absorbe de façon stimulée un photon d'énergie  $E = h\nu$ , son moment cinétique est augmenté d'une valeur  $\pm\hbar k$  dans la direction de propagation du laser. La fréquence de résonance de l'atome est alors déplacée. On peut estimer ce changement de fréquence par :

$$\nu_{\text{recul}} = \frac{\hbar k}{M_{\text{Na}}} \frac{\sigma_{\text{abs}}(\nu) I}{h\nu} \quad (1.58)$$

Afin de faire une estimation conservatrice, on considère que la section efficace est égale à  $\sigma_{\text{abs}}(\nu) = \lambda^2/2\pi$ , expression utilisée pour un atome radiativement large, à deux niveaux. Cette estimation donne des valeurs deux fois supérieures à celles obtenues avec l'équation 1.55.

La fréquence de recul est avec une puissance de  $5 \text{ W}$  de l'ordre de  $0,017 \text{ MHz} \cdot \mu\text{s}^{-1} \sim 1,7 \text{ MHz}$  après  $100 \mu\text{s}$  – ordre de grandeur du temps de collision. La fréquence de recul est le cinquième de la largeur de bande radiative. En supposant que les collisions thermalisent les vitesses atomiques, cet effet peut être négligé à de telles puissances pour les lasers continus.

#### *Le temps de stationnarité d'un atome*

La rotation de la Terre induit un mouvement de la mésosphère au niveau de l'équateur d'environ  $650 \text{ cm/s}$ . Le temps d'immobilité de la tache laser est de  $80 \text{ ms}$  pour  $50 \text{ cm}$ , ce qui est largement supérieur au temps de relaxation d'un atome et est donc négligeable

aussi bien pour Milonni *et al.* (1999) que pour Happer *et al.* (1994).

L'utilisation d'un laser polarisé circulairement permet d'optimiser la transition :

$$(F = 2) \leftrightarrow (F = 3).$$

Seul le champ géomagnétique et les collisions agissent sur cette optimisation mais de manière réduite.

### Le nombre de photons rétro-diffusé

On peut estimer le nombre de photons rétro-diffusé par la couche de sodium en calculant une limite supérieure et inférieure. On considère un laser à bande passante étroite, réglé sur la transition entre les états  $3S_{1/2}$  et  $3P_{3/2}$ .

La première simplification est de supposer que le pompage optique est complet et que le laser est polarisé circulairement ce qui donne une limite supérieure au nombre de photons retournés. Chaque atome est traité comme un système à deux états :  $3S_{1/2}$  et  $3P_{3/2}$ . La probabilité d'être à un état  $p$  excité sans saturation est  $P_p = A_\tau p$ . Donc le nombre de photons retournés par unité de surface est :

$$R_{cw} = \frac{T_0 C_s}{4\pi z^2} A_\tau \underbrace{\int \int dx dy \beta \bar{p}}_{=P_p} \quad (1.59)$$

En remplaçant par l'équation 1.57, on obtient :

$$R_{cw_{sup}} = 1,5 \frac{T_0 C_s}{4\pi z^2} \frac{3\lambda^3 A_\tau}{16\pi^2 \hbar c} \frac{1}{\text{FWHM}} \sqrt{\frac{4 \ln 2}{\pi}} T_0 P \quad (1.60)$$

avec  $P = (1/T_0) \int \int dx dy I(x, y)$ .

On peut aussi supposer que les huit états du niveau fondamental restent toujours peuplés comme à l'équilibre thermal. En ignorant les effets décrits précédemment, on utilise les taux d'émission/absorption donnés par Morris (1994) pour calculer les populations moyennes de chaque état :

$$R_{cw_{inf}} = \frac{3T_0^2 C_s A_\tau \lambda^3 P}{512\pi^3 z^2 \hbar c \text{FWHM}} \sqrt{\frac{4 \ln 2}{\pi}} \sum_{F'} \sum M \beta_{F', M+1} \frac{A_\tau(F, M+1 \rightarrow 2, M)}{A_\tau} \quad (1.61)$$

Milonni *et al.* (1999) ont comparé ces résultats avec des mesures expérimentales faites par Ge *et al.* (1998), la limite inférieure est quasiment identique aux mesures. Avec une puissance de 5 W, on obtient :

$$R_{cw_{inf}} = 550 \text{ photons.cm}^{-2}.\text{s}^{-1},$$

$R_{cw_{sup}} = 1840 \text{ photons.cm}^{-2}.\text{s}^{-1}$ . La limite inférieure semble donner les résultats les plus proches des expériences déjà effectuées.

### 1.3.4 Les lasers

J'ai énuméré au paragraphe 1.3.1 les différents lasers utilisés pour obtenir une étoile sodium. Je vais maintenant présenter un peu plus les caractéristiques de chacun (pour plus de renseignements, consulter Kibblewhite, 2000b). Trois types de laser sont utilisés :

- les lasers continus à colorant : leur milieu laser est un liquide contenant un colorant (une particule excitable). Ces molécules, une fois excitées, émettent sur un grand intervalle de longueur d'onde. On peut sélectionner la longueur d'onde désirée par des réglages optiques très précis (Davies *et al.*, 2000a).
- les lasers pulsés à colorant : ils sont obtenus en pompant optiquement les lasers à colorant. Un laser à vapeur de cuivre est généralement utilisé pour effectuer le pompage optique (Max *et al.*, 1997).
- les lasers à sommation de fréquence : ce type de laser a été spécialement développé pour la création d'étoile laser sodium. Deux lasers YAG infrarouges sont combinés dans un cristal optiquement non-linéaire. Le laser en sortie est à 589 nm. Le milieu est excité par la mise sous tension de lampe flash à des fréquences et des durées d'impulsion définies et reproductibles dans le temps (Jeys *et al.*, 1989).

Après avoir introduit les éléments générateurs de l'étoile laser, il me semble intéressant de décrire les problèmes liés à l'étoile laser. En effet, nous avons vu par quelques exemples (voir page 39) qu'avec une puissance émise de 5 W – pour un laser continu – on commençait à obtenir suffisamment de photons. De plus, les diverses expériences menées ces dernières années (décrites au paragraphe 1.3.1) confirment ces résultats.

On pourrait donc croire que le problème de couverture du ciel est résolu et que l'opération des systèmes d'OA est possible avec une étoile laser. Malheureusement, l'étoile laser apporte son lot de défauts, le principal étant l'indétermination du basculement du front d'onde, le second étant l'effet de cône.

### 1.3.5 La non-détermination du basculement

Le faisceau laser est propagé dans l'atmosphère jusqu'à 90 km et les photons sont rétro-diffusés par les atomes de sodium vers le télescope. Les photons effectuent un aller-retour dans l'atmosphère et par le principe du retour inverse de la lumière, l'information du basculement général du front d'onde est perdue (Foy *et al.*, 1989) : le basculement induit sur la tache laser par l'atmosphère lors de la propagation vers le sol a déjà agi sur la lumière du laser dans le sens inverse lors de la propagation du laser vers le haut ! L'information sur le basculement du front d'onde ne peut pas être retrouvée en utilisant une seule étoile laser monochromatique, comme le montrent Rigaut & Gendron (1992).

Plusieurs méthodes ont été proposées pour mesurer ce basculement :

- Une étoile naturelle de magnitude assez faible (magnitude 18 en bande K pour 50 % de réduction de rapport de Strehl) permet de mesurer uniquement le basculement ; on

peut lever l'indétermination du tip-tilt et améliorer la couverture du ciel. Cependant, le nombre d'objets scientifiques observables est toujours faible (cf Olivier & Gavel, 1994; Le Louarn *et al.*, 1997).

- L'utilisation d'une étoile artificielle polychromatique a été proposée par Foy *et al.* (1995). Un prototype a été développé et est décrit par Schoeck *et al.* (1999).
- De nombreuses autres méthodes ont été proposées pour mesurer le tip-tilt. Rigaut *et al.* (1992) proposent d'utiliser deux systèmes d'optique adaptative avec étoiles laser, un pour l'objet et l'autre pour l'étoile tilt de référence. Le principal problème est technique car il faut doubler l'ensemble des composants du système d'optique adaptative. Ragazzoni (1996b) détermine le basculement en utilisant la propagation à vitesse finie du laser mais déduit qu'il faut des télescopes auxiliaires de la taille du télescope principal pour pouvoir utiliser une puissance du laser raisonnable. Ragazzoni & Esposito (1999) proposent une simplification de la méthode décrite par Ragazzoni *et al.* (1995) en utilisant un laser pulsé et un seul télescope auxiliaire. La vitesse apparente de propagation du pulse laser est  $c/2$ , ce qui leur donne une vitesse angulaire de l'ordre de  $cd/2H^2$ ,  $d$  étant la distance entre les deux télescopes et  $H$ , l'altitude de la couche de sodium. Pour figer ce déplacement angulaire, il faut utiliser un CCD à transfert de trame dont la fréquence de transfert est  $206265 \times cd/2H^2(px)$ . Ils montrent que des fréquences raisonnables sont obtenues et que la distance minimale du télescope auxiliaire est de 36 m.

Je vais maintenant décrire les deux premières méthodes plus précisément.

#### *L'étoile artificielle polychromatique*

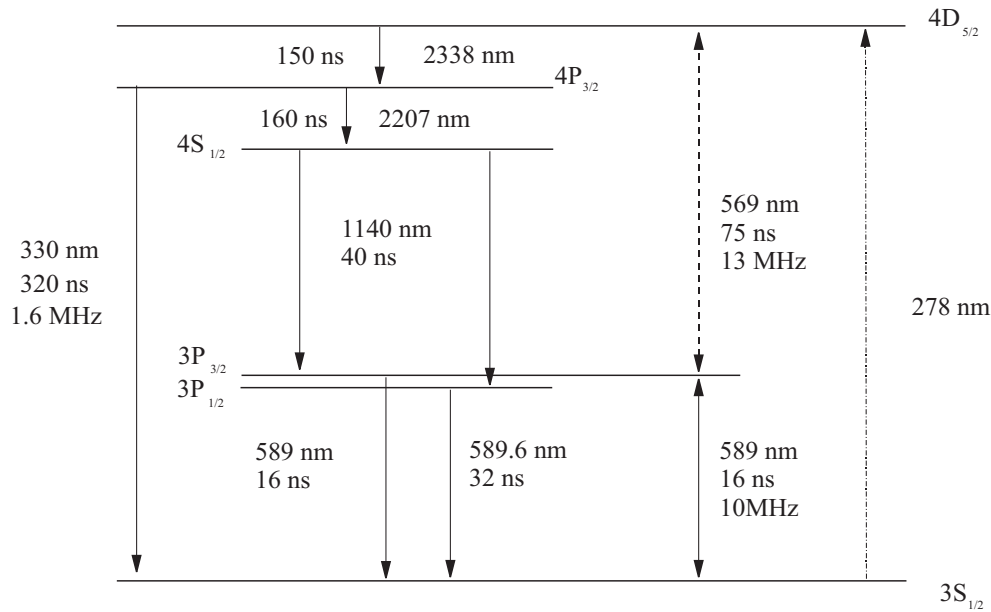
L'idée proposée par Foy *et al.* (1992, 1995) est d'utiliser un laser qui excite l'atome de sodium au niveau 4D de telle sorte que la rétro-diffusion ait lieu à plusieurs longueurs d'onde.

L'indice de l'air dépend de la température, comme nous l'avons vu auparavant. On considère habituellement que cette dépendance est unique, mais ceci n'est exact qu'en première approximation. En effet, l'indice de réfraction de l'air varie aussi avec des changements de pressions et la longueur d'onde, même si au premier ordre, l'effet est négligeable. En mesurant le centre de gravité de la tache laser à deux longueurs d'onde, on peut donc déterminer directement le tilt différentiel et déduire le tilt global par la relation suivante (Foy *et al.*, 1995) :

$$\theta = \Delta\theta \frac{n_i - 1}{\Delta n} \quad (1.62)$$

où  $\theta$  est le basculement du front d'onde,  $\Delta\theta$  la différence de basculement entre les deux longueurs d'onde,  $n_i$  est l'indice de réfraction de l'air et  $\Delta n$  est la différence d'indice de réfraction aux deux longueurs d'onde.

Foy *et al.* (1995) ont montré que la transition  $3 S_{1/2} - 4D_{5/2}$  était idéale pour obtenir des photons à des longueurs d'onde suffisamment séparées. L'excitation du niveau d'énergie



**FIG. 1.21:** Diagramme d'énergie de l'atome de sodium présenté dans Foy et al. (1995). Les longueurs d'onde correspondantes, le temps de radiation et la largeur des raies sont indiqués.

$4P_{3/2}$  des atomes de sodium permet d'obtenir des photons à 330 nm, 2,207 et  $1,14 \mu\text{m}$  tel qu'indiqué à la figure 1.21. Le niveau  $4D_{5/2}$  est atteint en utilisant deux lasers respectivement à 589 nm et 569 nm, pour exciter successivement les atomes au niveau  $3P_{3/2}$ , puis  $4D_{5/2}$ .

Plusieurs expériences ont été faites depuis 1995, elles sont décrites dans Friedman *et al.* (1996), Schoeck *et al.* (1999), Foy (2000), Schoeck *et al.* (2000) et Foy *et al.* (2000). La dernière expérience a eu lieu à Pierrelate (Drôme) en octobre 1999. Le but de l'expérience était de vérifier la quantité de photon retournée à 330 et 589 nm. Deux lasers de 25 W, pulsés à un taux compris entre 0 et 15 kHz ont été utilisés.

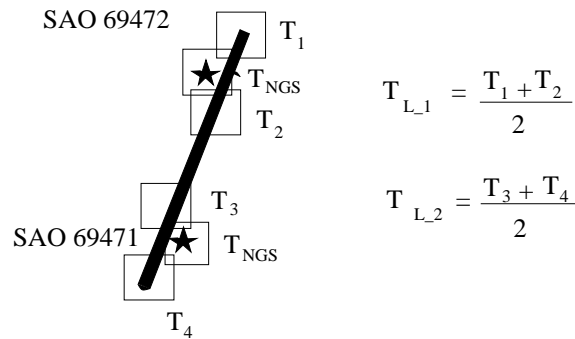
En comparant les flux obtenus avec les expériences PASS-1 et PASS-2, les auteurs considèrent que le système ELPOA (Etoile Laser Polychromatique et Optique Adaptative) serait capable d'avoir un flux retourné d'environ  $2 \times 10^5 \text{ photons.s}^{-1}.\text{m}^{-2}$ . Avec une telle puissance et un temps de cohérence du tip-tilt de 100 ms, ils obtiennent des rapport de Strehl de moins de 1% à 550 nm et de 15 % à  $2,2 \mu\text{m}$  en intégrant pendant environ 400 ms. Ils ont aussi estimé le gain qu'apporterait un flux deux fois plus grand. En supposant un flux moyen retourné de  $4 \times 10^5 \text{ photons.s}^{-1}.\text{m}^{-2}$ , l'équipe de Lyon estima les performances atteignables avec un laser à plus petit pulse en considérant le flux à 330 nm et 2300 nm. Un Strehl de 55 % devrait être obtenu à  $2,2 \mu\text{m}$  avec un  $r_0 = 10 \text{ cm}$ , un temps de cohérence de 175 ms et une vitesse de vent de  $10 \text{ m.s}^{-1}$ .

*Le cigare laser*

L'utilisation d'une étoile naturelle pour déterminer le basculement est difficile à appliquer par manque d'étoiles suffisamment brillantes. En effet, l'anisoplanétisme empêche d'utiliser des étoiles éloignées : dès que l'étoile de référence est plus loin que quelques secondes d'arc, les perturbations atmosphériques traversées ne sont plus identiques. Ragazzoni *et al.* (1995) proposent d'utiliser une tache laser très allongée – observée de côté par un télescope auxiliaire – comme un pont entre l'étoile naturelle guide la plus proche (mais déjà hors du champ d'anisoplanétisme) et l'objet scientifique. Le basculement est mesuré sur l'étoile guide et en deux endroits du cigare laser : près de l'objet scientifique et près de l'étoile naturelle. En première approximation :

$$T_{sc} = T_{L1} - (T_{L2} - T_{NGS}),$$

où  $T_{sc}$  est le basculement de l'objet scientifique,  $T_{L1}$  et  $T_{L2}$  sont les tilts en deux endroits opposés du cigare laser et  $T_{NGS}$  est la mesure pour l'étoile naturelle (EN). Esposito *et al.* (2000b) effectuèrent une expérience à Calar-Alto en Espagne afin de mesurer le tilt absolu. L'expérience est décrite à la figure 1.22. Le laser était tiré depuis le télescope 3,5 m, situé



**FIG. 1.22:** Croquis de l'expérience du cigare laser. L'étoile laser allongée relie les deux objets naturels séparés angulairement de plusieurs secondes d'arc. En mesurant le basculement du front en plusieurs endroits, on peut déterminer le tilt différentiel et donc basculement que subit l'étoile laser.

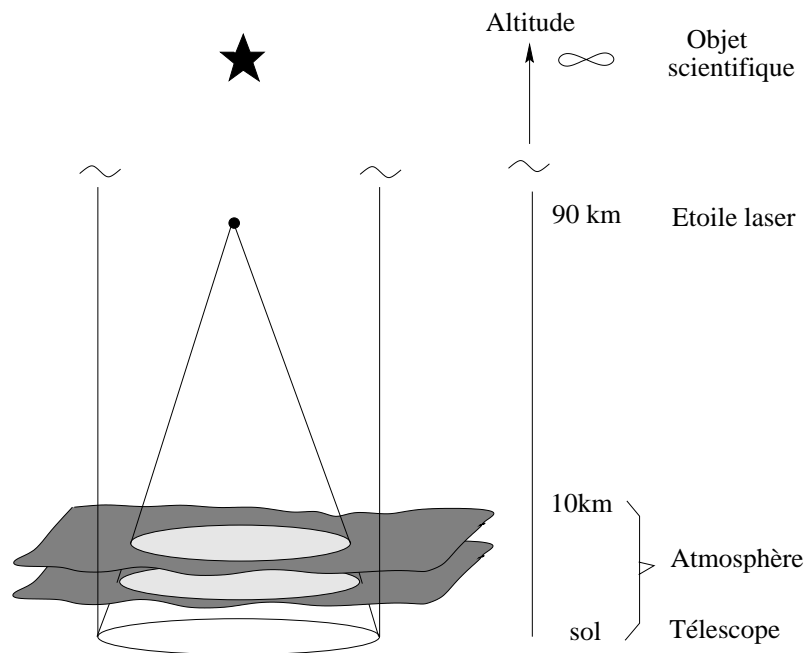
à environ 300 m du télescope 2,2 m où la caméra observait le cigare d'environ 70 arcsec de long. Le télescope étant focalisé sur l'étoile laser, les deux autres objets (SAO 69472 et SAO 69471) apparaissaient défocalisés. En mesurant le basculement en différents endroits du cigare et sur les deux objets, la technique peut être testée. Malgré une caméra à faible rendement quantique (inférieur à 3 %), la variance du tilt a été réduite de 50 % environ. Belen'kii *et al.* (1999) ont effectué le même type d'expérience au Starfire Optical Range et ont trouvé des résultats du même ordre de grandeur.

L'ensemble de ces méthodes est riche en idées nouvelles mais il semble difficile de les appliquer en temps réel pour corriger le basculement du front d'onde. Chacune nécessite en effet une quantité de matériel importante. Ainsi, la méthode de Ragazzoni nécessite deux télescopes auxiliaires déplaçables rapidement sur des centaines de mètres autour

du télescope. De plus, pour avoir un rapport signal à bruit suffisant, il est nécessaire d'intégrer au moins une seconde ce qui est beaucoup par rapport au temps d'évolution de l'atmosphère. L'étoile laser polychromatique a besoin d'un laser suffisamment puissant pour obtenir la rétro-diffusion aux différentes longueurs d'onde avec un signal à bruit suffisant. Il faut surtout arriver à obtenir des photons rétro-diffusés à 330 nm et à 2200 nm pour augmenter la qualité de correction. Cette méthode nécessite des temps d'intégrations de plusieurs centaines de millisecondes pour atteindre de tels rapports de Strehl. La méthode la plus sûre à l'heure actuelle est l'utilisation d'une étoile naturelle pour mesurer les bas ordres radiaux. Mais il est cependant nécessaire de trouver une technique plus astucieuse si l'on veut pouvoir un jour avoir une couverture du ciel totale.

### 1.3.6 L'effet de cône

L'anisoplanétisme focal, appelé aussi effet de cône est un autre problème majeur lié à l'utilisation d'une étoile artificielle laser.



**FIG. 1.23:** Effet de cône. Le laser étant rétro-diffusé depuis une altitude finie, l'étoile laser a une onde sphérique; elle ne traverse pas les mêmes parties des couches de l'atmosphère qu'une étoile naturelle ou plus généralement qu'un objet scientifique situé à l'infini. Cette différence induit des erreurs dans la correction de l'image scientifique, c'est l'effet de cône.

La couche d'atomes de sodium étant à une distance finie du sol, la lumière émise par les atomes de sodium en se désexcitant est une onde sphérique, de rayon égal à l'altitude d'émission des photons. Par contre, l'objet astrophysique est situé à l'infini, sa lumière est reçue sous forme d'onde plane (voir la figure 1.23). En utilisant une étoile artificielle pour estimer la perturbation atmosphérique, on suppose que l'objet scientifique subit la même perturbation que l'étoile guide. Or, l'onde sphérique ne traverse pas exactement les

mêmes zones de perturbations atmosphériques que l'onde plane : c'est l'effet de cône. On peut estimer facilement quelle est la différence de parcours entre l'objet scientifique et l'étoile laser à une altitude donnée. Si  $H_{LGS}$  est l'altitude de l'étoile artificielle,  $h_{max}$  est l'altitude maximale de la perturbation atmosphérique, la différence est :

$$D - D_{h_{max}} = D \times \left(1 - \frac{(H_{LGS} - h_{max})}{H_{LGS}}\right) \quad (1.63)$$

où  $D_{h_{max}}$  est le diamètre traversé par l'onde sphérique à l'altitude  $h_{max}$ . Avec  $h_{max} = 10$  km,  $H_{LGS} = 90$  km pour la couche de sodium,  $H_{LGS} = 15$  km pour la diffusion Rayleigh,  $D = 8$  m, on obtient :

- $D - D_{h_{max}} = 0,89$  m pour une étoile sodium,
- $D - D_{h_{max}} = 5,33$  m pour une étoile Rayleigh.

Cet effet est plus important lorsque les étoiles artificielles sont créées à basse altitude. La différence entre les deux ondes peut être estimée en terme de variance résiduelle :

$$\sigma_{\text{cône}}^2 = \frac{1}{\pi} \int d\rho W(\rho) \langle \{\phi(\rho R) - \phi_{LGS}(\rho R)\}^2 \rangle \quad (1.64)$$

$\sigma_{\text{cône}}^2$  étant proportionnel à  $D^{5/3}$ , on peut écrire :

$$\sigma_{\text{cône}}^2 = (D/d_0)^{5/3} \quad (1.65)$$

Pour connaître  $d_0$ , il faut déterminer les covariances  $\langle \phi^2(\rho R) \rangle$ ,  $\langle \phi_{LGS}^2(\rho R) \rangle$  et  $\langle \phi(\rho R)\phi_{LGS}(\rho R) \rangle$ . Tyler (1994) les détermina analytiquement et obtint ainsi l'expression de  $d_0$  :

$$d_0 = \lambda^{6/5} \cos^{3/5}(\Psi) \left[ \int dh C_n^2(h) F(h/H) \right]^{-3/5} \quad (1.66)$$

où  $\Psi$  est l'angle zénithal et  $F(h/H)$  est composée de fonctions hyper-géométriques :

si  $h < H$ , on a :

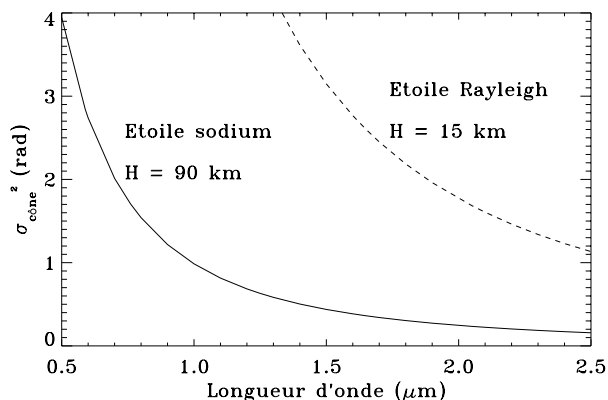
$$\begin{aligned} F(h/H) = & 16,71371210((1,032421640 - u0,8977579487) \\ & [1 + (1 - h/H)^{5/3}] - 2,168285442 \\ & \times \left\{ \frac{6}{11} {}_2F_1\left[\frac{-11}{6}, \frac{-5}{6}; 2; \left(1 - \frac{h}{H}\right)^2\right] \right. \\ & \left. - \frac{6}{11}(h/H)^{5/3} - u\frac{10}{11}(1 - h/H) \right. \\ & \left. {}_2F_1\left[-\frac{11}{6}, \frac{1}{6}; 3; \left(1 - \frac{h}{H}\right)^2\right]\right\}); \end{aligned} \quad (1.67)$$

si  $h > H$ , on a :

$$F(h/H) = 16,71371210(1,032421640 - u0,8977579487, \quad (1.68)$$

où  $u = 1$  si le piston et le basculement ne sont pas considérés. Cette erreur décroît avec la longueur d'onde et croît avec l'angle zénithal. La variation est représentée à la figure 1.24 pour les deux types étoiles artificielles considérés ci-dessus avec un télescope de 8 mètres de diamètre et des conditions atmosphériques moyennes ( $r_0 = 15$  cm). De la figure 1.24,





**FIG. 1.24:** Variance résiduelle due à l'effet de cône en fonction de la longueur d'onde pour une étoile artificielle Rayleigh et une étoile sodium au zénith avec des conditions atmosphériques moyennes ( $r_0 = 15$  cm) et un télescope de 8 m de diamètre. L'étoile Rayleigh introduit un très grand effet de cône même vers les longueurs d'onde infrarouge empêchant l'obtention d'une bonne correction des effets de l'atmosphère. La couche de sodium plus haute, permet d'avoir une meilleure correction dans l'infrarouge mais réduit les performances dans le visible dramatiquement.

on voit que l'effet de cône élimine la possibilité d'avoir un système dans les longueurs d'onde du visible pour un télescope de 8 m à moins de corriger cet effet.

Pour corriger l'effet de cône plusieurs auteurs ont proposés d'utiliser plusieurs étoiles laser. Tallon & Foy (1990), notamment, décrit les bases de la tomographie. Cette méthode utilise plusieurs étoiles artificielles placées à diverses positions au dessus du télescope afin de sonder toute l'atmosphère traversée par le front d'onde de l'objet scientifique. Contrairement aux méthodes décrites plus tard par Parenti & Sasiela (1994), cette technique a pour but de reconstruire l'atmosphère en 3 dimensions. Parenti & Sasiela (1994) utilisent aussi plusieurs étoiles laser mais reconstruisent seulement le front d'onde au niveau de la pupille du télescope. Les méthodes décrites par Parenti & Sasiela (1994) sont plus développées au chapitre 4 et la tomographie est présentée au chapitre 5.

### 1.3.7 Utilisation d'un laser, aspect opérationnel

Enfin, il est important de remarquer que l'opération d'un laser n'est pas facile. Plusieurs difficultés doivent être considérées :

- La pollution lumineuse et calorifique du laser lors de la propagation de celui-ci jusqu'au télescope auxiliaire, et lors de sa propagation dans l'atmosphère ne doit être négligée.
- La saturation de la couche de sodium est aussi un facteur important lors de l'utilisation des lasers pulsés (et peut-être même pour les lasers continus).
- La pollution lumineuse des sous-pupilles de l'analyseur par la diffusion Rayleigh est essentielle et limite la taille angulaire de celles-ci. La diffusion Rayleigh est étudiée pour le système d'optique adaptative NAOS et pour ALFA au chapitre 3.4 et dans Del-

plancke *et al.* (1998); Ageorges *et al.* (1999); Ageorges & Hubin (2000).

- L'élongation des taches laser dans chaque sous-pupille est aussi un problème évoqué dès 1992 par Beckers (1992). Il propose alors d'utiliser un laser pulsé et de décomposer le faisceau laser propagé grâce à la vitesse finie de celui-ci. En utilisant un laser continu, le phénomène existe toujours et quelques précautions doivent être prises. Je décris ce phénomène d'élongation et les conditions dans lesquelles il intervient au chapitre 3.
- La densité de la couche de sodium varie temporellement et par conséquent l'intensité de l'étoile laser aussi.
- Le télescope auxiliaire doit être doté un système d'ajustement de l'altitude de focalisation du laser pour tenir compte des variations d'altitude de la couche de sodium. Si les variations de l'altitude sont trop rapides, le Shack-Hartmann ne pourra pas faire la mesure correctement.
- Les aspects de maintenance du laser sont contraignants, un système laser étant très complexe.
- Le laser doit avoir un faisceau d'une bonne qualité optique et doit avoir une puissance suffisante.
- Le laser émet à une certaine longueur d'onde qui ne doit pas être utilisée pour les observations scientifiques par les télescopes voisins.
- La sécurité des personnes dans l'environnement du faisceau laser doit être assurée. Un système radar ou une caméra doit avertir lorsqu'un objet volant s'approche du faisceau laser.

J'ai voulu dans cette introduction présenter par ordre chronologique l'intérêt des étoiles artificielles en astronomie. Sans atmosphère, il n'y aurait pas de perturbation de phase et donc pas de système d'optique adaptative. Sans la nécessité d'une étoile de référence pour le système d'OA, l'étoile artificielle ne serait d'aucune utilité. C'est parce que l'atmosphère existe que les étoiles artificielles ont été inventées et qu'elles sont étudiées. Il est maintenant temps d'entrer dans les problèmes liés aux étoiles laser.



---

## Chapitre 2

# CAOS : Un outil de simulation des systèmes d'optique adaptative avec étoile laser

### 2.1 Présentation du logiciel

L'historique de ce code est lié au financement par la communauté européenne du programme *Training and Mobility of Researchers* «Laser Guide stars for 8 meter class telescopes». Différents logiciels existaient déjà tel le code de François Rigaut (Rigaut *et al.*, 1994) ou Lukin *et al.* (1995), Ellerbroek (1994), mais aucun n'était conçu modulairement et la création d'une étoile artificielle avec tir du faisceau laser n'était pas intégrée<sup>1</sup>.

CAOS (*Code for Adaptive Optics Simulation*) est un code modulaire qui permet l'étude de la plupart des systèmes d'optique adaptative aussi bien avec des étoiles guide artificielles que naturelles en utilisant des méthodes numériques. Il permet surtout de simuler séparément chaque sous partie des systèmes d'optique adaptative. L'ensemble du code est décrit dans un rapport technique du TMR (Carbillet *et al.*, 1999a) et a fait l'objet de plusieurs articles de conférences (Delplancke *et al.*, 1998; Carbillet *et al.*, 1999b).

Le code a été développé par une collaboration entre le groupe d'optique adaptative de l'Observatoire d'Arcetri situé à Florence en Italie et Françoise Delplancke et moi-même de l'ESO.

Le but était de permettre aux différents instituts impliqués dans le programme de TMR de modéliser certains problèmes spécifiques à l'étoile laser mais aussi tout système d'optique adaptative en général sans avoir besoin de comprendre les centaines de lignes du code et sans être un programmeur excellent en langage IDL<sup>2</sup>. J'ai utilisé ce code numérique pour

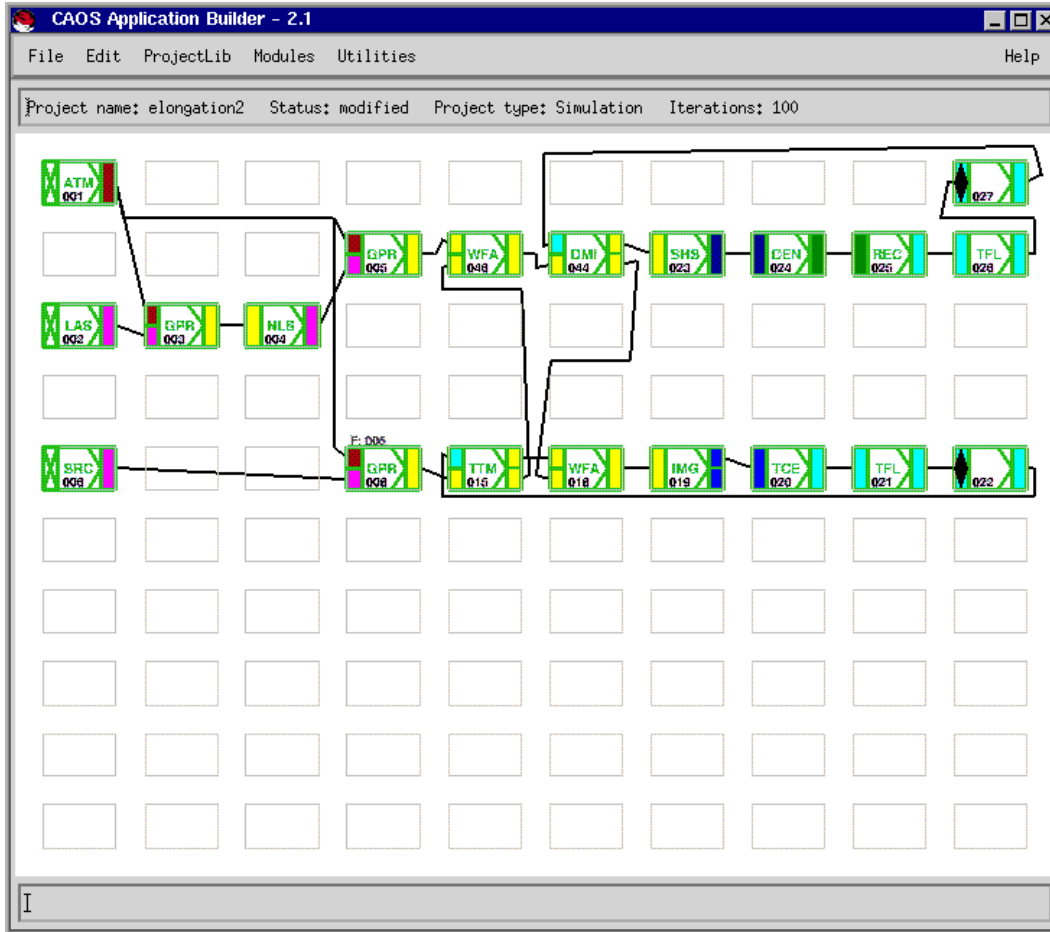
---

1. Les étoiles laser sont déjà simulées par Gavel *et al.* (1994); Gavel & Olivier (1994).

2. *Interactive Data Language* : langage adapté à une programmation aisée.

étudier l'effet de l'élongation de l'étoile laser (EL) sur la mesure des pentes (chapitre 3) et pour estimer les performances de la méthode 4 EL décrite au chapitre 4.

L'aspect graphique a été étudié attentivement. Les systèmes simulés sont définis en utilisant l'interface présentée à la figure 2.1. Chaque partie élémentaire d'un système d'op-



**FIG. 2.1:** Aspect de l'interface graphique du logiciel. Chaque petite boîte est un module. L'exemple présenté dans cette interface simule un système d'optique adaptative avec étoile laser. La ligne supérieure des modules simule le système de correction des modes d'ordre radial élevé alors que la partie inférieure représente la correction bas ordres obtenue par un quad-cell et un miroir tip-tilt.

tique adaptative est simulée par un module. Les données sont communiquées entre les différents modules par des structures de paramètres. Dans sa dernière version, ce logiciel contient une quinzaine de modules et quelques outils graphiques. Avant de présenter en détail la partie étoile laser, je vais décrire brièvement les modules accessibles.

## 2.2 L'optique adaptative vue par bloc

Lorsque l'on veut « découper » un système d'optique adaptative, l'idée de processus physique élémentaire intervient. Qu'est-ce qu'un *processus élémentaire*? Quel est son rôle? Un *processus élémentaire* est un élément réel comme un miroir ou un analyseur de

front d'onde. Cela peut être aussi l'atmosphère. Le module associé au processus élémentaire simule numériquement **la fonction de l'élément en réalité**.

### 2.2.1 L'atmosphère

L'atmosphère (module ATM) est simulée par plusieurs couches extrêmement fines – appelées écrans de phase – placées à différentes altitudes. Ces écrans de phase suivent le spectre de Kolmogorov (équation 1.4) ou de von Kármán (équation 1.10) selon le choix de l'utilisateur. La génération de ces écrans peut être effectuée par une technique utilisant la transformée de Fourier et des sous-harmoniques ou par une technique utilisant les polynômes de Zernike. Le module atmosphère sert uniquement à définir les paramètres atmosphériques comme le diamètre de Fried  $r_0$ ,  $\tau_0$  et  $\mathcal{L}_0$  et à générer les écrans de phase. Le pas d'échantillonnage est déduit de la taille (en mètre et en pixel) de chaque écran de phase.

#### *Calcul des écrans par transformée de Fourier rapide*

Dans l'approximation des faibles perturbations, le spectre des fluctuations de phase est décrit par l'équation 1.10.

L'écran de phase est la transformée de Fourier (FFT) inverse d'une exponentielle complexe d'un angle  $\theta$ . La phase en  $(i, j)$  est définie par :

$$\phi_L(i, j) = \sqrt{2}\sqrt{0.0228}\left(\frac{L}{r_0}\right)^{\frac{5}{6}} \left\{ \text{TF}^{-1} \left[ \left( k^2 + l^2 + \left(\frac{L}{\mathcal{L}_0}\right)^2 \right)^{-\frac{11}{12}} \exp \{i\theta(k, l)\} \right] \right\} \quad (2.1)$$

où  $i$  et  $j$  sont les indices dans l'espace direct et  $k$  et  $l$  sont les indices dans l'espace de Fourier. Le caractère  $i$  de l'exponentielle indique l'aspect imaginaire,  $\theta$  est la phase distribuée aléatoirement entre  $\pi$  et  $-\pi$ ,  $L$  est la longueur de l'écran simulé.

Cependant en utilisant cette expression, les fréquences inférieures à  $1/L$  ne sont pas représentées dans l'écran de phase. Lane *et al.* (1992) proposent une technique pour ajouter numériquement des sous-harmoniques. Pour  $n$  sous-harmoniques ajoutées, l'expression d'un écran devient :

$$\phi_{3L}^n(i, j) = \sqrt{2}\sqrt{0.0228}\frac{1}{3^n}\left(\frac{L}{r_0}\right)^{\frac{5}{6}} \left\{ \text{TF}^{-1} \left[ \left( k^2 + l^2 + \left(\frac{L}{\mathcal{L}_0}\right)^2 \right)^{-\frac{11}{12}} \exp \{i\theta(k, l)\} \right] \right\} \quad (2.2)$$

où  $k$  et  $l$  sont les indices dans l'espace de la transformée de Fourier. Cette méthode permet d'ajouter des fréquences spatiales basses aux écrans de phase obtenus par la méthode classique.

#### *Nombre de sous-harmoniques optimal*

La détermination du nombre de sous-harmoniques est effectuée de la manière suivante. Si toutes les fréquences sont prises en compte, le spectre de puissance est intégré de 0 à

l'infini et on suppose que le nombre de pixel est infini. La puissance totale intégrée est égale à :

$$\int_0^\infty \int_0^\infty \Phi_\phi(\nu_x, \nu_y) d\nu_x d\nu_y = \frac{6\pi}{5} 0.0228 \left(\frac{\mathcal{L}_0}{r_0}\right)^{\frac{5}{3}} \quad (2.3)$$

Si maintenant on intègre de  $\nu_{x,lim}, \nu_{y,lim}$  à l'infini (ce qui est le cas pour un écran de taille finie on l'a vu juste avant), un terme  $\alpha_\phi = (1 + \nu_{lim}^2 \mathcal{L}_0^2)^{-\frac{5}{6}}$  intervient en plus par rapport à l'équation 2.3. Lorsque l'on ajoute des sous-harmoniques,  $\nu_{lim}$  est égal à  $1/3^n L$ . On peut alors déduire le nombre  $n$  de sous-harmoniques nécessaire pour obtenir le facteur  $\alpha_\phi$  défini (égal à 0,99 par exemple). On a :

$$n_{so} = \frac{1}{\ln 3} \ln \left[ \frac{\mathcal{L}_0}{L} \left( \alpha_\phi^{-\frac{6}{5}} - 1 \right)^{-\frac{1}{2}} \right]. \quad (2.4)$$

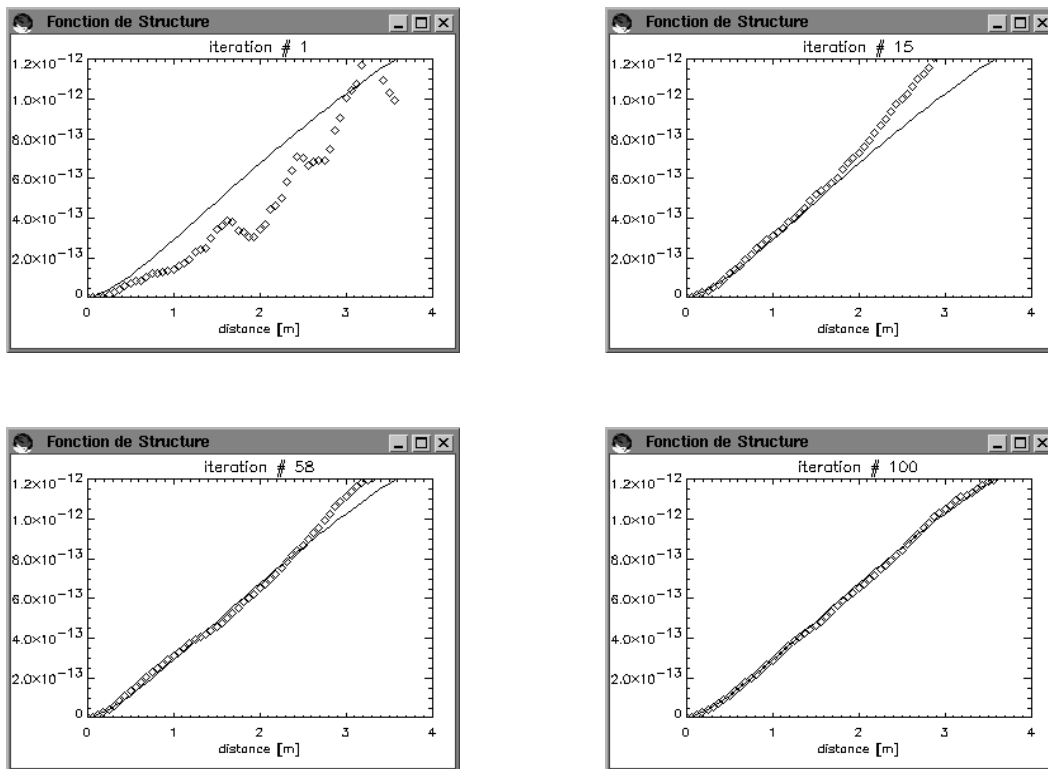
Contrairement aux simulations utilisant les polynômes de Zernike, le calcul des écrans par transformée de Fourier permet de travailler sur une base carrée et donc de faire évoluer temporellement ces écrans de phase en les déplaçant dans certaines directions. L'atmosphère simulée vérifie statistiquement la fonction de structure demandée. Le nombre d'écrans statistiquement indépendants peut être déterminé pour certaines conditions de simulations en utilisant le module STF (*Structure Transfert Function*). La figure 2.2 montre la forme de la fonction de structure pour différents nombres d'écrans considérés. La simulation est effectuée sur une pupille de 8 m avec  $r_0 = 20$  cm et  $\mathcal{L}_0 = 20$  m. Le trait plein indique la forme de la fonction de structure théorique et la courbe composée de petits carrés est la fonction de structure obtenue avec 1, 15, 58 et 100 écrans statistiquement indépendants. La convergence est atteinte avec 100 écrans de phase. Les variations temporelles ne peuvent être simulées qu'à partir de la méthode de calcul d'écrans par transformée de Fourier.

### *Calcul d'écrans à l'aide de polynômes de Zernike*

Cette deuxième méthode utilise directement les polynômes de Zernike définis au paragraphe 1.1.3 à la page 11. L'écran de phase est obtenu en calculant la somme des  $(j_{max} - 1)$  premiers polynômes pondérés des coefficients  $a_j$  (équation 1.26). La matrice de covariance décrite par Roddier (1990) est utilisée pour que statistiquement, les écrans de phase aient une fonction de structure de type Kolmogorov.

### **2.2.2 La source**

Ce module (appelé SRC) permet de définir une source standard (étoile ponctuelle ou objet étendu) située à l'infini ou à distance finie. La magnitude de l'objet, son type spectral et ses coordonnées angulaires sont choisies via l'interface graphique. Grâce à la possibilité d'utiliser un objet étendu, l'utilisateur peut simuler une galaxie ou une étoile laser en les approximant à une ellipse. Il est aussi possible d'introduire des images externes au code en format .fits, en fournissant leur résolution en secondes d'arc.



**FIG. 2.2:** Ces quatre images montrent le nombre d'écrans nécessaires pour que statistiquement ceux-ci vérifient la fonction de structure de von Kármán. De gauche à droite et de haut en bas il y a respectivement 1, 15, 58 et 100 écrans statistiquement indépendants utilisés pour calculer la fonction de structure. Le trait plein indique la forme de la fonction de structure théorique et la courbe composée de petits carrés indique la fonction de structure obtenue avec respectivement 1, 15, 58 et 100 écrans statistiquement indépendants.

### 2.2.3 La propagation

Ce module (GPR) utilise les hypothèses de faibles perturbations (voir le paragraphe 1.1, page 1).

Les effets de la diffraction sont négligés. Le front d'onde observé par le télescope est le résultat de l'addition des différents écrans de phase. Le télescope définit le centre  $O$  du référentiel  $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ . La source est à la position angulaire  $(\theta, \gamma, z)$ , en coordonnées sphériques, où  $z$  est soit infini soit égal à l'altitude de l'objet artificiel. On détermine les coordonnées de l'objet pour chaque écran de phase en fonction de l'altitude des écrans et de la position de l'objet par rapport au télescope principal.

Le module GPR simule l'évolution de chaque écran de phase en calculant la translation nécessaire à effectuer sur chacun. Si l'objet est situé à distance finie, un facteur de grossissement intervient aussi pour simuler la propagation sphérique du front d'onde. Il faut ensuite calculer les images obtenues sur la caméra de l'analyseur de front d'onde.

### 2.2.4 L'analyseur de front d'onde

L'analyseur Shack-Hartmann est modélisé par une succession de deux modules :



- le premier calcule l'image obtenue dans chaque sous-pupille (module SHS) ;
- le second détermine le déplacement des images par rapport à la référence (module CEN).

*Le module SHS*

L'approximation de Fraunhofer est utilisée pour calculer la fonction d'étalement de point (FEP) de chaque sous-pupille : la condition  $\pi D^2/\lambda z \ll 1$  doit être vérifiée (Bass, 1994). On suppose que le point source est à l'infini pour déterminer la FEP. Ensuite, lorsque l'objet n'est pas ponctuel, l'image de l'objet est convoluée à la FEP obtenue auparavant. Le système Shack-Hartmann (système décrit en introduction au paragraphe 1.2.2, page 18) fonctionne dans le plan focal du télescope ; la fonction d'étalement de point (FEP) d'une source ponctuelle est reliée au champ incident par :

$$I(f_x, f_y) = \text{FEP}(\text{ponctuel}) \propto |\text{TF}(\Psi)|^2 \quad (2.5)$$

où  $f_x$  et  $f_y$  sont les coordonnées dans le plan focal, TF désigne la transformée de Fourier et  $\Psi$  est l'amplitude complexe de l'objet ponctuel dans chaque sous-pupille :

$$\Psi = A \times [\cos(\phi) + i \sin(\phi)]. \quad (2.6)$$

A est l'amplitude de l'objet, elle contient la forme de la sous-pupille considérée.  $\phi$  est la phase arrivant sur la sous-pupille. Chaque sous-pupille est traitée indépendamment des autres et l'axe optique de chacune est supposé correspondre exactement à l'axe géométrique du système.

Le champ de vue de chaque sous-pupille est déterminé par la taille angulaire de chaque pixel et le nombre de pixel par sous-pupille. Cette taille est fixée dans le module ATM lorsque l'on fait correspondre une taille physique à un nombre de pixel : l'écran de phase est défini en même temps en mètres et en nombre de pixel. Soit  $\text{fac} = D/D_{px}$  la correspondance mètre – pixel (D étant le diamètre du télescope et  $D_{px}$  le nombre de pixel équivalent). Chaque sous-pupille a un champ de vue angulaire égal à :

$$\text{FOV} = \frac{\lambda}{\text{fac}} \frac{180 \times 60 \times 60''}{2\pi}. \quad (2.7)$$

La résolution de l'image de chaque sous-pupille est alors  $\text{FOV}/N$ ,  $N$  étant le nombre de pixel par sous-pupille.

Si l'objet est étendu, la FEP de l'objet ponctuel est convoluée à l'image de l'objet échantillonnée de la même façon. Ce calcul est aussi effectué par transformée de Fourier :

$$\begin{aligned} I(f_x, f_y) &= \text{FEP}(\text{ponctuel}) \otimes \text{FEP}(\text{objet}) \\ &= \text{TF}^{-1}(\text{TF}[\text{FEP}(\text{ponctuel})] \times \text{TF}[\text{FEP}(\text{objet})]) \end{aligned} \quad (2.8)$$

Le code prend en compte le bruit du ciel et les différents bruits associés au détecteur (bruit de lecture, bruit de photon). Un seuillage est effectué sur demande. La phase de calibration permet de déterminer les mesures de référence.

Le module CEN

Il mesure les déplacements de chaque image avec la formule de calcul de barycentre habituelle (Southwell, 1980) :

$$\begin{aligned}\delta x &= \frac{\sum_{i=1}^{N^2} p_i P_i}{\sum_{i=1}^{N^2} P_i} \\ \delta y &= \frac{\sum_{i=1}^{N^2} q_i P_i}{\sum_{i=1}^{N^2} P_i}.\end{aligned}\quad (2.9)$$

$N^2$  est le nombre total de pixels sur lesquels la mesure du centre de gravité est faite,  $p_i$  et  $q_i$  sont les coordonnées relatives du pixel  $i$  par rapport à la référence.

### 2.2.5 La reconstruction du front d'onde

A partir de la mesure des déplacements, le calculateur doit envoyer les commandes adéquates au miroir déformable pour compenser le front d'onde. Comme je l'ai présenté au paragraphe 1.2.2, on peut utiliser la reconstruction zonale (page 25) ou modale (page 26). La reconstruction zonale permet d'obtenir le front d'onde mesuré sur la pupille du télescope. La géométrie de Fried est utilisée : chaque actuateur est placé aux coins des sous-pupilles. Les expressions sont données à l'équation 1.44, page 25.

La méthode modale permet d'obtenir les commandes des actuateurs en sortie. Il est possible de choisir entre deux bases de modes : les polynômes de Zernike définis au paragraphe 1.1.3 ou les modes du miroir. Avec un système donné, on ne peut reconstruire qu'un nombre limité de modes, fixé par le nombre d'actuateurs ou par le nombre de mesures.

1. Si on choisit la base des polynômes de Zernike, ceux-ci sont calculés en utilisant les expressions analytiques de Noll (1976)<sup>3</sup> lors de la phase d'initialisation.
2. Si la base des modes du miroir<sup>4</sup> est utilisée, plusieurs matrices doivent être calculées pendant l'initialisation. Les fonctions d'influence de chaque actuateur, placées sur la surface du miroir, sont mises dans une matrice de taille  $2 \times n_{pup}^2 \times N_{act}$ , où  $n_{pup}^2$  est le nombre total de points d'échantillonnage sur la pupille du télescope et  $N_{act}$  est le nombre d'actuateurs du miroir déformable. La matrice pseudo-inverse est calculée par la méthode de décomposition en valeurs singulières, elle permet de déterminer la base des modes du miroir. Les modes choisis pour la reconstruction sont extraits et la matrice de passage des modes aux commandes  $\mathbf{M}_{m2c}$  est obtenue en multipliant matriciellement la matrice pseudo-inverse des fonctions d'influence à la matrice  $\mathbf{M}_{mod}$  qui contient les modes du miroir sélectionnés.

3. Les polynômes de Zernike sont définis au chapitre 1.1.3, à la page 11. Cette base est orthonormée à support circulaire.

4. Les miroirs déformables ne permettent pas de générer les modes de Zernike du fait de l'obstruction centrale.

### La boucle fermée

Pour utiliser un système d'optique adaptative en boucle fermée, il faut le calibrer auparavant. Cette calibration permet de connaître la réponse de l'analyseur au déplacement d'un actuateur. La phase de calibration dans CAOS est effectuée préliminairement en utilisant des modules de calibration (MCA et FIB). Le système à calibrer est défini par une fibre, un miroir déformable, l'analyseur et le reconstructeur. Le module MCA remplit tout d'abord la matrice d'interaction  $M_{\text{int}}$ , ligne par ligne, en poussant un actuateur et en rangeant les mesures obtenues par le module CEN dans cette matrice. Lorsque la matrice d'interaction est complète, la matrice de passage des modes aux pentes  $M_{\text{m2s}}$  est déduite :

- si la base utilisée est l'ensemble des polynômes de Zernike, la matrice de passage des modes aux pentes est égale à la matrice d'interaction ;
- si l'on utilise les modes du miroir, on multiplie matriciellement  $M_{\text{int}}$  à  $M_{\text{m2c}}$  pour obtenir la matrice de passage des modes aux pentes.

Il suffit ensuite d'inverser la matrice  $M_{\text{m2s}}$  par la méthode de décomposition en valeur singulière pour obtenir la matrice de passage des pentes aux modes  $M_{\text{s2m}}$ . La matrice de commande est égale à  $M_{\text{s2m}} \# M_{\text{m2c}}$ , où  $\#$  indique la multiplication matricielle. Cette matrice permet de trouver les commandes des actuateurs à partir des pentes mesurées par l'analyseur.

### 2.2.6 Le miroir déformable

C'est à la fois le premier et le dernier élément du système : il ferme la boucle. Il est par conséquent uniquement utilisé pour les systèmes en boucle fermée. Sa taille est définie par la pupille du télescope. Les fonctions d'influence de ces actuateurs ont une forme définie par Rigaut dans son outil de simulation (voir figure 2.3) :

$$\mathcal{I}_i(x, y) = \left[ 1 - \frac{|x - x_i|^4}{r_a} + 3,8 \ln \left( \frac{x - x_i}{r_a} \right) \frac{|x - x_i|^{2,4}}{r_a} \right] \times \left[ 1 - \frac{|y - y_i|^4}{r_a} + 3,8 \ln \left( \frac{y - y_i}{r_a} \right) \frac{|y - y_i|^{2,4}}{r_a} \right] \quad (2.10)$$

où  $r_a$  est la taille des actuateurs. Le miroir déformable corrige le front d'onde perturbé

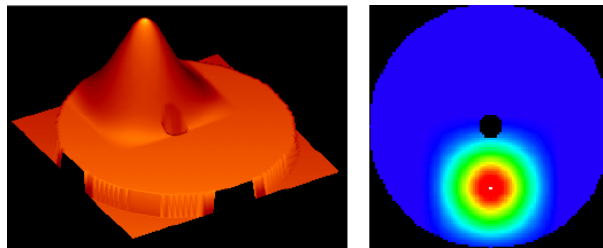


FIG. 2.3: Exemple de déformation du miroir suite au déplacement d'un actuateur.

avant de le diriger vers l'analyseur (un système d'OA est représenté à la figure 1.9). Sa

forme (en  $\mu\text{m}$ ) est obtenue par :

$$\phi_{miroir} = \sum_{i=1}^{N_{act}} \mathcal{I}_i \times [(c_i \times G_s) \leq \Upsilon] \quad (2.11)$$

où  $c_i$  est la commande associée à l'actuateur  $i$  (en V),  $G_s$  est le gain du système (en  $\mu\text{m/V}$ ) et  $\Upsilon$  est le déplacement maximum accepté par un actuateur.

### 2.2.7 Le module de filtrage temporel

Aucun système d'optique adaptative ne mesure les photons de l'objet instantanément et ne calcule instantanément les commandes à partir des mesures, l'ordinateur de contrôle les déterminant en un temps non négligeable. Par conséquent, la correction est appliquée en retard. Pour minimiser l'effet du délai temporel, les systèmes d'optique adaptative sont optimisés par l'utilisation de filtres temporels qui sont appliqués par les contrôleurs. Le choix de la loi du contrôle d'asservissement est important pour assurer la stabilité de la boucle et obtenir des performances optimales.

Lorsque l'on considère des filtres analogiques, linéaires et temporellement invariants, la relation entre un signal d'entrée  $x(t)$  et le signal de sortie  $y(t)$  est définie par :

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t - \tau)x(\tau)d\tau \quad (2.12)$$

où  $h(t)$  est la réponse impulsionnelle du filtre lorsqu'un signal impulsionnel est en entrée. On peut réécrire l'équation 2.12 en fréquence par :

$$Y(s) = H(s)X(s).$$

$Y(s)$ ,  $X(s)$  et  $H(s)$  sont les transformées de Laplace<sup>5</sup> respectives de  $y(t)$ ,  $x(t)$  et  $h(t)$ .  $H(s)$  est appelée la fonction de transfert du filtre. Dès que cette fonction est connue, on peut définir le filtre analogique. Dans le simulateur, trois types de filtres sont définis : un pur intégrateur, un Dérivateur – Intégrateur Proportionnel (DIP) ou encore une méthode généralisée à plusieurs pôles et plusieurs zéros.

Un filtre purement intégrateur a un pôle à 0 Hz et un gain choisi par l'utilisateur.

Le filtre intégrateur dérivateur proportionnel (DIP) est la combinaison d'un intégrateur, d'un dérivateur et d'une constante comme l'indique son nom. Sa transformée de Laplace est de la forme :

$$CC(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d \times A_f \times s}{s + A_f} \quad (2.13)$$

où  $A_f$  est la fréquence de coupure utilisée pour filtrer le bruit.

La méthode gain – zéro – pôles permet à l'utilisateur de définir son propre filtre dont la forme générale est :

$$CC(s) = G_s \times \frac{(s + z[0]) \times (s + z[1]) \times \dots \times (s + z[n_z - 1])}{(s + p[0]) \times (s + p[1]) \times \dots \times (s + p[n_p - 1])} \quad (2.14)$$

---

5. La transformée de Laplace  $F(s)$  d'une fonction  $f(t)$  est définie par  $F(s) = \int_0^{\infty} f(t) \exp(-st) dt$ .  $f(t)$  est nulle pour  $t < 0$ .

Le nombre  $n_z$  de zéros et le nombre  $n_p$  de pôles doivent être inférieurs à 5 dans le cas du code CAOS.

Madec (1999) donne deux exemples de filtres utilisés en boucle fermée. Le premier est un filtre intégrateur proportionnel (IP) défini par :

$$CC(s) = K_p + \frac{K_i}{1 - s^{-1}}. \quad (2.15)$$

Le second filtre est appelé le prédicteur de Smith. C'est un contrôleur optimisé pour les retard temporels. Une expression possible de ce prédicteur a pour transformée de Laplace :

$$CC(s) = \frac{K_i}{(1 - s^{-1})(1 + K_p s^{-1})} \quad (2.16)$$

Madec (1999) compare ces deux filtres à un intégrateur simple et montre qu'un gain de 40 % (pour une fréquence de coupure de 10 Hz) en efficacité du système OA peut être obtenu avec le filtre (IP) et la prédicteur Smith permet même d'atteindre 44 % pour une fréquence de coupure de 10 Hz.

Le temps est discrétisé dans la simulation et il est donc nécessaire d'introduire des filtres fonctionnant avec des signaux temporels discrets. La transformée  $z_s$  d'une séquence de signaux est l'équivalent de la transformée de Laplace pour l'analyse d'un échantillon de signaux discrets. La transformée  $X_d(z_s)$  est équivalente à la transformée de Laplace  $X(s)$  si on applique :

$$z_s = \exp(Ts). \quad (2.17)$$

$T = 1/\omega_s$  est l'inverse de la fréquence d'échantillonnage. La transformée  $z_s$  est donc estimée à partir du filtre analogique entré par l'utilisateur en approximant l'équation 2.17 à

$$z_s = \frac{1 + (T/2)s}{1 - (T/2)s}.$$

La transformation bilinéaire

$$s = \frac{2}{T} \left( \frac{1 - z_s^{-1}}{1 + z_s^{-1}} \right)$$

permet d'estimer la transformée  $H_d(z_s)$  à partir de la transformée de Laplace :

$$H_d(z_s) = H \left[ \frac{2}{T} \left( \frac{1 - z_s^{-1}}{1 + z_s^{-1}} \right) \right]. \quad (2.18)$$

J'ai présenté l'ensemble des modules utilisés pour la simulation d'un système d'optique adaptative. Je vais maintenant expliquer le fonctionnement des modules dédiés aux étoiles laser.

## 2.3 Simulation des étoiles artificielles

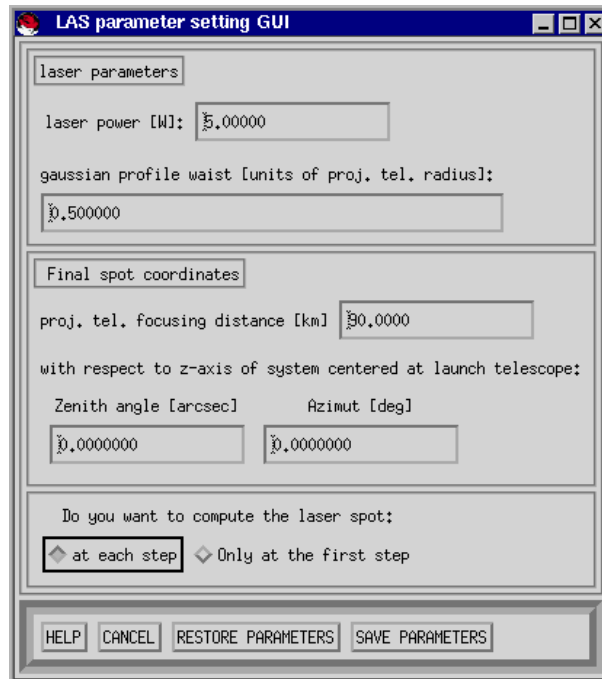
Tous les grands télescopes prévoient l'installation d'une étoile laser (EL) dans un futur proche (voir le paragraphe 1.3.1 pour plus de détails) mais de nombreux problèmes doivent être étudiés auparavant (paragraphe 1.3.5, 1.3.6 et 1.3.7).

J'ai donc développé plusieurs modules permettant de simuler l'utilisation d'une étoile laser depuis le tir du faisceau jusqu'à l'image sur le détecteur. Ce phénomène physique peut être séparé en 3 parties :

- le tir du faisceau laser depuis un télescope auxiliaire,
- la création de l'étoile artificielle sodium dans la couche de sodium,
- l'image sur la caméra derrière le télescope principal.

Je vais maintenant les décrire plus précisément.

### 2.3.1 Le faisceau laser



**FIG. 2.4:** Aspect de l'interface graphique du module de définition du laser. L'utilisateur choisit la puissance du laser, l'altitude de focalisation, la position du télescope de lancement. Le choix est aussi laissé entre un calcul de la forme de la tache laser à chaque itération ou seulement à la première.

Ce premier module a pour but de définir les paramètres physiques du laser à l'aide de l'interface graphique présentée à la figure 2.4. De façon générale un faisceau laser a son front d'onde plan et son faisceau gaussien dans le mode  $TEM_{00}$  (voir Self, 1983; Siegman, 1971). On définit le *waist* du laser – ou taille du laser notée  $w_l$  – comme le rayon auquel l'irradiance est égale à  $1/e^2 \times I_M$ , si  $I_M$  est l'irradiance maximale du faisceau.  $w_l$

est relié à la largeur à mi-hauteur par :

$$\begin{aligned} w_l &= 2\sigma \\ &= \text{FWHM}/1.774 \end{aligned} \quad (2.19)$$

La taille du télescope auxiliaire utilisé pour le tir du laser permet de tronquer le faisceau à un certain diamètre. L'amplitude du laser est normalisée à l'unité. Le nombre de photons émis par seconde est déterminé en utilisant la puissance laser au niveau du télescope d'émission :

$$N_{b_{ph}} = \frac{P \times \lambda}{hc} \quad (2.20)$$

Pour exciter les atomes de sodium par diffusion résonnante, le laser doit émettre à 589 nm comme cela est décrit au chapitre 1 à la page 39. Le laser est supposé continu dans le code.

### 2.3.2 La propagation vers le haut

Le module propagation est décrit en détail au paragraphe 2.2.3. Son interface graphique permet de définir l'environnement du télescope (figure 2.5).

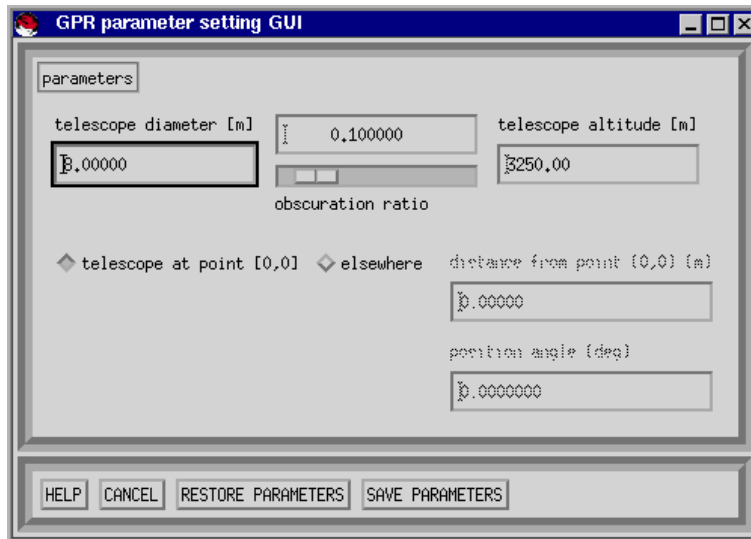


FIG. 2.5: L'environnement du télescope est précisé grâce à ce module.

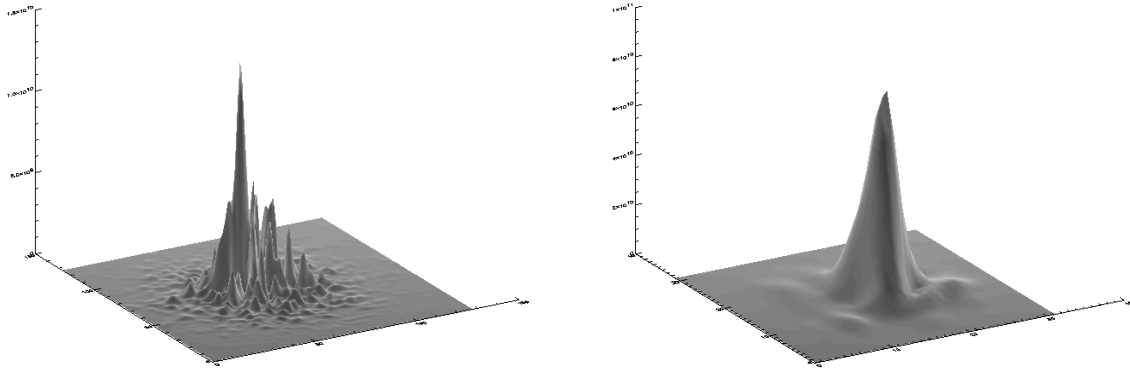
Appliquons-le au cas particulier de la propagation du laser vers la couche de sodium. Nous allons calculer l'image de la tache laser vue depuis le sol, en négligeant l'effet de l'atmosphère lors du retour des photons vers le sol. C'est bien entendu une vision théorique mais c'est ce qui nous est utile pour calculer l'image de l'étoile dans l'analyseur de front d'onde, image qui est la convolution l'image de l'objet avec la fonction d'étalement de point d'une source ponctuelle.

Le laser – focalisé à une altitude finie – a une propagation sphérique, son faisceau ne traverse pas identiquement chaque écran de phase. Considérons uniquement la perturbation

arrivant sur la pupille du télescope. Pour une source à l'infini, le front d'onde est plan : la pupille projetée à différentes altitudes a la même dimension. L'atmosphère traversée par la lumière de cette étoile est un cylindre. Dans le cas d'un laser, la lumière est propagée depuis une distance finie : le front d'onde sphérique traverse une surface dont le diamètre dépend de l'altitude de l'étoile laser et de l'altitude de la perturbation considérée. La propagation est conique et la surface traversée dépend de l'altitude de l'écran par l'expression :

$$\alpha = \frac{H_{\text{Na}}}{H_{\text{Na}} - h} \quad (2.21)$$

où  $h$  est l'altitude de l'écran de phase. Selon la taille du télescope qui sert à émettre le laser, le faisceau arrivant à 90 km n'aura pas le même aspect : plus le télescope est grand, plus l'image sera tavelurée. Je montre comme exemple la différence d'images obtenues avec un télescope de 4 m et un télescope de 1 m à la figure 2.6.



**FIG. 2.6:** Comparaison de l'image de l'étoile artificielle obtenue avec un télescope de 4 m de diamètre à gauche et avec un télescope de 1 m de diamètre à droite. Cette image est la carte d'intensité réémise par les atomes de sodium situés entre 89,5 et 91,5 km lors de leur désexcitation. On suppose pour obtenir cette carte d'intensité telle qu'elle est vue depuis le sol qu'elle n'est pas changée par l'atmosphère lors de sa propagation vers le sol. Cette image de l'étoile artificielle sera convoluée avec la FEP de la combinaison atmosphère – télescope pour obtenir l'image vue au foyer de celui-ci.

### La diffusion Rayleigh

Ce phénomène est dû à l'excitation des molécules par le passage du faisceau laser lors de sa propagation vers la couche de sodium (voir à la page 32 la description du phénomène). Nous traitons cet effet analytiquement et il n'est donc introduit qu'au niveau de l'analyseur Shack-Hartmann. Seul le processus de diffusion simple est considéré lors de la diffusion des photons vers le haut. La diffusion Rayleigh est obtenue par l'équation (McCartney, 1976a) :

$$\frac{dI_1(\alpha)}{d\Omega} = P_4 \pi^2 \frac{(n_0 - 1)^2}{N_0^2 \lambda^4} [\cos^2(\zeta) \cos^2(\alpha) + \sin^2(\zeta)] \quad (2.22)$$



$\frac{dI_1(\alpha)}{d\Omega}$  est l'intensité de la lumière diffusée par une seule particule par unité d'angle solide dans la direction  $\alpha$  qui est proche de  $180^\circ$  en rétro-diffusion,  $P_0$  est la puissance de la lumière incidente par unité de surface,  $n_0$  est l'indice atmosphérique de réfraction au niveau de la mer,  $N_0$  est le nombre de molécules par unité de volume au niveau de la mer et  $\varsigma$  est l'angle entre le plan de diffusion et la direction de polarisation de la lumière incidente. Pour chaque sous-pupille, une carte de la diffusion Rayleigh est calculée en utilisant les paramètres géométriques du système : position de l'étoile laser par rapport à chaque sous-pupille, la position du télescope auxiliaire et l'altitude de focalisation principalement. Par contre, le modèle d'atmosphère utilisé n'est pas celui défini par les écrans de phase. Les formules analytiques utilisent un modèle continu, le modèle d'atmosphère USSA-1962 décrit par McCartney (1976b).

### 2.3.3 La couche de sodium

La couche de sodium se situe à environ 90 km (paragraphe 1.3.3) et a une épaisseur de l'ordre de 10 km. L'étoile laser est donc une sorte d'ovoïde allongé, situé entre 87 et 93 km en moyenne.

Seule l'approximation de Fresnel est considérée, l'image de la tache laser à l'altitude  $H_{Na}$  vue depuis le sol est définie par :

$$I/I_M = |\text{TF}(A_{\text{las}} \exp[i(\phi_{\text{screen}} + \phi_{\text{defoc}})])|^2 \quad (2.23)$$

où  $\phi_{\text{screen}}$  est la phase atmosphérique et  $\phi_{\text{defoc}}$  est la phase ajoutée pour simuler la défocalisation du laser dans la couche de sodium (définie un peu plus loin avec l'équation 2.26). Cette défocalisation dépend de la distance à l'altitude de focalisation et donc de l'altitude  $z$ .

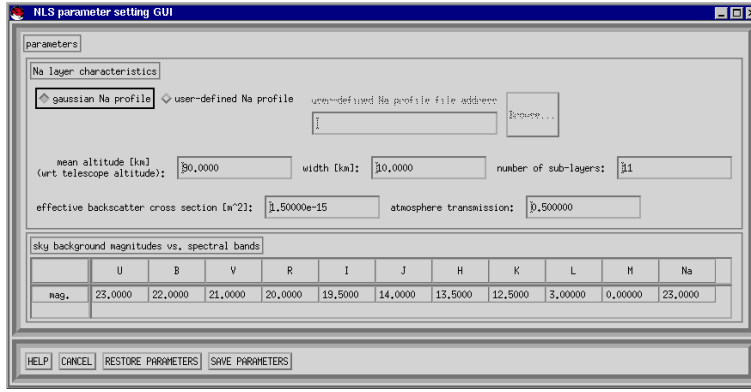
J'ai défini une couche d'épaisseur  $\Delta H_{Na}$ , de densité gaussienne, découpée en sous-couches d'épaisseur  $\delta z$  choisie. Plus  $\delta z$  est petite, plus le nombre de sous-couches est grand, meilleure est la représentation en trois dimensions. L'interface graphique permet de choisir les paramètres physiques reliés à la couche de sodium mais aussi la discrétisation par exemple. Cependant, le nombre de sous-couches augmente le temps de calcul, il faut donc déterminer le nombre optimal de plans à considérer. L'ouverture d'un télescope est définie par

$$o = \frac{H_{Na}}{D},$$

$H_{Na}$  est la hauteur de la couche de sodium et  $D$  le diamètre du télescope. La profondeur de champ est alors

$$p_o = 8k\lambda o^2,$$

avec  $k = \frac{1}{\lambda}$ ,  $\lambda = 589$  nm,  $D = 8$  m et  $H = 90$  km. On obtient  $p \simeq 126$  m. Il suffit donc de calculer dans la couche de sodium une carte d'intensité (un plan) tous les 125 mètres



**FIG. 2.7:** La couche de sodium est discrétisée pour modéliser la tache laser en trois dimensions. La densité de la couche de sodium est supposée par défaut de forme gaussienne mais il est aussi possible d'utiliser des profils réels.

(critère de Rayleigh).

Le nombre de photons contenus dans la tache laser peut être déterminé lorsque l'on est hors du domaine de saturation de la couche de sodium (Gardner, 1989; Avicola *et al.*, 1994) :

$$N_{ph}(z) = (\eta T_0) \left[ \frac{P}{hc/\lambda} \sigma_{abs} n_{ph}(z) \right] \left( 1 + \frac{\delta z}{z} \right)^{-2}. \quad (2.24)$$

$\delta z = \Delta H_{Na} / N_{lay}$  est la distance projetée entre deux sous-couches, si  $N_{lay}$  est le nombre de sous-couches considéré. L'efficacité du laser est indiquée par  $\eta$ .  $T_0$  est la transmission de l'atmosphère,  $n_{ph}(z)$  est le nombre de photons détectés dans un volume compris entre  $(z - \delta z/2, z + \delta z/2)$  et  $\sigma_{abs}$  est la section efficace du sodium.

Le laser est focalisé à une altitude  $z_0$ , il est donc défocalisé aux autres altitudes. On peut prendre en compte cette défocalisation en ajoutant un terme à la phase (voir l'équation 2.23). L'équation d'un cercle est définie par :

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2,$$

où  $x_0$ ,  $y_0$  et  $R$  sont respectivement les coordonnées du centre et le rayon du cercle. Le laser est propagé à une distance finie, son onde est sphérique. Le point de focalisation se situe à l'altitude  $H_{foc}$ . Dans notre cas, si l'on considère le plan Oxy vertical, on a  $R = H_{foc}$ ,  $x_0 = 0$  et  $y_0 = H_{foc}$ . L'altitude  $y$  est égale à :

$$y = \frac{x^2}{2H_{foc}} \quad (2.25)$$

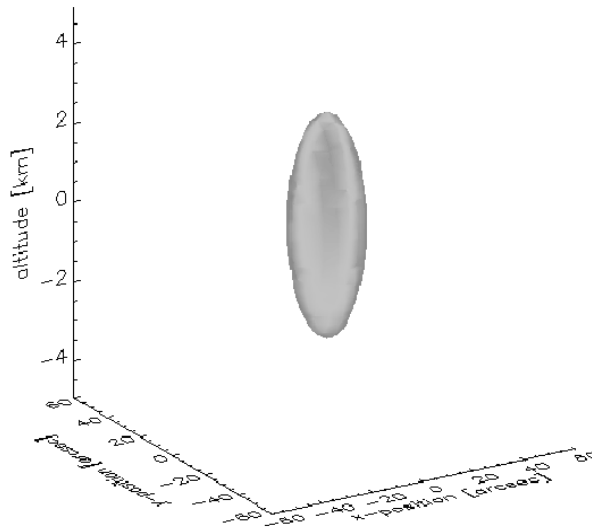
Le déphasage apporté par la défocalisation du laser est alors en première approximation :

$$\begin{aligned} \phi_{defoc} &= \frac{2\pi}{\lambda} [y - (y + \delta y)] = \frac{2\pi}{\lambda} \left[ \frac{x^2}{2H_{foc}} - \frac{x^2}{2(H_{foc} + \delta h)} \right] \\ \phi_{defoc} &= \frac{2\pi}{\lambda} \frac{x^2}{2H_{foc}} \frac{\delta h}{H_{foc}}, \end{aligned} \quad (2.26)$$

où  $\delta h$  est défini par la relation

$$\delta h = H_{\text{foc}} + (i \times \delta z - \Delta H_{Na}/2) + (H_{Na} - H_{\text{foc}}).$$

Ainsi, l'image de la tache laser est calculée pour les différentes altitudes de la couche de sodium. Un exemple de tache laser est montré à la figure 2.8. Le télescope utilisé pour effectuer le tir laser a un diamètre de 0,5 m. Le faisceau laser a une forme gaussienne et sa largeur à mi-hauteur est 0,25 m ce qui explique le fait que l'image ne présente aucune tavelure, le  $r_0$  étant proche de la taille du faisceau. L'étoile laser est définie dans le repère



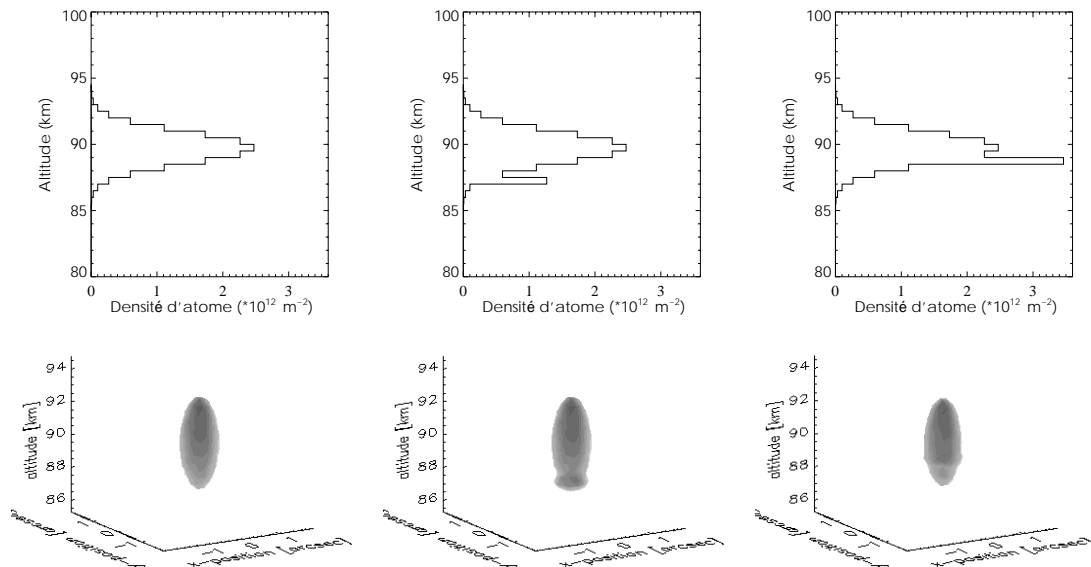
**FIG. 2.8:** Image de l'étoile laser dans la couche de sodium obtenue avec un télescope auxiliaire de 0,5 m de diamètre. Le faisceau laser a une largeur à mi-hauteur de 0,25 m.

du télescope auxiliaire. Un changement de repère sera donc nécessaire avant d'obtenir l'image de l'étoile dans chaque sous-pupille de l'analyseur.

#### *Variation de la forme de l'étoile laser*

La densité de la couche de sodium varie temporellement en altitude et en densité comme je l'ai décrit au paragraphe 1.3.3. Il est intéressant de voir que les couches sporadiques – entre autres – peuvent changer la forme de l'étoile comme le montre la figure 2.9.

La variation de l'altitude moyenne de la couche de sodium agit principalement sur la focalisation de la tache laser. Le système d'OA va mesurer une défocalisation et appliquer une correction, en introduisant une fausse défocalisation sur l'image scientifique. En moyennant temporellement le terme de défocalisation mesuré par l'étoile laser – terme composé de la défocalisation de l'atmosphère réelle et du terme résultant de la variation d'altitude moyenne de la couche – une estimation de cet effet peut être obtenue, le terme atmosphérique s'annulant en moyenne.



**FIG. 2.9:** *Forme de l'étoile laser dans la couche de sodium en fonction de la densité en atomes. L'image de gauche est obtenue avec une distribution gaussienne, une couche sporadique est ajoutée aux images centrale et de droite comme le montrent les courbes de densité. La longueur de la tache est changée dans certains cas (cas du milieu) ou seulement légèrement déformée, ceci dépendant de l'altitude de la couche sporadique.*

Dans le cadre du projet TMR, des mesures de profil de la couche de sodium ont été effectuées à Calar-Alto. La technique est simple : le laser continu est modulé en pulses de l'ordre de quelques micro-secondes lancés dans l'atmosphère. En comparant la séquence de pulse envoyée au flux retourné chaque 0,25 micro-seconde, on obtient le profil en moins d'une minute. L'ensemble des résultats est présenté à l'adresse internet de l'institut du Max Planck<sup>6</sup>. Les mesures ont été effectuées deux jours de suite et le profil change sur une période de 24 heures.

### 2.3.4 La propagation vers le bas

Young (1974) a montré que lors d'une propagation vers le bas, les variations d'amplitude (scintillation) du champ peuvent être négligées (approximation du champ proche). L'image de l'objet est alors uniquement changée par les variations de phase.

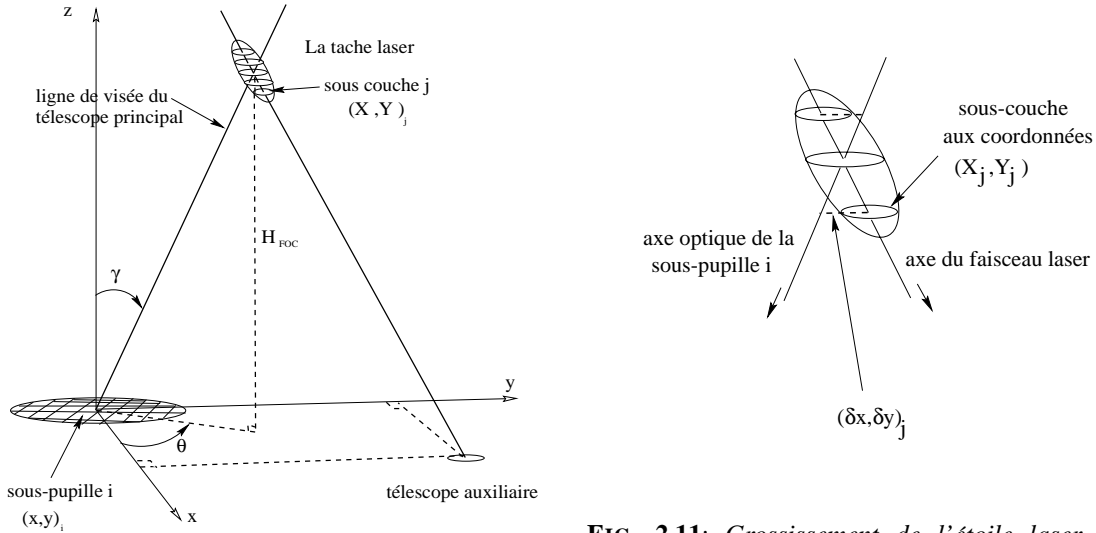
L'onde est encore sphérique et le facteur  $\alpha$  (équation 2.21) est utilisé pour élargir les écrans de phase situés aux différentes altitudes.

### 2.3.5 Image de la tache laser dans chaque sous-ouverture du senseur de front d'onde

Comme je l'ai décrit au paragraphe 2.2.4, le système Shack-Hartmann peut fonctionner avec des objets étendus. Dans chaque sous-pupille, l'image résultante est la convolution de la fonction d'étalement de point de chaque sous-pupille avec l'image de l'objet.

6. [http://www.mpe.mpg.de/www\\_ir/ALFA/tmr/lidar.html](http://www.mpe.mpg.de/www_ir/ALFA/tmr/lidar.html)

Il faut calculer l'image à 2 D de l'étoile laser. Cet objet est défini en trois dimensions dans la couche de sodium, on peut donc déterminer sa projection à 2 D vue par chaque sous-pupille. Pour cela, il est nécessaire de connaître les coordonnées du centre des images de chaque sous-couche dans le repère de chaque sous-pupille. L'étoile artificielle est placée



**FIG. 2.10:** Géométrie du système télescope principal – télescope auxiliaire – étoile laser. Le télescope principal est le centre du référentiel. Le télescope auxiliaire est situé aux coordonnées sphériques  $(d_{TA}, \theta_{TA}, 0)$ . Le faisceau laser est propagé vers la couche de sodium dans la direction  $(\theta_{LGS}, \gamma_{LGS})$ . Les coordonnées de l'EL dans la sous-couche  $j$  de la couche de sodium sont  $(X_j, Y_j)$  selon l'axe de propagation du laser et  $(X'_j, Y'_j)$  selon l'axe de optique du télescope principal.

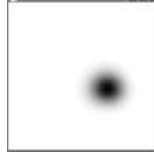
**FIG. 2.11:** Grossissement de l'étoile laser. Pour chaque sous-couche  $j$ , nous avons calculé une image de la tache laser créée par les photons rétro-diffusés sur l'épaisseur  $\delta z$ . Le cube d'image est centré sur l'axe de propagation du faisceau laser, il faut donc calculer la position  $X'_j, Y'_j$  de l'image  $j$  à l'altitude  $H_j$  par rapport à l'axe optique de la sous-pupille puis translater chaque image des distances  $X'_j - X_j$  et  $Y'_j - Y_j$  pour obtenir l'image associée à la sous-couche  $j$  vue par la sous-pupille considérée.

aux coordonnées cartésiennes :

$$\begin{aligned} X_j &= h_j / \cos(\gamma_{GS_j}) \times \cos(\theta_{AT} + \delta_{AT_j}), \\ Y_j &= h_j / \cos(\gamma_{GS_j}) \times \sin(\theta_{AT} + \delta_{AT_j}). \end{aligned} \quad (2.27)$$

Si  $x_{sub_i}$  et  $y_{sub_i}$  sont les coordonnées cartésiennes de la sous-pupille  $i$  par rapport au télescope principal et si l'on suppose que leur axe optique passe au centre de l'étoile artificielle au milieu de la couche de sodium, on peut déterminer les coordonnées des points d'intersection de l'axe optique de la sous-pupille  $i$  avec chaque sous-couche de sodium :

$$\begin{aligned} x_{FOC_j} &= \frac{h_j}{\cos(\gamma_{sp-lgs})} \cos(\theta_{sp-lgs}) \tan(\gamma_{sp-lgs}) \\ y_{FOC_j} &= \frac{h_j}{\cos(\gamma_{sp-lgs})} \sin(\theta_{sp-lgs}) \tan(\gamma_{sp-lgs}) \end{aligned} \quad (2.28)$$



**FIG. 2.12:** Image de l'étoile laser vue depuis une sous-pupille avant qu'elle soit convoluée par la fonction d'étalement de point.

Il faut alors translater chaque image obtenue pour chaque sous-couche de sodium par :

$$\begin{aligned} dx_{i,j} &= \cos(\theta_i) \times \frac{(H_{foc} + j \times \delta z - \Delta_{Na}/2)}{\cos(\gamma_i)} \times \tan(\gamma_i) - (X_j - x_{sub_i}) \\ dy_{i,j} &= \sin(\theta_i) \times \frac{(H_{foc} + j \times \delta z - \Delta_{Na}/2)}{\cos(\gamma_i)} \times \tan(\gamma_i) - (Y_j - y_{sub_i}) \end{aligned} \quad (2.29)$$

Les angles  $\theta_i$  et  $\gamma_i$  sont respectivement les angles de position et d'inclinaison de la couche centrale de l'EL par rapport à la sous-pupille  $i$ . Les indices  $i$  se réfèrent aux sous-pupilles et les indices  $j$  aux sous-couches de l'étoile laser dans la couche de sodium.  $\delta z$  est l'unité d'épaisseur utilisée pour chaque sous-couche de sodium. Les paramètres sont représentés à la figure 2.10. Les images obtenues pour chaque sous-couche sont additionnées, et rééchantillonnées avant d'être convoluées par la fonction d'étalement de point de l'atmosphère. La figure 2.12 montre un exemple d'image obtenu dans une sous-pupille avant la convolution par la fonction d'étalement de point de l'atmosphère.

## 2.4 Exemple d'utilisation : le calcul de l'effet de cône

L'effet de cône est un problème bien défini : il est lié à la propagation sphérique de l'onde de l'étoile laser. L'onde sphérique traverse des portions plus petites des couches atmosphériques qu'une onde plane. Le diamètre  $d_h$  de la portion traversée à l'altitude  $h$  est défini par l'équation 1.63. Il suffit de déterminer pour chaque altitude la partie que l'étoile laser traverse et de l'agrandir afin qu'elle ait la même taille que le faisceau de l'onde plane.

C'est la procédure qu'utilise la simulation CAOS. L'effet de cône est donc pris en considération et l'une des vérifications qui s'imposaient était de comparer la valeur numérique obtenue en fonction de la longueur d'onde aux résultats analytiques obtenus avec l'équation 1.65. Tyler (1994) a déterminé cette formule à partir de l'équation 1.64 où *l'effet de cône est défini par la variance de la différence de l'écran de phase mesuré par l'étoile laser à celui obtenu par l'étoile naturelle.*

Il ne faut cependant pas oublier que l'étoile laser ne mesure pas le basculement du front d'onde. Cet effet n'est pas relié à l'anisoplanétisme focal et doit donc être éliminé avant tout calcul statistique.

Le calcul s'est donc déroulé de la façon suivante :

- acquisition de  $N_s$  réalisations statistiques d’écrans de phase mesurés par une étoile naturelle et une étoile laser, les deux étant situées au zénith ;
- détermination et soustraction du basculement présent dans le jeu des écrans de phase mesurés par l’étoile naturelle (EN) et l’étoile laser ;
- calcul de la différence entre les deux écrans pour chaque réalisation ;
- obtention de la variance de la différence.

J’ai vérifié la loi de dépendance en longueurs d’onde et en fonction de l’altitude de la turbulence atmosphérique.

### 2.4.1 Dépendance en longueurs d’onde

La simulation utilise une atmosphère à deux écrans de phase placés comme indiqué au tableau 2.4.1.

	Pourcentage	Altitude (km)
Couche 1	0,7	2,5
Couche 2	0,3	10

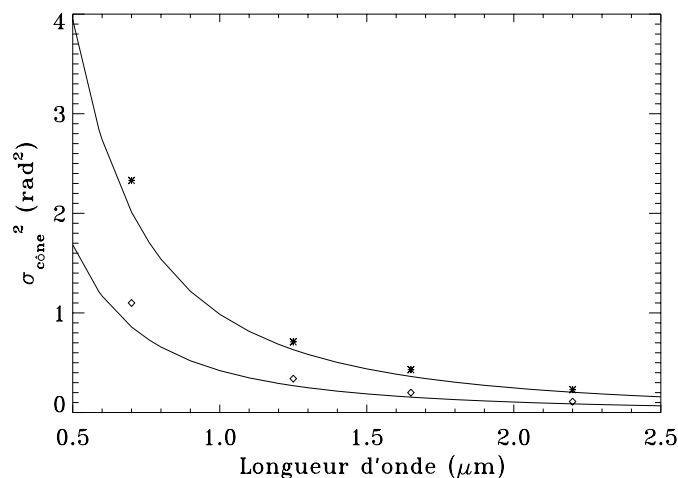
Les résultats obtenus sont donnés au tableau 2.4.1 et présentés à la figure 2.13. Le calcul

Longueur d’onde ( $\mu\text{m}$ )		0.7	1.25	1.65	2.2
$r_0 = 15 \text{ cm}$	$\sigma_{num}^2 \text{ (rad}^2\text{)}$	2.33	0.71	0.43	0.23
	$\sigma_{anal}^2 \text{ (rad}^2\text{)}$	2.15	0.68	0.39	0.21
$r_0 = 25 \text{ cm}$	$\sigma_{num}^2 \text{ (rad}^2\text{)}$	1.10	0.34	0.20	0.11
	$\sigma_{anal}^2 \text{ (rad}^2\text{)}$	0.92	0.29	0.17	0.09

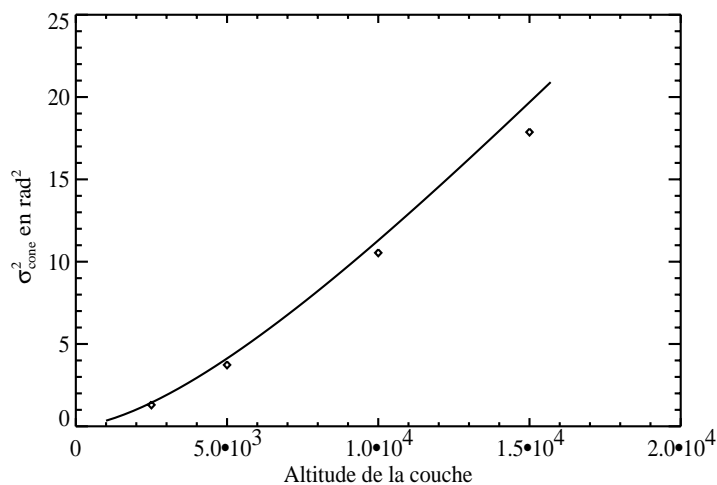
numérique donne des résultats proches de la formule analytique même si le résultat est légèrement pessimiste. La différence est de l’ordre de quelques pourcents.

### 2.4.2 Variation de l’altitude de la couche atmosphérique

La seconde vérification de l’effet de cône obtenu par CAOS consiste à modéliser l’atmosphère avec une couche unique et à calculer l’effet de cône en fonction de l’altitude de cette couche. J’ai effectué ce calcul pour 4 altitudes différentes : 2,5 km, 5, 10 et 15 km et la figure 2.14 résume les résultats obtenus. Le code CAOS donne des résultats plus pessimistes que ceux obtenus avec la formule de Tyler, et l’écart entre les deux méthodes s’accroît avec l’augmentation de l’altitude de la couche et donc de l’effet de cône. Cependant, les résultats restent quand même suffisamment proches avec l’une et l’autre méthode.



**FIG. 2.13:** La variance résiduelle due à l'effet de cône est obtenue par l'intermédiaire de la formule 1.65 pour la courbe continue et par simulation numérique pour les étoiles. Les deux méthodes de calcul sont comparées en utilisant deux couches atmosphériques situées à 2,5 et 10 km représentant respectivement 70 et 30 % de l'atmosphère. Les résultats obtenus avec l'expression analytique sont proches des résultats numériques, ce qui permet de valider le calcul numérique.



**FIG. 2.14:** J'ai comparé là encore les valeurs de l'effet de cône obtenues analytiquement à l'aide de l'équation 1.65 aux résultats numériques de CAOS en considérant une seule couche placée à différentes altitudes. Même si le code CAOS donne des résultats pessimistes, la concordance des résultats entre les deux méthodes est bonne.



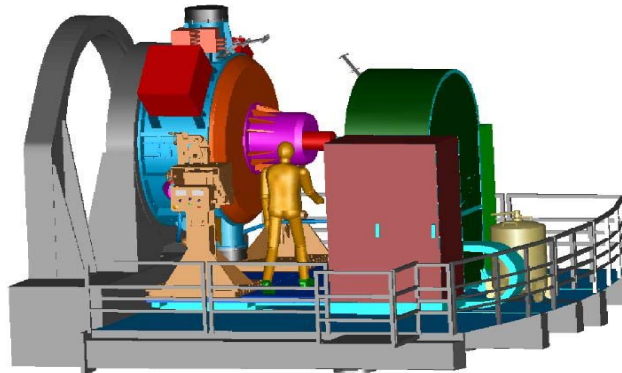
## 2.5 Systèmes d'optique adaptative simulés avec ce code

Ce simulateur a été conçu pour pouvoir étudier tous les cas les plus exotiques de système d'OA avec Shack-Hartmann utilisés en astronomie. Ainsi, l'équipe d'Arcetri l'utilise pour simuler le futur système d'OA du LBT<sup>7</sup>. De notre côté, nous avons étudié le système NAOS (*Nasmyth Adaptive Optics System*) et ALFA. La configuration technique du premier est tout à fait standard et ne demande pas de propriétés particulières au code. Par contre, ALFA est l'exemple typique de système compliqué : une pupille de télescope circulaire mais une matrice de micro-lentilles hexagonales avec laquelle est utilisée un CCD, de base carrée.

Ces deux instruments sont intéressants, le premier pour l'estimation des performances et le second parce que c'est le premier système d'OA européen avec une étoile laser. Je vais donc les présenter plus en détail.

### 2.5.1 NAOS

NAOS décrit dans Hubin (1997); Rousset *et al.* (2000); Feautrier *et al.* (2000); Rabaud *et al.* (2000) est le système d'optique adaptative du VLT qui fonctionnera avec la caméra infrarouge CONICA. Les dessins 2.15 et 2.18 montrent la structure mécanique de NAOS

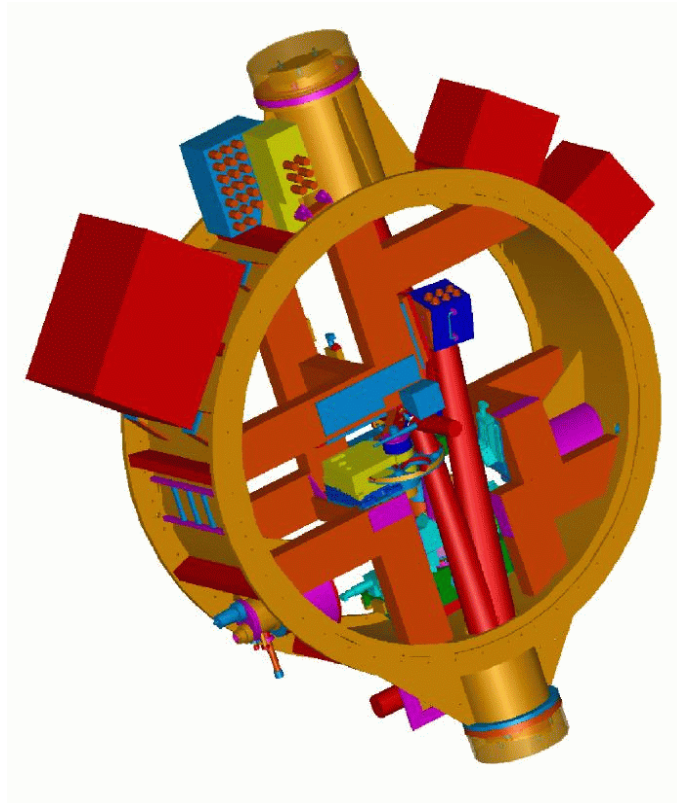


**FIG. 2.15:** Schématisation de NAOS installé au Nasmyth du VLT – Image disponible à l'adresse internet de l'Observatoire de Grenoble – <http://www-laog.obs.ujf-grenoble.fr/activites/meca/indexmeca.html>.

et du système dans son ensemble. Même s'il sera utilisé dans un premier temps uniquement avec des étoiles guides naturelles, l'instrument a été conçu pour permettre l'utilisation d'une étoile guide laser. Deux analyseurs de front d'onde de type Shack-Hartmann sont disponibles, le système à  $7 \times 7$  sous-ouvertures est destiné aux objets faibles alors

<sup>7</sup> Large Binocular Telescope, composé de deux miroirs de 8 m de diamètre placés côte à côte et maintenus par la même structure mécanique.

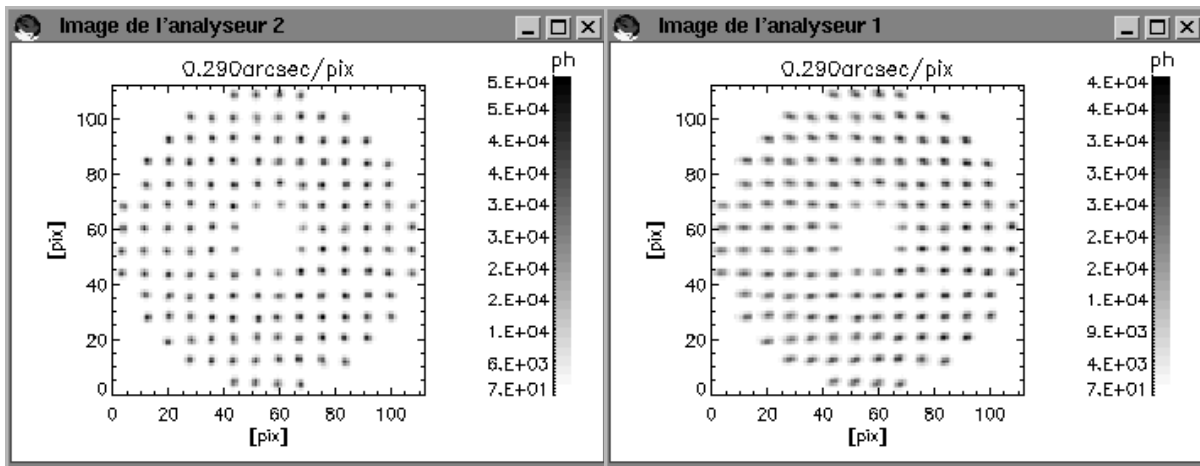
que le système à  $14 \times 14$  sous-ouvertures est dédié aux objets guides brillants comme l'étoile laser. Un analyseur infrarouge est aussi prévu pour observer entre 1 et  $2,5 \mu\text{m}$ .



**FIG. 2.16:** Plan de NAOS vu du côté de la caméra infrarouge – Image disponible à l'adresse internet de l'Observatoire de Grenoble – <http://www-laog.obs.ujf-grenoble.fr/activites/meca/indexmeca.html>.

Système	NAOS-7	NAOS-14	ALFA
Nombre de sous pupilles	$7 \times 7$	$14 \times 14$	$5 \times 5$
Champ de vue par pixel (arcsec)	0,58	0,29	0,75
Nombre de pixel par sous-pupille	$8 \times 8$	$8 \times 8$	$12 \times 12$
Nombre d'actuateurs	$\simeq 200$		97

La figure 2.17 montre la simulation de deux matrices d'images obtenues avec l'analyseur Shack-Hartmann. L'image de gauche est obtenue avec une EL dont le laser a été propagé depuis l'arrière du miroir secondaire du télescope principal. L'image de droite est obtenue avec un télescope auxiliaire placé à 10 m du centre du télescope principal. Ce laser est dirigé vers la couche de sodium de telle sorte que l'étoile laser soit juste au dessus du télescope principal. Ces deux images nous montre l'importance d'étudier l'effet de l'élongation sur la mesure des centre de gravité de chaque image de l'analyseur Shack-Hartmann.



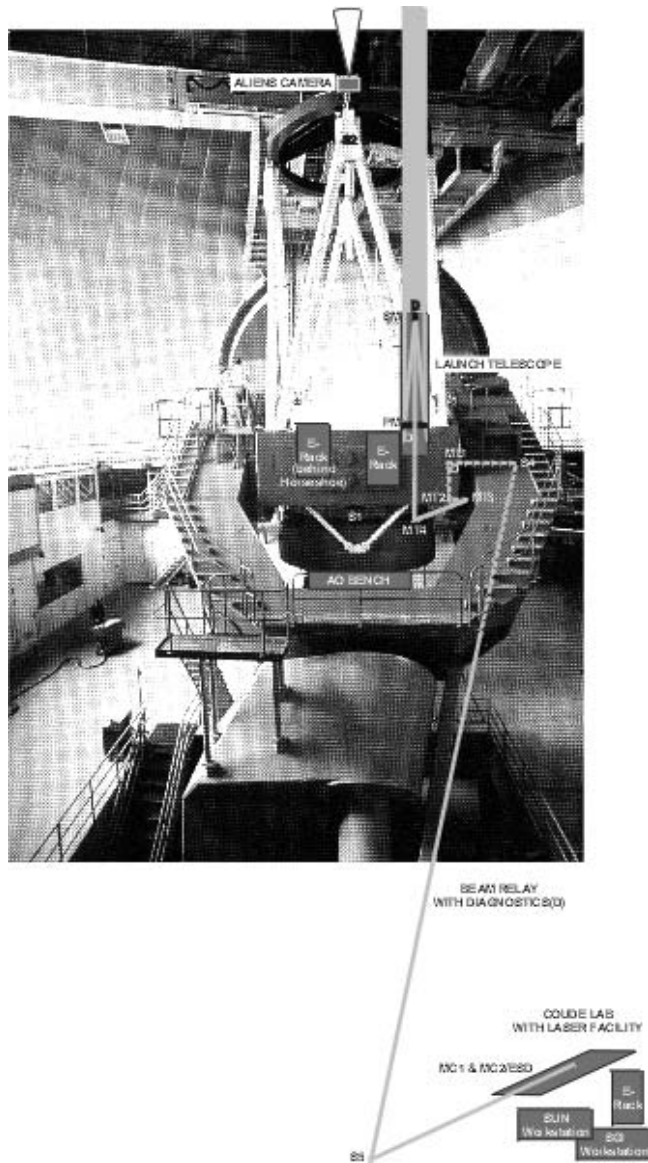
**FIG. 2.17:** Image de l'analyseur de front d'onde Shack-Hartmann en configuration NAOS  $14 \times 14$ , le laser étant tiré derrière le miroir secondaire du télescope principal sur l'image de gauche (analyseur 2) et depuis le bord du télescope principal sur l'image de droite (analyseur 1, le télescope auxiliaire est placé à 10 m de l'axe optique du télescope principal). Le laser est dirigé de telle sorte qu'il soit focalisé verticalement au dessus du télescope de lancement.

## 2.5.2 ALFA

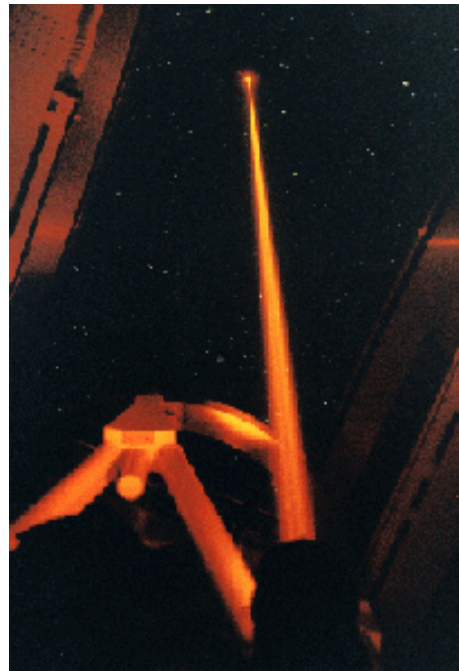
Ce second système est le premier système d'optique adaptative avec étoile laser en Europe utilisé par les astronomes (Butler *et al.*, 2000; Feldt *et al.*, 2000; Eckart *et al.*, 2000; Davies *et al.*, 2000a; Davies & *et al.*, 2000; Rabien *et al.*, 2000; Hippler *et al.*, 2000). Construit pour le télescope 3,5 m de l'Institut Max Planck, ce système utilise un analyseur Shack-Hartmann  $5 \times 5$  à sous-pupilles hexagonales (figures 2.18 et 2.20). Le faisceau est produit par un laser à colorant continu généré par pompage d'un laser argon de 25 W (pour plus de renseignements consulter Kibblewhite, 2000b, par exemple). Le laser à colorant est réglé à la longueur d'onde de la raie de sodium  $D_2$  et a une largeur de bande de 10 MHz. Le faisceau est polarisé circulairement et agrandi pour atteindre un diamètre de 10 mm avant la propagation jusqu'au télescope de lancement puis réagrandi jusqu'à un diamètre de 15 cm et lancé dans l'atmosphère. Le laser, d'une puissance de 3,8 W, permet d'obtenir une tache de 2,5 secondes d'arc de diamètre de magnitude équivalente d'environ  $9^{th}$ . La simulation du système est décrite au chapitre 3 au paragraphe 3.4.

## 2.6 Perspectives

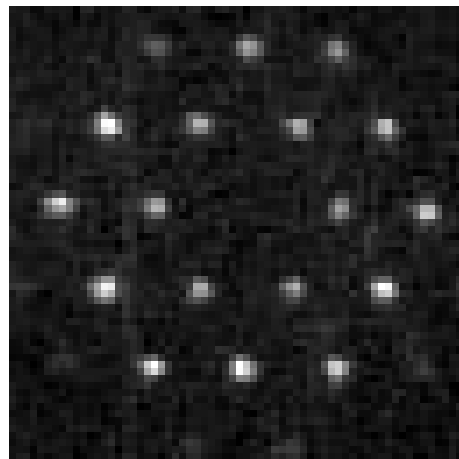
Plusieurs des instituts associés au projet TMR utilisent maintenant l'outil de façon intensive. Des sessions de démonstration et d'apprentissage ont été organisées pendant ces trois ans. Le code est maintenant dans sa phase finale. Sorti sur CDROM, il est accessible à l'ensemble de la communauté astronomique depuis le début de l'année 2001. Il est voué à évoluer comme tous les produits de ce type mais a été largement testé et amélioré aussi bien par les développeurs des différents modules que par le nombre grandissant de



**FIG. 2.18:** Le télescope 3,5 m de Calar-Alto. Le système d'optique adaptative ALFA est utilisé aussi bien avec étoile naturelle qu' étoile laser. Le télescope de lancement est placé sur le bord du télescope principal et ce système est par essence un système typique à simuler, notamment après les derniers résultats obtenus en juin 1999.



**FIG. 2.19:** Image du laser de ALFA.



**FIG. 2.20:** Image de l'analyseur Shack-Hartmann obtenue en juin 1999 avec le laser. Aucune élongation des spots n'est visible, ce qui est vérifié par simulation (voir au chapitre 3).

personnes l'utilisant – notamment des personnes de l'Imperial College afin d'étudier les profils de sodium mesurés (Jeff Clifford), certaines personnes de l'Institut d'Astrophysique des Canaries (José Rodriguez).

Du point de vue personnel, ce code a utilisé une partie non négligeable de mes années de thèse, aussi bien pour le développer, corriger les erreurs, l'adapter aux nouvelles versions

que pour l'utiliser. J'ai collaboré avec les post-doctorants et les dirigeants du groupe d'OA d'Arcetri, effectuant plusieurs visites de quelques jours dans ce laboratoire.

---

## Chapitre 3

# Elongation de l'étoile artificielle

### 3.1 Une étoile allongée

Nous avons vu au chapitre 1 (page 33) que la couche de sodium a une épaisseur de dix kilomètres. C'est pour cette raison que l'étoile laser (EL) est allongée. La forme de l'EL dépend

- de paramètres naturels : l'épaisseur de la couche de sodium, son altitude, sa densité d'atomes (un exemple de variation de la forme de l'étoile artificielle est montré au paragraphe 2.3.3 à la page 64) ;
- de paramètres géométriques (que l'on choisit) : la position du télescope d'émission du faisceau laser par rapport au télescope principal, la direction de tir du laser par rapport aux sous-pupilles, le champ de vue des sous-pupilles.

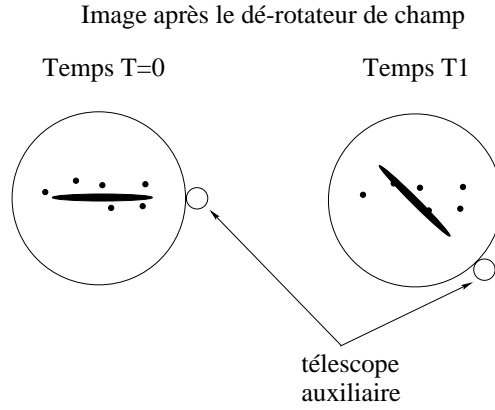
Les paramètres naturels ne peuvent pas être modifiés et je vais considérer uniquement l'effet de taille angulaire de la tache EL dans ce chapitre. Il est nécessaire d'étudier l'effet de l'élongation sur les mesures des pentes afin de déterminer s'il est indispensable ou non d'émettre le faisceau laser depuis l'arrière du miroir secondaire.

La figure 2.10 présente la géométrie du système. Le faisceau laser est émis verticalement par un télescope auxiliaire vers la couche de sodium. Les photons rétro-diffusés forment la tache artificielle allongée. Selon la position du télescope auxiliaire par rapport aux sous-pupilles d'un analyseur Shack-Hartmann<sup>1</sup>, on peut déterminer la taille angulaire de l'étoile de référence dans chaque sous-pupille.

La taille de la tache est obtenue à partir des équations 2.29, en calculant la projection à deux dimensions de la tache laser telle que vue par la sous-pupille la plus éloignée de l'EL en utilisant les altitudes minimale et maximale de la couche de sodium. La configuration la plus simple est obtenue lorsque l'EL est aux coordonnées cartésiennes  $(X_j, 0, H_{\text{Na}})$ , et que l'on regarde la projection observée en  $(0, 0, 0)$ . On détermine la taille de la projection de l'EL par :  $\theta_i = 0$ ,  $Y_j = 0$ ,  $y_i = 0$ , ce qui revient à considérer le système sur un seul axe. Si  $H_{\text{foc}} = 90$  km et que la couche est épaisse de 10 km, la taille de la projection de l'EL

---

1. Les analyseurs Shack-Hartmann sont introduits au paragraphe 1.2.2, à la page 18.



**FIG. 3.1:** La forme de la tache laser varie dans le champ pendant le temps d'observation. Cette variation est d'autant plus rapide lorsque l'on est proche du zénith, mais reste cependant négligeable par rapport à la vitesse de mesure dans le Shack-Hartmann (la vitesse de rotation maximale du télescope principal est de 23 secondes d'arc par seconde). Par contre, cet effet implique que l'orientation de l'élongation de la tache varie : la précision de mesure en abscisse et ordonnée change temporellement.

vue par une sous-pupille placée en (0,0,0) est :

$$\begin{aligned} \Delta x &= \left[ \left( H_{\text{foc}} + \frac{\Delta H_{\text{Na}}}{2} \right) - \left( H_{\text{foc}} - \frac{\Delta H_{\text{Na}}}{2} \right) \right] \times \frac{X_j}{H_{\text{foc}}} \\ \frac{\Delta x}{H_{\text{foc}}} &= \Delta H_{\text{Na}} \times \frac{X_j}{H_{\text{foc}}^2} \end{aligned} \quad (3.1)$$

Pour une couche de sodium de 10 km à 90 km et un faisceau laser émis verticalement depuis un télescope placé à  $X_j = 4,5$  m du télescope principal, on obtient  $\Delta x/H_{\text{foc}} = 1,1''$  au centre du télescope. Le champ de vue par sous-pupille pour un système comme NAOS est  $2,32''$ . La taille de la tache projetée fait la moitié du champ de vue d'une sous-pupille. L'effet principal de cette élongation est :

- l'augmentation du bruit de mesure tant que l'image de l'étoile artificielle ne dépasse pas le champ de vue de la sous-ouverture ;
- un système d'OA impossible à faire fonctionner si la tache est trop longue.

Dans le cas particulier de NAOS, le télescope auxiliaire doit être préférentiellement placé au centre du miroir principal pour un problème de rotation de champ. En effet, le système d'OA est au foyer Nasmyth du télescope. Le télescope suivant l'objet scientifique, le champ tourne au niveau du foyer Nasmyth (problème des montures alt-azimuthales). NAOS est équipé d'un dé-rotateur de champ donc le champ de l'instrument reste fixe. Par contre si le télescope auxiliaire est accroché au bord du télescope principal, la tache laser changera de position temporellement – comme expliqué à la figure 3.1. Une étude plus détaillée du bruit de photon en fonction de la position du télescope auxiliaire par rapport au télescope principal est présentée dans la suite de ce chapitre. Dans une première partie l'erreur de mesure associée à une tache d'EL allongée est étudiée en boucle ouverte. Je regarderai l'effet des conditions atmosphériques sur la précision de mesure. Ensuite, l'effet de l'élongation est étudié pour un système comme NAOS en boucle fermée.

L'ensemble de l'étude est effectué en utilisant le code CAOS. Les résultats numériques sont comparés aux valeurs analytiques en boucle ouverte et montrent une grande similitude.

## 3.2 L'étoile laser et NAOS, mesure en boucle ouverte

### 3.2.1 La méthode utilisée

Le système d'optique adaptative NAOS est simulé dans sa configuration  $14 \times 14$  sous-ouvertures en utilisant les caractéristiques précisées au paragraphe 2.5.1 et dans le tableau 3.1 pour toute cette étude. Le télescope simulé n'a pas d'obstruction centrale. La puissance du laser est déterminée pour avoir une magnitude équivalente égale à 6 environ.

Paramètres	Valeur utilisée
Puissance du laser (W)	15
Diamètre du télescope auxiliaire (m)	0,5
« Waist » du faisceau laser (m)	0,3-0,4
Taille de la tache EL dans la mésosphère (m)	0,5-1
Altitude de la couche de sodium (km)	90
Épaisseur de la couche de sodium (km)	10
Section efficace des atomes de sodium ( $\text{m}^2$ )	$1,5 \times 10^{-15}$
Densité moyenne des atomes de sodium ( $\text{m}^{-2}$ )	$5 \times 10^9$
Transmission de l'atmosphère (%)	0,8
Diamètre du télescope principal (m)	8
Obstruction centrale (m)	1,2
Longueur d'onde du laser (nm)	589
Nombre de sous-pupilles	$14 \times 14$
Nombre de pixel par sous-pupille	$8 \times 8$
Champ de vue par pixel (secondes d'arc)	0,29
Bruit de lecture du détecteur (nombre d'électrons)	3

**TAB. 3.1:** Paramètres utilisés dans la simulation.

L'atmosphère est simulée par deux couches dont les caractéristiques sont définies au tableau 3.2. Chacune des deux couches est un écran de phase qui suit la loi de von Kármán ( $\mathcal{L}_0 = 20$  m et  $0,07$  m  $< r_0 < 0,80$  m selon la configuration étudiée).

Altitude (m)	$C_n^2$ (%)
1000	0,8
10000	0,2

**TAB. 3.2:** Altitudes et énergies relatives des deux couches.



Le système est testé avec les quatre types d'étoiles laser guide suivantes (on enregistre les pentes mesurées par chaque sous-pupille avec chacune des EL) :

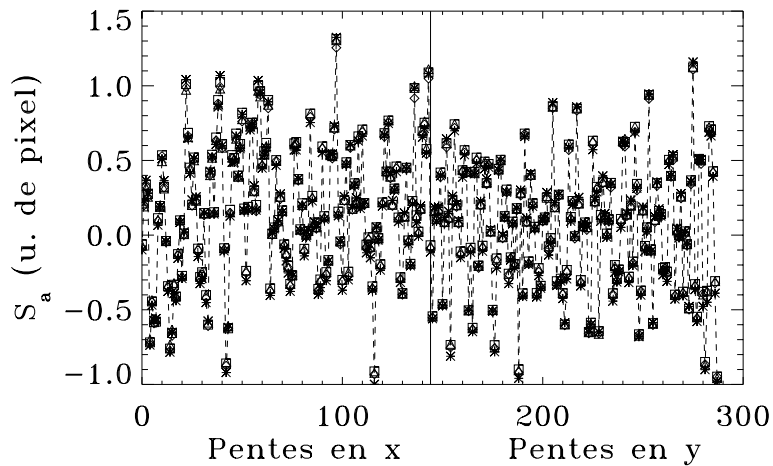
- un objet ponctuel (OP), les pentes obtenues seront nommées  $S_p$  ;
- un objet étendu (OE, disque uniforme de rayon 0,4 secondes d'arc), de pentes  $S_e$  ;
- une étoile laser lancée depuis le centre du télescope principal (OC, pour objet centré), de pentes  $S_c$  ;
- une étoile laser lancée depuis le bord du télescope principal (OHA, pour objet hors axe), de pentes  $S_b$ .

Ces quatre types d'étoiles laser sont situés à une altitude de 90 km. Ces différentes configurations vont permettre d'étudier l'effet de la taille angulaire de l'étoile de référence (ER) sur la précision de la mesure, l'effet de sa forme et de son élongation.

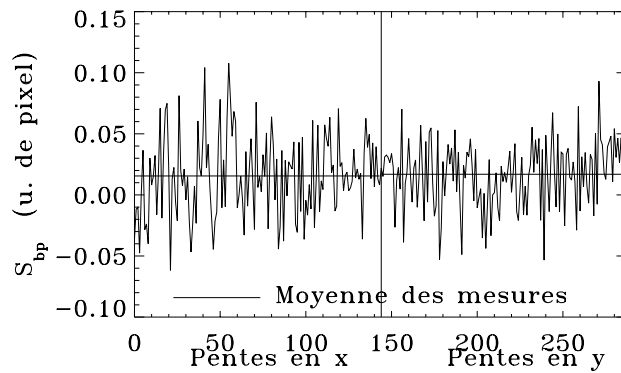
Je vais donc étudier (i) l'effet sur la mesure des pentes de l'utilisation d'une ER étendue par rapport à une ER ponctuelle et (ii) l'effet de l'élongation de l'ER par rapport à un OC pour différentes valeurs de  $r_0$  et un laser de 15 W (magnitude 6).

Il est évident que les différentes étoiles guide utilisées ne donneront pas des mesures complètement décorréliées. On peut même prévoir une forte corrélation. C'est ce que l'on obtient à la figure 3.2. Les mesures obtenues avec les différentes EL (pour un  $r_0 = 0,15$  m, un laser de 15 W) sont indiquées. La première remarque est la difficulté à séparer les mesures les unes des autres. Pour étudier les légers écarts observés selon l'étoile de référence utilisée, je pourrais comparer deux ensembles de mesures  $S_a$  et  $S_{a'}$  obtenus avec deux références différentes (en soustrayant on aurait  $S_{aa'} = S_a - S_{a'}$  et on supposerait alors que  $S_{a'}$  est une référence idéale). La figure 3.3 montre un exemple de soustraction entre deux jeux de mesures obtenus avec un OP et un OHA. La valeur moyenne des pentes (en pixels) en abscisse et en ordonnée est indiquée par une ligne horizontale. Avec un  $r_0$  de 0,15 m, l'EL lancée depuis 5 m de distance du centre du télescope mesure des déplacements différents de seulement quelques centièmes à quelques dixièmes de pixel. C'est cette différence qui nous intéresse. Elle est due au bruit de photon différent pour un objet étendu et pour un objet ponctuel. Le bruit de photon varie avec le nombre de photons reçus par le détecteur,  $r_0$  et avec la taille angulaire de l'objet de référence utilisé. A partir d'une seule mesure, il est impossible de discerner l'influence relative des divers phénomènes impliqués. Par contre, la variance des différentes erreurs est décrite analytiquement en fonction du  $r_0$ , de la taille de la tache dans une sous-pupille et des paramètres physiques du système. On peut donc vérifier l'ordre de grandeur des variances obtenues par ces formules, mais aussi étudier plus en détail l'effet de tel ou tel paramètre sur la précision de mesure des centres de gravité de certaines sous-pupilles. Les mesures effectuées par deux EL  $a$  et  $a'$  de type différent étant fortement corrélées, le calcul de la variance de  $S_{aa'}$  doit contenir un terme de covariance entre les deux jeux de mesure (Bevington & Robinson, 1992) :

$$\sigma_{aa'}^2 = \sigma_a^2 + \sigma_{a'}^2 - 2 \times C_{aa'} = \langle (S_a - S_{a'})^2 \rangle \quad (3.2)$$



**FIG. 3.2:** Mesures des déplacements en pixel avec les quatre types d'étoile laser. L'axe des ordonnées montre le déplacement en unité de pixel de la tache guide par rapport au centre de la sous-pupille. L'axe des abscisses indique les différentes sous-pupilles. Le système NAOS a 148 sous-pupilles, et pour chacune d'entre elles, la mesure du centre de gravité de l'étoile guide est effectuée en abscisse et en ordonnée. Par conséquent, 296 mesures de centre de gravité sont obtenues avec chaque étoile de référence. J'ai indiqué sur l'axe des abscisses les mesures de centre de gravité reliées à l'axe des abscisses des sous-pupilles à gauche et celles reliées à l'axe des ordonnées à droite de la figure. Les mesures de l'OP (étoile ponctuelle) sont représentées par des \*, celles de l'OE (étoile étendue) par les symboles  $\diamond$ , l'OC (étoile centrée) par les symboles  $\square$  et la OH (étoile hors axe) par des  $\triangle - r_0 = 15$  cm,  $P = 15$  W. Les légères différences dues aux diverses étoiles de référence sont à peine visibles.

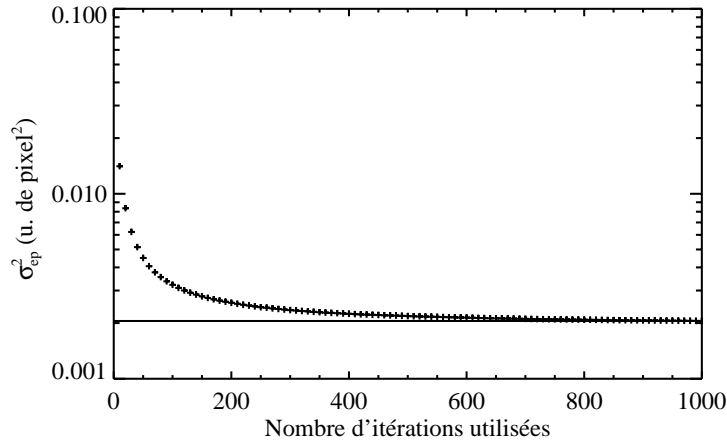


**FIG. 3.3:** Différence entre les mesures des déplacements en pixel obtenues avec une EL ponctuelle et une EL hors axe (lancée depuis un télescope auxiliaire placé à 5 m du centre du télescope principal)  $- r_0 = 15$  cm,  $P = 15$  W.

où  $C_{aa'}$  est la corrélation croisée entre  $S_a$  et  $S_{a'}$  :

$$C_{aa'} = \frac{1}{N_{iter}} \sum_{n=1}^{N_{iter}} (S_{a_n} - \overline{S_a})(S_{a'_n} - \overline{S_{a'}}). \quad (3.3)$$

L'étude statistique est effectuée sur 500 itérations, une nouvelle réalisation d'écrans de phase est calculée à chaque itération. Le choix du nombre d'itérations est important, l'étude de la variance résiduelle en fonction de ce paramètre est tracée sur la figure 3.4. Pour choisir le nombre d'écrans utilisés, j'ai tracé la valeur de la variance résiduelle cal-



**FIG. 3.4:** Des croix sont tracées toutes les 10 itérations. Elles indiquent la variance résiduelle obtenue en utilisant toutes les mesures précédant l'itération qui leur est associée. La ligne solide indique la valeur de la variance résiduelle obtenue en utilisant les 1000 itérations. Cet effet est lié au fait que la pente supposée exacte est entachée des différents bruits associés au détecteur. Ces bruits ont une moyenne nulle statistiquement et il est donc nécessaire d'avoir un nombre de réalisations suffisamment grand pour vérifier cette propriété.

culée en soustrayant les mesures effectuées avec une étoile ponctuelle à celles obtenues avec une étoile étendue (de forme circulaire) et en utilisant l'équation 3.2. La variance a été calculée en augmentant le nombre d'écrans considérés dans le calcul de la variance par incrément de 10 afin de déterminer à partir de combien d'itérations le résultat ne dépend plus des écrans suivants. Chaque croix représente la variance résiduelle mesurée en utilisant toutes les itérations la précédant. La convergence est asymptotique et il est suffisant d'utiliser 500 itérations (ce nombre est un compromis entre la précision du résultat et le temps de calcul, les 500 itérations sont effectuées en 14 heures).

Une remarque importante doit être faite avant de commencer l'étude de l'effet de l'élongation sur la précision de mesure. Je vais supposer pour chaque calcul de variance des mesures de pentes entre deux objets, qu'un des deux objets considérés est la référence et donc que ses mesures sont parfaites. Cette hypothèse n'est pas exacte et peut même devenir complètement erronée lorsque les conditions atmosphériques sont mauvaises. Après avoir introduit la méthode de comparaison, je vais étudier l'effet de la variation des conditions atmosphériques lorsque l'objet de référence est allongé.

### 3.2.2 Conditions atmosphériques et variance résiduelle

#### Etoile étendue circulaire

Pour étudier l'effet de l'atmosphère sur la précision de mesure lorsque l'objet guide est résolu, nous allons comparer les mesures  $S_p$  obtenues avec une étoile laser ponctuelle (OP) à celles ( $S_e$ ) obtenues à une étoile laser étendue (de rayon 0,4", OE). La variance de la différence des deux mesures  $\sigma_{ep}^2$  est indiquée à la figure 3.5 par les symboles  $\star$ .

Dans le cas d'étoiles étendues circulaires, l'utilisation de l'expression analytique décrite dans Séchaud *et al.* (1992) et Rousset *et al.* (1987) permet de vérifier les résultats de la simulation numérique et donc de valider l'ensemble des performances indiquées dans la suite de ce chapitre. La ligne continue tracée à la figure 3.5 montre la correspondance entre les deux types de résultats. La variance de la position d'une image mesurée sur un détecteur seulement limité par le bruit de photon est égale au rapport de la déviation standard de l'image sur le détecteur divisée par le nombre de photons détecté. L'écart quadratique moyen de la gaussienne dépend de la taille de la tache de diffraction ( $\propto \frac{\lambda}{d_{sp}}$ ), de l'élargissement dû à la turbulence ( $\propto \frac{\lambda}{r_0}$ ) et de la taille angulaire de la source. Séchaud *et al.* (1992) obtiennent l'expression du bruit de photon égale à

$$\sigma_{ph}^2 = \frac{8}{N_{ph}} \left( k_*^2 + \frac{d_{sp}^2}{r_0^2} \right), \quad (3.4)$$

si l'on considère que la longueur d'onde d'observation est identique à celle de fonctionnement de l'analyseur de front d'onde. Le terme  $(k_*^2 + \frac{d_{sp}^2}{r_0^2})$  a été calculé par Yura (1973).  $k_*$  est le rapport de la taille de l'image résolue limitée par la diffraction à la taille d'une fonction d'étalement de point limitée par la diffraction.

Le détecteur introduit un bruit de lecture. Rousset *et al.* (1987) ont montré que l'erreur résultante s'écrit sous la forme :

$$\sigma_n^2 = \frac{16}{3} \frac{(N_s^2 - 1) \sigma_d^2}{N_{ph}^2} \left( k_*^2 + \frac{d_{sp}^2}{r_0^2} \right) \quad (3.5)$$

$\sigma_d^2$  est la variance du bruit de lecture (en photons par pixel par trame),  $N_s^2$  est le nombre total de pixels utilisé pour le calcul du centre de gravité.

Si l'on suppose que l'étoile résolue a le même nombre de photons que l'étoile ponctuelle – ce qui est le cas dans notre simulation – et que les bruits pour chaque étoile sont non-corrélés, on peut déterminer la variance totale :

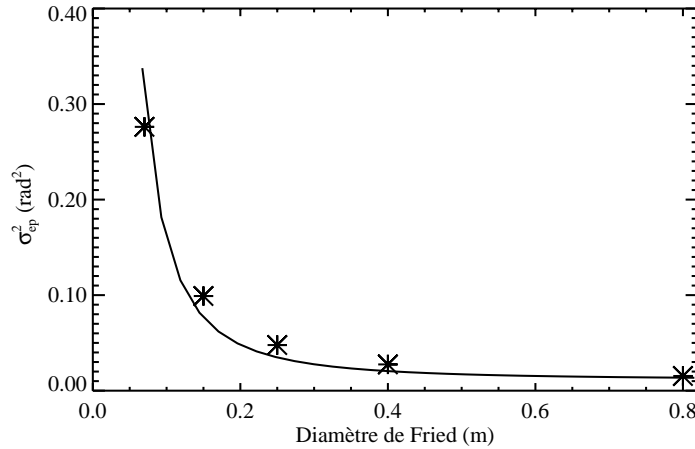
$$\sigma_{tot}^2 = \left[ \frac{8}{N_{ph}} + \frac{16}{3} \frac{(N_s^2 - 1)}{N_{ph}^2} \sigma_d^2 \right] \times \left[ k_*^2 + \left( \frac{d_{sp}}{r_0} \right)^2 \right]. \quad (3.6)$$

Le nombre de photons d'un laser est calculé à partir de la puissance par l'équation 2.24 auquel on rajoute le facteur de propagation vers le sol. On obtient

$$N_{ph} = \frac{T_0}{4\pi H_{foc}^2} \frac{4 \times t_{int}}{\pi d_{sp}^2} \sum_{j=1}^{N_{lay}} n_{ph}(z), \quad (3.7)$$

où  $T_0$  est la transmission de l'atmosphère et  $H_{foc}$  est l'altitude de focalisation.  $N_{ph}$  est le nombre de photons par temps d'intégration  $t_{int}$  et par surface de sous-pupille.

Les paramètres utilisés dans l'équation 3.6 sont les caractéristiques de NAOS. Le paramètre  $k_* = 2$  est déterminé en calculant le diamètre moyen dans une sous-pupille des taches résolues lorsque  $r_0 = 80$  cm et en le comparant à la limite de diffraction de la sous-pupille.



**FIG. 3.5:** Effet de la qualité de l'atmosphère sur la précision des mesures. Les \* correspondent à la variance calculée à partir de la simulation numérique. Pour indication j'ai tracé la variance obtenue par des approximations analytiques décrites par Séchaud et al. (1992) avec une ligne continue.

On remarque l'importance des conditions atmosphériques sur la précision de mesure en boucle ouverte. La variance obtenue avec  $r_0 = 0,25$  m est réduite d'un facteur 10 par rapport à celle obtenue avec  $r_0 = 0,07$  m. L'utilisation d'une étoile OE (étendue) comme référence introduit une augmentation de l'erreur de mesure : le bruit de photon est plus important et limite donc la précision de mesure. Lorsque le  $r_0$  est très grand (supérieur à 20 cm), les fluctuations du front sont suffisamment petites pour qu'il n'y ait pas de différence de précision entre un OP et un OE, l'erreur résiduelle est petite. Pour des  $r_0$  moyens et petits, (entre 5 et 20 cm), l'OP subit l'effet des conditions atmosphériques : la tache est limitée par le seeing et l'erreur de mesure augmente. Les mesures obtenues par les deux objets sont moins bien corrélées car le bruit de photon est plus grand pour chacune d'entre elles. L'étoile étendue introduit aussi une erreur de mesure qui augmente avec le  $r_0$ .

La détérioration du seeing implique donc une augmentation de l'erreur de mesure du centre de gravité de l'étoile de référence qu'elle soit ponctuelle ou étendue. Cependant, cette erreur est plus grande pour une étoile laser étendue, la taille angulaire de l'objet et le seeing induisant des effets cumulatifs.

### Etoile allongée axialement, effet sur l'erreur de mesure pour $r_0 = 0,15$ m

Regardons maintenant l'effet d'un objet de référence non centro-symétrique sur la précision des mesures du centre de gravité. Le bruit de mesure augmente avec la taille de la tache de référence utilisée pour faire le calcul du centre de gravité. Par conséquent, une EL obtenue à partir d'un faisceau laser émis depuis le bord du télescope va engendrer des mesures de centre de gravité plus bruitées que celles obtenues avec une EL créée par un faisceau laser émis depuis l'arrière du miroir secondaire du télescope (donc centrée).

*L'augmentation de ce bruit est-elle majeure ou pas ?*

Pour le savoir, nous avons effectué une étude statistique de la variance en fonction de la distance horizontale de la sous-pupille à la tache laser. Il faut faire attention à la façon

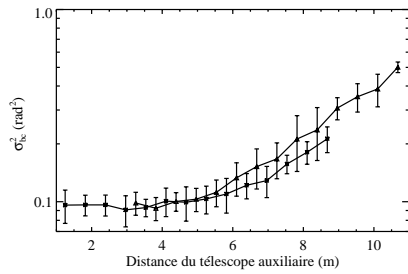


**FIG. 3.6:** Dessin d'un analyseur de type Shack-Hartmann et du télescope d'émission du faisceau laser. Toutes les sous-pupilles de la colonne  $i$  sont à la même coordonnée  $x_i$  du télescope auxiliaire. Par contre leur coordonnée  $y_i$  varie. La taille angulaire de la tache selon l'axe des abscisses dépend des distances  $x_i$ . Les images de l'EL dans chaque sous-pupille de la colonne  $i$  ont la même élongation en abscisse et donc la même variance en moyenne.

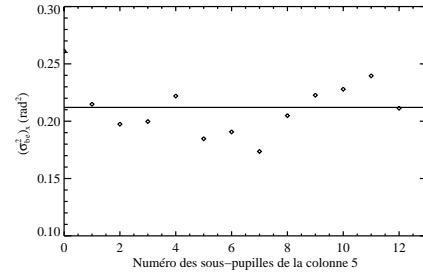
**FIG. 3.7:** Selon l'orientation de la tache laser sur la matrice de sous-pupilles, l'erreur de mesure des pentes sera identique sur les deux axes de mesure ou pas. Le schéma de gauche montre une configuration où la position selon l'axe des ordonnées est mesurée précisément alors que celle selon l'axe des abscisses est entachée d'imprécision. Le schéma de droite montre une configuration où les erreurs en abscisse et en ordonnée sont identiques.

dont le télescope auxiliaire est placé par rapport à la matrice de sous-pupilles. En effet, si l'objet est orienté à  $45^\circ$  dans chaque sous-pupille (voir figure 3.7, dessin de droite), l'erreur est identique en abscisse et en ordonnée. Par contre, si l'orientation diffère de cet angle (figure 3.7, dessin de gauche), l'erreur sera toujours plus grande sur l'un des axes par rapport à l'autre – ceci en supposant que le laser soit lancé au zénith pour simplifier le problème.

Nous avons considéré deux systèmes identiques à un paramètre près : la distance télescope auxiliaire – télescope principal fait 5 m dans un cas et 7 m dans l'autre. Le télescope auxiliaire est placé suivant l'axe des abscisses des sous-pupilles. Nous comparons les mesures obtenues avec un OC aux mesures obtenues avec l'OHA – placé à 5 ou 7 m selon le système – en calculant la variance pour chaque mesure à l'aide de l'équation 3.2. Seules les mesures du centre de gravité le long de l'axe des abscisses sont étudiées, axe



**FIG. 3.8:** Effet de la distance du télescope auxiliaire sur la précision des mesures. Les barres d'erreur à  $3\sigma$  ont été ajoutées (obtenues à partir des mesures des différentes sous-pupilles sur une même colonne  $i$ ). Mesures obtenues avec  $r_0 = 0,15$  m et  $P = 15$  W.



**FIG. 3.9:** Nous avons considéré une colonne du Shack-Hartmann et avons tracé la variance de  $S_{bc_x}$  pour chaque sous-pupille (variance obtenue pour chaque sous-ouverture de la ligne  $i$  indiquée au dessin 3.6). Les valeurs représentées par des losanges oscillent autour d'une moyenne (ligne continue).

sur lequel la tache est allongée.

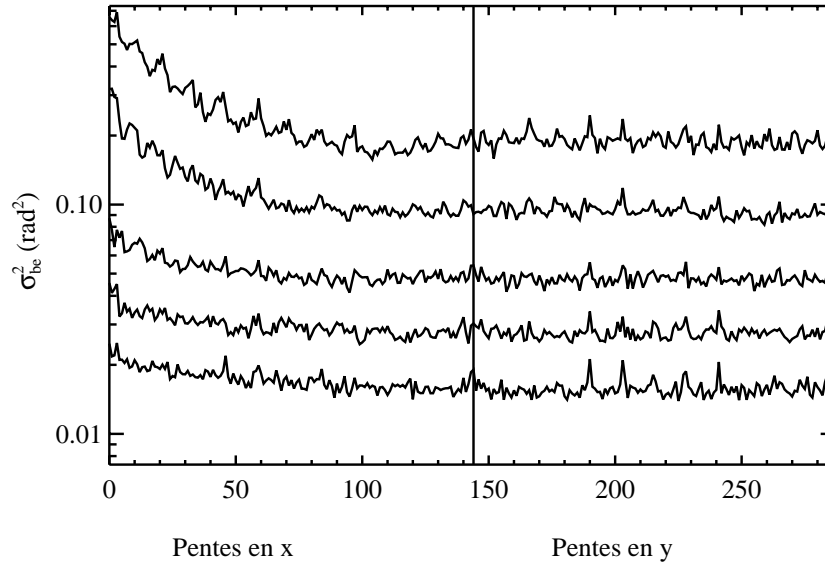
A partir du dessin 3.6, il est facile de voir que toutes les sous-pupilles qui sont à la même distance du télescope auxiliaire ont une tache allongée identiquement selon l'axe des abscisses. La variance de la différence des mesures  $S_{bc_x}$  sur la colonne  $i$  de l'analyseur Shack-Hartmann est la même au bruit près comme on peut le voir à la figure 3.9. En prenant la valeur moyenne, on peut tracer les variations de  $(\sigma_{bc}^2)_x$  en fonction de l'axe des abscisses. On obtient la figure 3.8. La mesure de la variance  $(\sigma_{bc}^2)_x$  est indiquée pour des distances allant de 1,25 m à 10,25 m du télescope auxiliaire. L'erreur augmente d'un facteur 5 entre ces deux distances et devient significative après 5 m.

L'explication est liée à la valeur de  $r_0$  et à la taille angulaire de l'EL en fonction de la distance de la sous-pupille à la tache. Avec un  $r_0$  de 0,15 m, la tache de l'EL à 589 nm est de l'ordre de  $\lambda/r_0$ , soit 0,8". Or, en utilisant l'équation 3.1, on obtient qu'une sous-pupille placée à 4,5 m observe une tache de cette taille si la couche de sodium a une épaisseur de l'ordre de 7 km. Donc jusqu'à environ 5 m de distance, la correction est limitée par les conditions atmosphériques et non pas par l'élongation de la tache EL. Ensuite, c'est l'erreur de l'élongation qui domine. L'utilisation de l'étoile allongée pour mesurer les centres de gravité entraîne une insensibilité aux petites fluctuations du front d'onde : les mesures obtenues selon l'axe des abscisses avec l'OHA varient moins que celles obtenues avec l'OC, donc la variance de la différence entre les deux mesures augmente.

#### Effet de l'élongation pour différents $r_0$

L'élongation de l'EL entraîne une augmentation du bruit de mesure. Il est intéressant d'étudier la répartition de l'erreur sur les sous-pupilles de l'analyseur pour plusieurs  $r_0$ . En effet, les erreurs de mesure sont surtout gênantes lorsqu'elles ne sont pas homogènes sur toute la pupille du système.

Nous avons donc calculé la différence des mesures de pentes obtenues avec l'OE et des



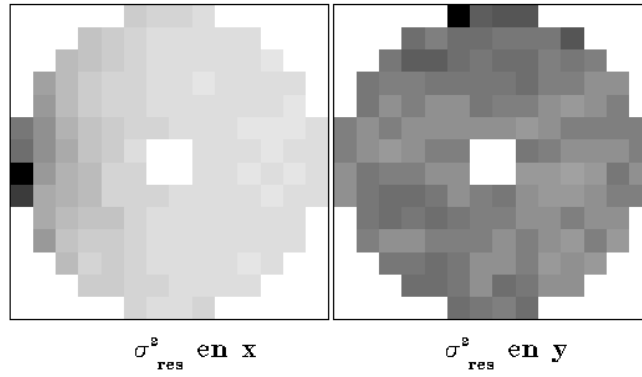
**FIG. 3.10:** Les mesures obtenues avec un OHA sont comparées aux mesures obtenues avec une étoile étendue. La variance de la différence est tracée en utilisant l'équation 3.2 pour différents diamètres de Fried  $r_0$  égaux respectivement à 0,07, 0,15, 0,25, 0,4 et 0,8 m si l'on considère les courbes du haut vers le bas. L'axe des abscisses de la courbe indique le numéro des différentes sous-pupilles pour les variances obtenues selon les deux axes de mesure du centre de gravité de chaque sous-pupille. La partie gauche correspond aux mesures des pentes selon l'axe des abscisses de chaque sous-pupille alors que celles de droite sont obtenues à partir des mesures en ordonnée sur l'analyseur. Le faisceau laser étant émis verticalement depuis la coordonnée cartésienne (5,0), l'élongation est vue selon l'axe des abscisses.

mesures effectuées avec l'OHA. La variance est présentée à la figure 3.10. Le faisceau laser est émis verticalement depuis un télescope auxiliaire situé à 5 m de l'axe optique du télescope principal selon l'axe des abscisses. Chaque sous-pupille doit mesurer les pentes en utilisant une étoile de référence allongée « horizontalement » comme l'exemple (a) de la figure 3.7 (droite). L'erreur selon l'axe des ordonnées est constante comme le montre la figure 3.11. L'étude plus détaillée de la figure 3.10 permet de voir la différence de précision de mesures selon le  $r_0$  (en supposant que la référence est suffisamment précise et donc que l'on a assez de photons. La puissance du laser est égale à  $P = 15$  W dans notre cas).

Lorsque le  $r_0$  est grand, l'atmosphère introduit peu de perturbations, les pentes obtenues avec un OHA sont équivalentes à celles obtenues avec l'OE. Avec peu de perturbations atmosphériques le front d'onde est quasiment plan, donc quelque soit l'étoile de référence les mesures seront très petites.

Par contre, lorsque le  $r_0$  est petit (mauvaises conditions atmosphériques), l'étoile allongée couvre une grande partie de la sous-ouverture. Un effet de vignettage apparaît induisant une mesure moins précise de la position de chaque tache sur la matrice de sous-pupille. L'étoile étendue subit aussi l'effet de l'atmosphère : la précision des mesures est limitée





**FIG. 3.11:** Image de la variance résiduelle en abscisse et en ordonnée en plaçant le télescope auxiliaire à 5 m à droite de l'axe optique du télescope principal. La variation en abscisse est importante. Les erreurs sur la pupille de gauche sont en effet comprises entre  $0,015 \text{ rad}^2$  pour les sous-pupilles les plus proches du télescope auxiliaire et  $0,5 \text{ rad}^2$  pour les plus lointaines. Ces images ont été obtenues pour  $r_0 = 0,15 \text{ m}$  et  $P = 15 \text{ W}$ .

par le seeing, les mesures du centre de gravité sont alors moins précises. Comme l'erreur de mesure augmente pour les deux objets on peut déduire que les deux jeux de mesures sont moins corrélés. La variance de la différence devient plus importante.

**TAB. 3.3:** Pour indication, je donne la valeur de la variance de la différence des mesures  $S_b$  (obtenues avec un faisceau laser émis verticalement depuis le bord du télescope principal) et  $S_e$  (obtenues avec une EL étendue ronde de  $0,4''$  de rayon) pour deux sous-pupilles précises. La sous-pupille 0 mesure le centre de gravité de la tache la plus allongée ; la sous-pupille 140 mesure le centre de gravité à partir une tache laser presque ronde (la sous-pupille étant proche de l'étoile artificielle en distance projetée par rapport au sol).

$r_0$ (m)	0,07	0,15	0,25	0,4	0,8
$\sigma_{be}^2$ pour la sous-pupille 0 ( $\text{rad}^2$ )	0,65	0,3	0,1	0,04	0,025
$\sigma_{be}^2$ pour la sous-pupille 140 ( $\text{rad}^2$ )	0,2	0,1	0,04	0,02	0,015

Considérons deux sous-pupilles extrêmes du système. La sous-pupille 140 est la plus proche du télescope de tir du laser, alors que la sous-pupille 0 est la plus lointaine (tache très allongée). La variance entre ces deux sous-pupilles extrêmes est triplée lorsque  $r_0$  est petit (voir le tableau 3.3). Cette distance est due à l'insensibilité de l'étoile allongée aux variations du centre de gravité. Une précision de mesure trois fois moindre risque de diminuer la précision de reconstruction de certains modes qui ont des structures selon l'axe d'élongation de l'étoile de référence.

On peut donc conclure qu'en boucle ouverte, l'élongation d'une étoile de référence induit une perte de précision de mesure le long de l'axe d'élongation. Cet effet est visible avec

des conditions atmosphériques médiocres, le bruit de photon augmentant avec la taille de la tache laser et inversement proportionnellement au  $r_0$ .

### **3.3 La boucle fermée et l'étoile allongée**

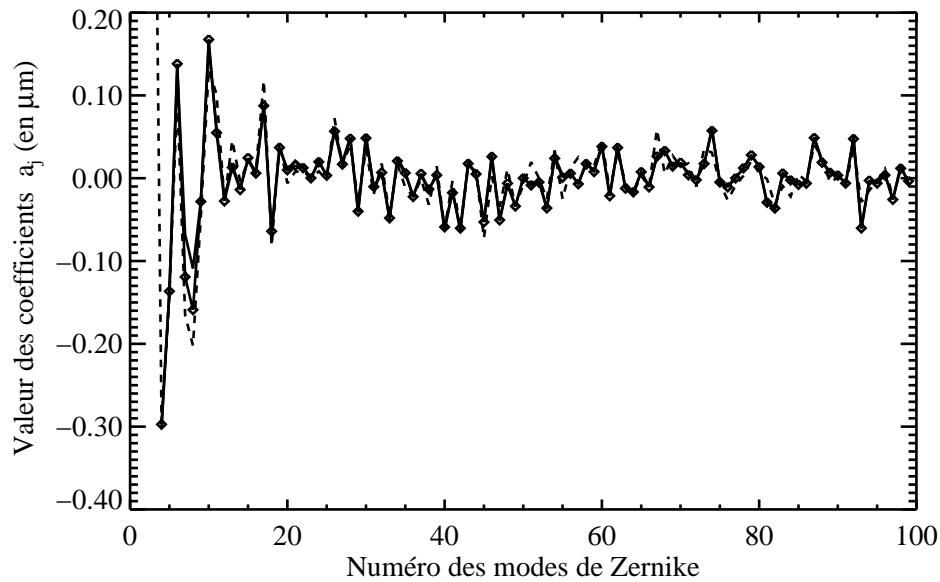
L'étude d'un système en boucle fermée dépend de nombreux paramètres extérieurs comme par exemple l'optimisation de la boucle, le délai entre la mesure et la correction, la rapidité de correction par rapport à l'évolution de l'atmosphère.

J'ai donc étudié le système en boucle fermée sous certaines conditions. Le tip et le tilt sont mesurés par une étoile naturelle sur l'axe optique du télescope. On suppose qu'il n'y a pas de retard temporel entre la mesure des pentes sur le détecteur et l'envoi de commandes au miroir déformable. Par conséquent il suffit d'appliquer un gain  $G$  (que j'ai choisi égal à 0,6) dans la simulation pour éviter que le système soit trop sensible aux variations des mesures de pentes. L'atmosphère est composée des deux couches définies au tableau 3.2. Celles-ci évoluent perpendiculairement l'une par rapport à l'autre, chacune a une vitesse de  $5 \text{ m.s}^{-1}$ . J'ai utilisé un temps d'intégration de 10 millisecondes pour avoir une bonne correction. Le laser a une puissance de 8 W. Les mesures sont décomposées sur la base des polynômes de Zernike, afin de filtrer les modes désirés. La boucle est fermée en 50 millisecondes environ. Deux EL sont utilisées sur deux systèmes d'OA en parallèle afin de voir l'effet de l'EL allongée. Le premier laser est émis verticalement depuis l'arrière du miroir secondaire du télescope principal alors que le second laser est émis verticalement depuis un télescope auxiliaire placé à 7 m du centre optique du télescope principal. Nous avons vu dans la section précédente qu'à une telle distance les mesures des pentes dans les sous-pupilles les plus éloignées sont affectées d'une perte de précision. En calculant la variance de la différence des pentes mesurées nous voyons encore cet effet d'élongation même s'il est moins important.

#### **3.3.1 Modes mesurés à la première itération :**

Il est intéressant de regarder tout d'abord, les valeurs des coefficients des modes mesurés à la première itération. En effet, aucune correction n'est alors effectuée et l'on peut voir la sensibilité des deux étoiles aux divers modes.

La courbe 3.12 montre cette comparaison des modes mesurés à la première itération du système. Les coefficients  $a_2$  et  $a_3$  des modes tip et tilt ne sont pas représentés sur ce graphique. Le premier mode indiqué est donc la défocalisation. Les valeurs des  $a_j$  mesurées avec les deux EL sont semblables. On remarque, par contre, quelques différences entre les coefficients réels (mesurés directement à partir de l'écran de phase de l'itération 0, indiqués en pointillés sur le graphique) et ceux obtenus par les EL. Seuls deux des modes mesurés présentent des coefficients différents selon que l'une ou l'autre des EL est utilisée. Ce sont les deux comas et aucune des deux EL ne mesure la valeur réelle pour ces



**FIG. 3.12:** Les coefficients  $a_j$  associés aux modes de Zernike sont mesurés simultanément en utilisant une EL sur l'axe (ligne pleine) et une EL lancée depuis un télescope auxiliaire placé à 7 m du centre du télescope principal (OHA de la section précédente, représentée par des losanges). Les mesures obtenues à la première itération sont comparées dans cette courbe. Le tip et le tilt ne sont pas inclus ici, donc le premier mode est la défocalisation. L'OHA obtient des coefficients  $a_j$  plus grands pour les deux comas. Pour vérifier le bon fonctionnement du système, j'ai également indiqué en pointillés la valeur des coefficients  $a_j$  des écrans de phase.

deux modes. D'autres différences de mesures de centre de gravité existent (par exemple les modes 20 et 21) mais elles sont beaucoup plus petites.

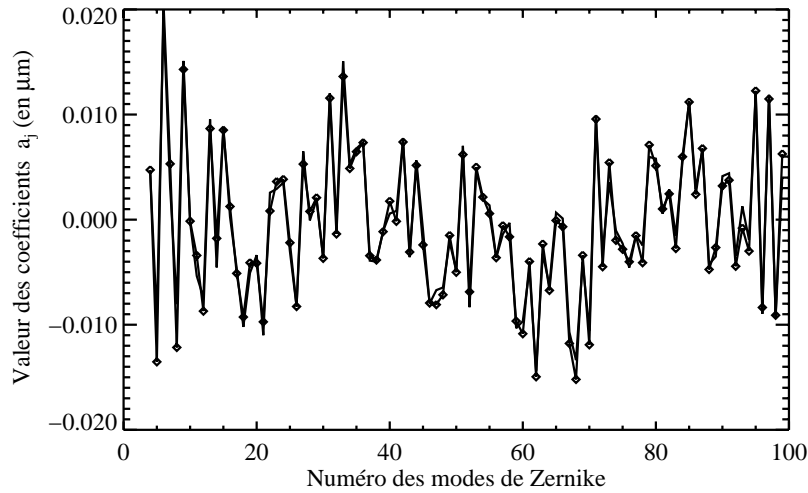
L'imprécision de mesure due à l'élongation de la tache ne semble agir que sur certains modes particuliers.

### 3.3.2 Modes mesurés en boucle fermée :

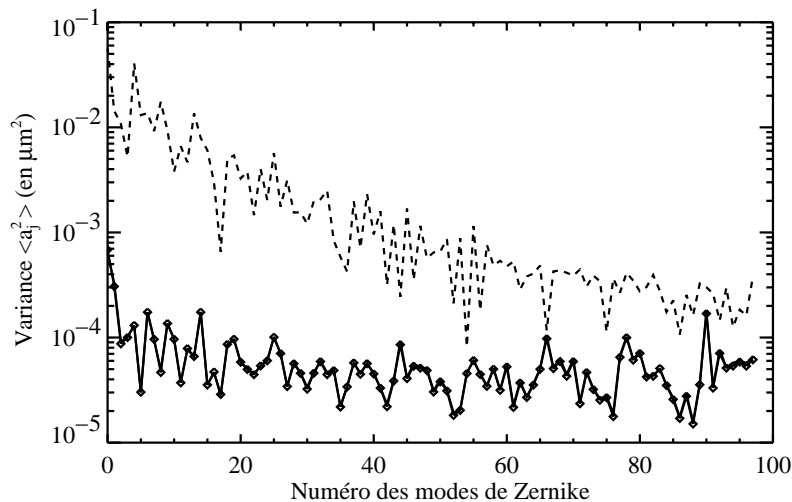
Nous avons vu que l'ensemble des modes n'était pas parfaitement mesuré avec les étoiles laser. Que se passe-t-il en boucle fermée ? Est-ce que chaque EL mesure des coefficients différents ou pas ? Est-ce que la variance de ces coefficients est équivalente pour les deux EL ? Pour répondre à ces questions, j'ai tracé à la figure 3.13 les coefficients obtenus après deux secondes de boucle fermée.

Les mesures obtenues avec les deux EL sont équivalentes. On remarque quand même que lorsque le numéro des modes de Zernike augmente (ordre radial plus élevé) des petites différences se manifestent selon l'étoile guide utilisée.

J'ai aussi regardé la variance de ces coefficients en boucle fermée pour voir s'il y avait une différence systématique des mesures. Le calcul de la variance des coefficients des modes de Zernike en boucle fermée permet de déterminer si la forme de l'étoile laser



**FIG. 3.13:** Les coefficients  $a_j$  associés aux modes de Zernike sont mesurés simultanément en utilisant une EL sur l'axe (ligne pleine) et une EL lancée depuis un télescope auxiliaire placé à 7 m du centre du télescope principal (OHA de la section précédente, représentée par des losanges). Les mesures obtenues à la dernière itération (itération numéro 199, après 2 secondes de boucle fermée) sont comparées dans cette figure. Le tip et le tilt ne sont pas inclus ici, donc le point le plus à gauche est la défocalisation. On peut voir des petites différences entre les coefficients mesurés par les deux EL mais rien d'important, surtout si l'on remarque que les valeurs des  $a_j$  ont diminué d'un facteur 10 entre l'itération 0 (figure 3.12) et l'itération 199 (boucle fermée, ce graphique).



**FIG. 3.14:** La variance des coefficients  $a_j$  associés aux modes de Zernike est calculée pour les mesures obtenues en utilisant une EL sur l'axe et une EL lancée depuis un télescope auxiliaire placé à 7 m du centre du télescope principal (OHA de la section précédente). La variance atmosphérique est indiquée en pointillés. Aucune différence n'est visible entre EL sur l'axe (ligne pleine) et l'EL hors axe (losanges).

agit sur la qualité de la correction. J'ai donc calculé la variance des coefficients  $a_j$  à partir des 195 itérations effectuées en boucle fermée. La courbe 3.14 montre la variance

des coefficients obtenus avec une EL sur l'axe en trait plein et la variance obtenue avec une EL dont le laser est lancé verticalement depuis un télescope auxiliaire situé à 7 m de l'axe optique du télescope principal à l'aide de losanges reliés par un trait plein. La variance atmosphérique est indiquée en pointillés pour information. Aucune différence de variance n'est visible entre les mesures obtenues avec l'EL centrée et OHA. On peut donc conclure que l'utilisation d'une étoile laser allongée dans les conditions de la simulation ne détériore pas la qualité de la correction en boucle fermée, aucun mode n'est moins bien mesuré par l'étoile allongée.

Il faut quand même remarquer que la correction est bonne, le nombre de photons important (la puissance du laser utilisé est 8 W) et que les écrans de phase ne bougent qu'à  $5 \text{ m.s}^{-1}$ . Il est fort possible que dans des conditions d'observations moyennes, la position du laser soit bien plus essentielle.

### 3.4 Effet de la diffusion Rayleigh sur la précision de mesure

L'effet de la diffusion Rayleigh est considéré dans toute cette étude de manière analytique. Son effet n'est pas visible en raison du champ de vue limité des sous-pupilles de NAOS utilisées pour les simulations de l'élongation. Le cône de diffusion Rayleigh est visible dans une sous-pupille si celle-ci est proche du laser (en supposant que celui-ci est lancé verticalement) et si le champ de vue des sous-pupilles est suffisamment grand. Le simulateur calcule la diffusion Rayleigh obtenue lors de la propagation du faisceau laser du télescope auxiliaire vers la couche de sodium.

La diffusion Rayleigh est simulée en utilisant l'expression analytique décrite dans McCartney (1976a); van de Hulst (1981) et au chapitre 2, à l'équation 2.22. Nous avons estimé la diffusion Rayleigh pour deux systèmes d'optique adaptative : NAOS et ALFA. Nous avons ainsi montré que cet effet n'était pas visible dans les sous-pupilles de NAOS, le champ étant suffisamment petit. Les détails de l'étude et l'application au cas d'ALFA sont indiqués dans l'article qui suit, publié dans le journal *Experimental Astronomy*.

## Rayleigh scattering and laser spot elongation problems at ALFA

E. Viard (eviard@eso.org), F. Delplancke (fdelplan@eso.org)  
and N. Hubin (nhubin@eso.org)

*European Southern Observatory, Garching, Germany*

N. Ageorges (nancy@epona.physics.ucg.ie)

*Physics Department, National University of Ireland, Galway, Ireland*

R. Davies (davies@mpe.mpg.de)

*Max-Planck-Institut für extraterrestrische Physik, Garching, Germany*

### Abstract.

This paper describes the qualitative effects of LGS spot elongation and Rayleigh scattering on ALFA wavefront sensor images. An analytical model of Rayleigh scattering and a numerical model of laser plume generation at the altitude of the Na-layer were developed. These models, integrated into a general AO simulation, provide the sensor sub-aperture images. It is shown that the centroid measurement accuracy is affected by these phenomena. The simulation was made both for the ALFA system and for the VLT Nasmyth Adaptive Optics System (NAOS).

**Keywords:** adaptive optics, laser guide star, Rayleigh scattering, spot elongation

**Abbreviations:** NGS – Natural Guide Star; LGS – Laser Guide Star; AO – Adaptive Optics; FWHM – Full Width Half Maximum;

## 1. Introduction

In LGS-AO systems, many issues have to be studied and tested on real hardware and the ALFA system in Calar Alto is a remarkable test bench for the characterization and improvement of LGS-AO operation. In Shack-Hartmann systems, it can be observed that the laser spot shape, as seen from different wavefront sensor sub-apertures, varies as a function of the launching telescope position relative to the sensor. The spot shape depends on 2 phenomena :

1. the Na-layer thickness : producing a 3-D laser plume of about 10 km which is seen from different angles by the different wavefront sensor sub-apertures and leads to different laser spot elongations for each sub-aperture ;
2. the presence of Rayleigh scattering in the lower atmosphere : which gives a cone of light below the laser plume itself ; the Rayleigh cone can be seen



© 2000 Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands.

by the sensor sub-apertures under certain circumstances to be studied here.

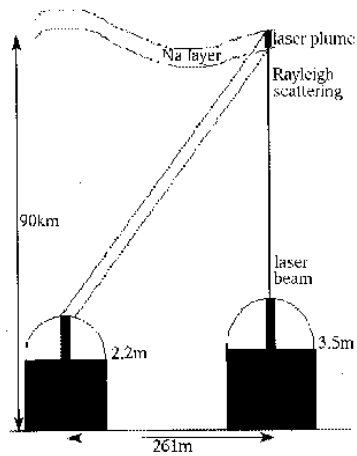


Figure 1. Calar Alto set-up

We have modeled both phenomena independently. Then to calibrate and verify these theoretical and analytical models a common observation programme was conducted (in August 1998) at Calar Alto. The Na plume elongation and the Rayleigh cone due to the ALFA laser beam were observed from the neighboring 2.2 m telescope. The experimental results (Delplancke et al., 1998) were used to constraint the models, as well as to study the evolving Na layer density profile. The experimental set-up is shown in figure 1.

The models were introduced into a general AO software package, also developed in the frame of the LGS network, to get the wavefront sensor sub-aperture images and the corresponding centroid positions in any experimental conditions. We have computed the Rayleigh scattering and the Na spot as seen from wavefront sensor sub-apertures, both in the ALFA case and in the case of a 8-m telescope (typically the Nasmyth Adaptive Optics System - NAOS-of the ESO Very Large Telescope project).

The influence of the LGS shape on the wavefront sensor performances and on noise propagation in the AO system can be evaluated. The modal optimization of the AO closed loop can be adapted accordingly for optimal results, based on noise propagation. This technique must then be compared with other proposed ways of removing the perspective elongation effects (Beckers, 1992).

Here are presented the modeling principles, their correlations with observations, and the qualitative results (sections 2 for the Rayleigh scattering, and 3 for the spot elongation) as well as a first analysis of the LGS shape influence on measurement noise in section 4.

## 2. Rayleigh scattering modeling

The Calar Alto experiment was modeled using analytical Rayleigh single scattering theory and geometrical optics.

The hypotheses made in the modeling are the following :

- the geometry is as shown in Fig. 2 with a Na-layer altitude of 90 km.

- the scattering is only due to Rayleigh scatterers (of size  $\ll$  than the wavelength), air molecules were used. We did not take the aerosols into account for 2 reasons : first, their concentration is highly variable with the period of the year, with the observatory location, and with the local weather, making the modeling very difficult. Moreover, as we are interested in the top of the Rayleigh cone close to the Na-layer, it corresponds to high altitudes where there are few aerosols.
- we considered only single scattering.
- we neglected the loss of power of the laser beam due to the scattering when it is going up in the atmosphere (in case of pure Rayleigh scattering, this loss is lower than 1% on a path length of 100 km).
- the beam is supposed to have a constant width all along its path. Indeed, even if the beam is focalised on the Na-layer, its diameter does not change significantly due to the turbulence which is widening the spot. This was verified during Calar Alto run where the laser plume was observed to have a FWHM diameter of about 1 m (for a launched beam of 0.25 m).
- the beam is assumed wide enough to be resolved by the wavefront sensor camera on several pixels. Again, it was verified during last August observations.
- the laser launch telescope has no central obscuration.
- we neglected the influence of the beam polarization because we are working in backscattering where the scattered light polarization is identical to the propagating beam one.
- the atmospheric density model as a function of the altitude is the USSA-1962 model (McCartney, 1976a) whose profile is given in Fig.2.
- the Rayleigh scattering analytical formula is the classical one (van de Hulst, 1981) (McCartney, 1976b) :

$$\frac{dI_1(\alpha)}{d\Omega} = P_0 4 \pi^2 \frac{(n_0 - 1)^2}{N_0^2 \lambda^4} (\cos(\phi)^2 \cos(\alpha)^2 + \sin(\phi)^2) \quad (1)$$

where  $\frac{dI_1(\alpha)}{d\Omega}$  is the intensity of the light scattered by a single particle, per unit of solid angle  $\Omega$  in the direction  $\alpha$  (close to  $180^\circ$  in backscattering),  $P_0$  the power of the incident light per unit of surface,  $n_0$  the atmospheric refractive index at sea level ( $=1.000292$ ),  $N_0$  the number of particles (molecules) per unit of volume at sea level ( $=2.5 \times 10^{25}$  particles per cubic meter),  $\lambda$  the wavelength,  $\phi$  the angle between the scattering plane and the direction of polarization of the incident light.



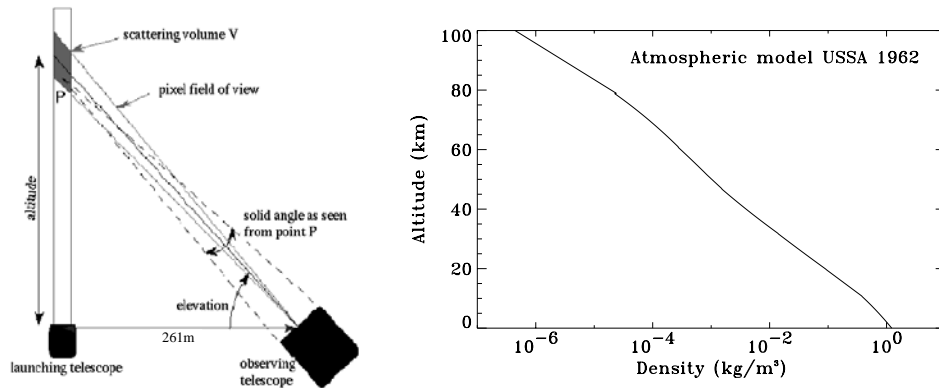


Figure 2. Left : Geometry used for the simulation. Right : Atmospheric density (in  $kg/m^3$ , in log-scale) as a function of the altitude (in km) as given by the model USSA-1962.

The model predicts correctly the presence of a maximum in intensity per pixel at a certain elevation depending mainly on the distance between the launching and observing telescopes, as observed during Calar Alto observation run from a telescope placed at 261 m from the launching one. This results from 3 effects :

- the decrease in atmospheric density with the altitude,
- the increase of the scattering volume (corresponding to one camera pixel, with the telescope elevation) and
- the increase of the distance between that volume and the observing telescope.



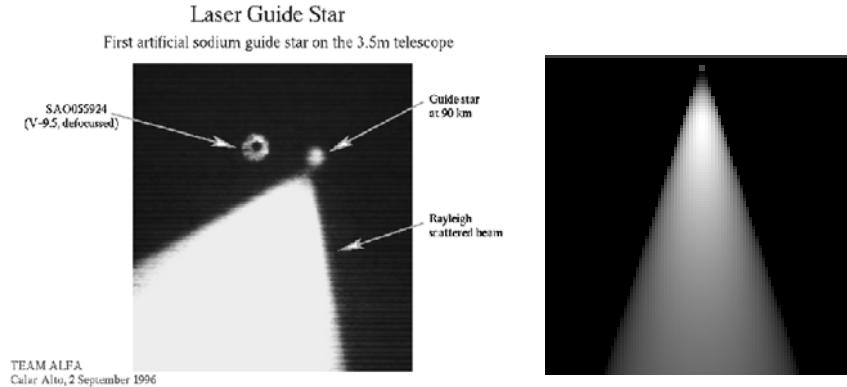
Figure 3. Na layer plume (right side) and Rayleigh cone top (just seen at the left side) as seen from the 2.2 m telescope (top) and as modeled (bottom). The image size is  $600 \times 80 \text{ arcsec}^2$ . Images are in linear scale

The model gives the right shape and the right intensity ratio between the Na plume (set, in the model, to a cumulated magnitude of 9, as observed from ALFA (Quirrenbach et al., 1997)) and the top of the Rayleigh cone as seen in figure 3.

The simulation gives also results comparable with images taken with the tv-guider camera of the 3.5 m telescope in Calar Alto (Fig. 4). The tv-guider

camera is much closer to the laser launch telescope and corresponds more to the close configuration encountered with the wavefront sensor.

The simulation helps us to predict that the elevation of the apparent intensity maximum increases when the observing telescope gets closer to the launching one; the top of the Rayleigh cone approaches the Na-layer LGS. For close configurations (separation between the launching telescope and the observing sub-aperture lower than 1 m), the top of the Rayleigh cone can even apparently *touch* the Na plume.



*Figure 4.* Comparison between ALFA off-axis tv-guider image of the LGS and Rayleigh cone (left) and the image obtained with the simulation (right) for the same scale and field of view. Distance tv-guider - launch telescope = 1 m. LGS magnitude = 7. Output laser power = 2.2 W. Pixel size = 0.37 arcsec

### 3. Sodium layer spot modeling

The Na layer spot simulation is divided into 3 steps whose parameters are the following :

- the launch of the laser beam by a telescope of adjustable diameter (here set to 0.25 m in ALFA case), without central obscuration. The beam is supposed gaussian, its waist (related to the full width half max) was chosen here equal to 33 % of the diameter, its focalization was set on the Na-layer supposed to be at 90 km altitude, and its power was set to 2 W continuous.
- the upward conical propagation of the laser beam through a von Kármán atmosphere (here with  $n_0 = 20 \text{ cm}$  and  $L_0 = 20 \text{ m}$ ) made of several layers (here 2 layers at 10 m and 10 km respectively). Fraunhofer propagation (Born and Wolf, 1959) is assumed here taking into account the focalization on the Na-layer.

- the generation of the 3-D spot in the Na-layer by computing the intensity pattern at different levels in this layer (supposed of FWHM equal to 7 km centered around an altitude of 90 km), supposing a gaussian distribution of the Na column density as a function of the altitude, and not considering saturation (because of the use of a continuous laser). The resonant backscattered number of photons is computed following the results obtained by Gardner (1989). The principle scheme of such a simulation is given in Fig. 5. An example of the so obtained 3D spot shape, as seen from the ground, is given in figure 6.

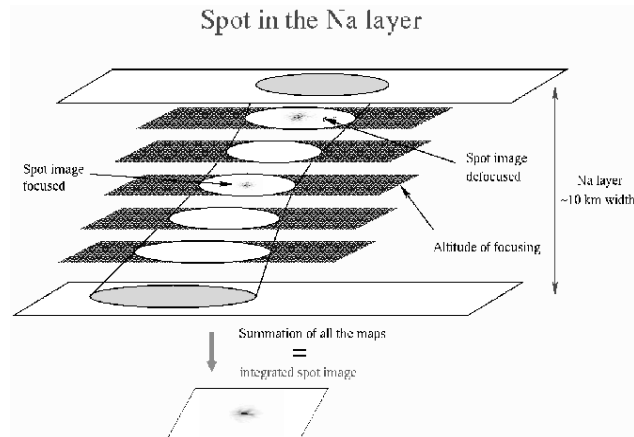


Figure 5. Principle scheme for the generation of the 3-D spot in the Na-layer. The sub-layer images are given for a 8-metre launching telescope in order to show the speckle due to the propagation through the turbulent atmosphere.

#### 4. Influence on Shack-Hartmann wavefront sensor performances

##### 4.1. RAYLEIGH CONE

As shown by the simulation and by the Calar Alto experiments, the Rayleigh cone intensity per pixel angularly close to the Na layer spot, increases when the observing aperture gets closer to the laser launching telescope. It will be the most important for the closest wavefront sensor sub-apertures in a LGS AO system. This situation was modeled both for ALFA (5x5 hexagonal sensor) and NAOS (14x14 square sensor) systems, considering that the minimum distance between sub-aperture and launching telescope is equal to 1 m. The results of such simulation are shown in figures 7 and 8.

In ALFA case, the Rayleigh cone is very important in the sub-aperture, closest to the laser launch. The total intensity due to the Rayleigh on the sub-aperture field of view is of the same order of magnitude as the total

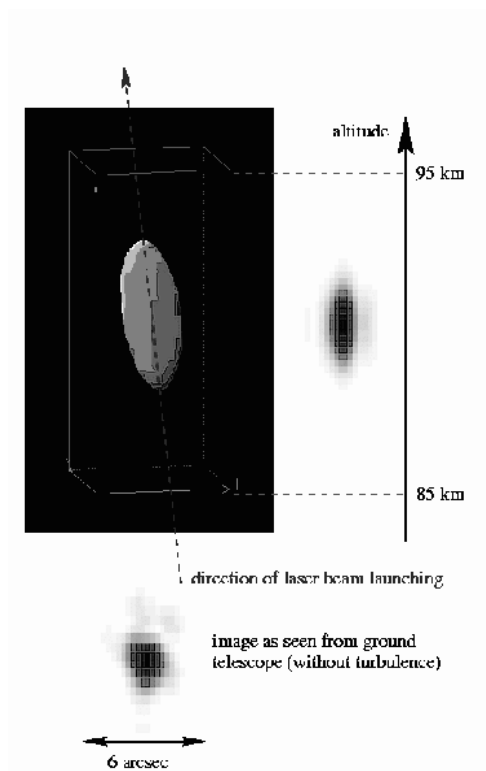


Figure 6. Example of a 3-D Na spot obtained with a 0.25 m launched beam, a 7 km FWHM Na layer at 90 km mean altitude, and a slightly off-axis launching direction.

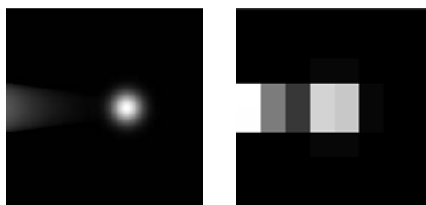


Figure 7. Rayleigh cone and Na spot images in a sub-aperture of ALFA. The Na spot has a global 9 magnitude, for a 2 W laser power. The 0.7 diameter sub-aperture center is located 1 m from the laser launching telescope. At left, the pixel size is equal to 0.023 arcsec while at right, the image is rebinned to the actual ALFA pixel size of 0.75 arcsec. The sub-aperture field of view is in both cases of 6 arcsec. The atmospheric turbulence is not taken into account. Laser launch telescope diameter = 0.25 m.

Na spot intensity. As the Rayleigh is situated only on one side of the Na spot, it is inducing a large bias on the centroid measurement. Fortunately it is not so affecting the other sub-apertures : for a laser-sub-aperture distance of 1.7 m, the Rayleigh total intensity is reduced to about 8 % of the Na spot total intensity.

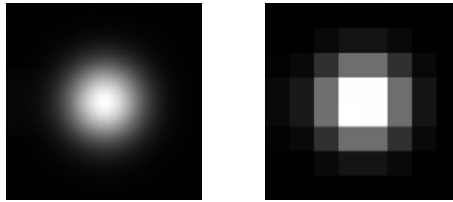


Figure 8. Rayleigh cone and Na spot images in a sub-aperture of NAOS (14x14). The Na spot has a global 9 magnitude, for a 2 W laser power. The 0.57 diameter sub-aperture center is located 1 m from the laser launching telescope. At left, the pixel size is equal to 0.009 arcsec while at right, the image is computed for the actual NAOS pixel size of 0.29 arcsec. The sub-aperture field of view is in both cases of 2.32 arcsec. The atmospheric turbulence is not taken into account. Laser launch telescope diameter = 0.25 m.

A solution to remove the Rayleigh scattering cone is to take the sub-aperture images with a detuned laser so that only the Rayleigh cone can be seen. This reference image is then subtracted from the real closed loop image before getting the centroid. It only works when the laser is launched from the center of the telescope so that the configuration is centrally symmetric. Indeed, if the laser is launched sidewise, the pupil rotation on the Shack-Hartmann sensor will induce a displacement of the laser launch position relative to the Shack-Hartmann axes. The Rayleigh cone aspect on each sub-aperture will vary with time and no easy calibration is possible. On the contrary, when the laser is centrally launched, the pupil rotation does not induce this displacement and the Rayleigh cone aspect (orientation and shape) remains the same at any moment (as long as the Rayleigh is constant). Still, the Rayleigh added noise has to be taken into account. This parasitic noise is of the order of  $5 \bar{e}$  per pixel per ms, at his highest point. This is not negligible relative to the other noise sources : read-out noise (around  $6 \bar{e}$  rms) and sky background noise. The Rayleigh cone can also be reduced by windowing the sub-aperture field of view and by temporal filtering in case of pulsed laser. Other means will be investigated, e.g. using the beam polarization properties.

On the contrary, Fig. 8 shows that the Rayleigh cone can be neglected in the case of NAOS. This is due to the fact that, in NAOS, the pixel scale is much smaller than in ALFA (0.29 arcsec versus 0.75 arcsec). The sub-aperture field of view is thus smaller, providing a kind of spatial filtering. Moreover, in NAOS, the Rayleigh cone is distributed on a larger number of pixels than in ALFA while the Na spot is not *diluted* so much. The intensity per pixel due to the Rayleigh scattering goes down to 4 % of the Na spot intensity per pixel. This represent a parasitic noise, after Rayleigh cone subtraction, of  $0.4 \bar{e}$  per pixel per ms, which is negligible relative to the read-out noise.

## 4.2. SPOT ELONGATION

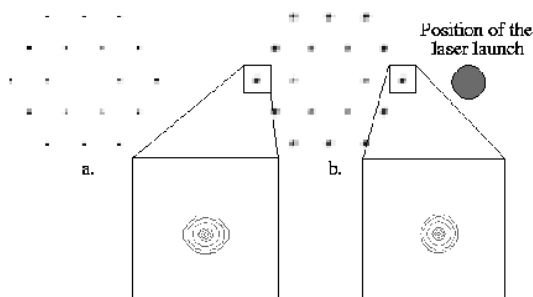
The 3-dimensional Na spot image, obtained as described the section 3, is then used in the wavefront sensor image computation.

Again Fraunhofer and weak fluctuations approximations are used : the scintillation is neglected and we propagate only phase variations through the same atmosphere as used in upward propagation, taking the cone effect into account. Phase at the entrance of the telescope is obtained and Shack-Hartmann wavefront sensor sub-aperture images are computed using Fourier optics :

- the 2-D Na spot source maps are obtained by projecting the 3-D map on each sub-aperture taking the perspective effects into account ;
- the sensor point-source images are computed by Fourier transform of the phase on the sub-apertures ;
- the convolution of the point-source images with the 2-D Na spot maps gives us the final sensor images.

This simulation was made in 2 cases : ALFA (3.5 m telescope with a 5x5 hexagonal Shack-Hartmann wavefront sensor) and NAOS (8 m telescope with a 7x7 square Shack-Hartmann sensor).

The 2-D Na spot maps are shown in Fig. 9 for ALFA and in Fig. 10 for NAOS and for different positions of the laser launch telescope relative to the pupil. The differential elongation of the spots as a function of the sub-aperture can be easily seen on the extracted contour plots. It is more noticeable with the 8 m telescope than with the 3.5 m.



*Figure 9.* Right : Na spot elongation on the various sub-apertures of ALFA system (5x5 hexagonal array). The laser is launched from the pupil side (grey dot). The closest and farrest spots are enlarged as contour plots in order to show the differential spot elongation. The global field of view of the contour plots is 3 arcsec. It can be compared with the natural guide star spot shape (at left).

The spot elongation modifies the accuracy of the centroid measurement along its long axis. As the spot elongation is not the same for each sensor

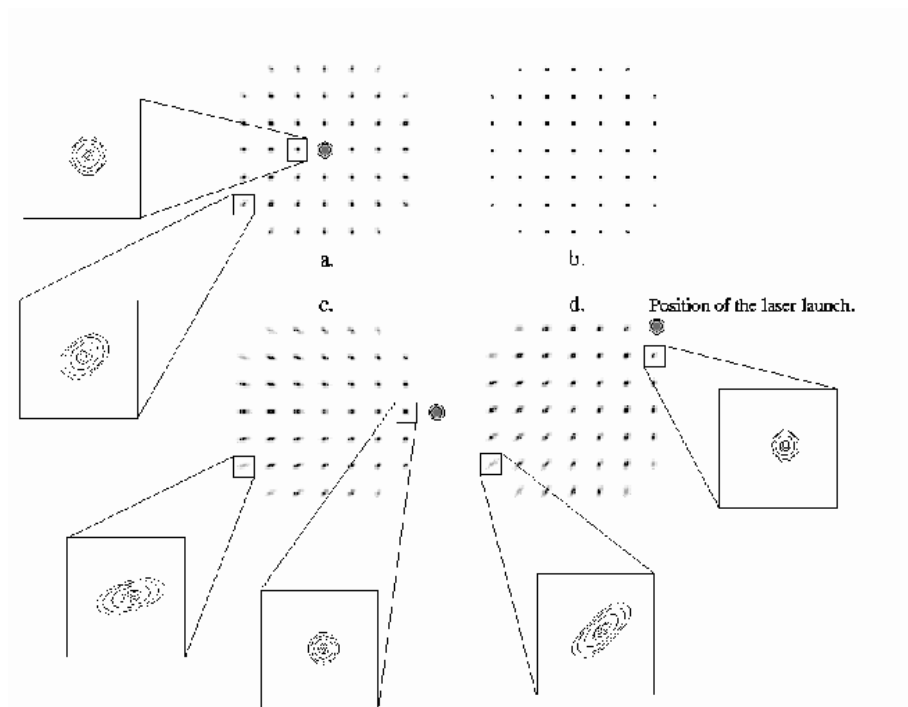


Figure 10. Na spot elongation on the various sub-apertures of NAOS system (8 m telescope, 7x7 square array) for various positions of the laser launch telescope (grey dot) : a) behind the secondary mirror, c) at the pupil side, along one of the sensor axes, d) at the pupil side and at  $45^\circ$  from the axes. It can be compared with the natural guide star spot shape (b). Some of the spots are enlarged into contour plots whose global field of view is 3 arcsec.

sub-apertures and as a function of the laser position, the noise on the centroiding measurement is different and therefore the noise propagation into the reconstructed modes is affected. This effect is negligible for ALFA. Indeed the measurement noises (read-out noise, background noise ...) are very large relative to the LGS signal and the laser spots are deformed due to atmospheric turbulence. The very slight spot elongation shown in figure 9 without noise nor perturbation is so completely dominated by other ALFA noise sources in real situations.

On the contrary, in system like NAOS where the measurement noises are considerably reduced, the spot elongation will have to be taken into account and the laser launch telescope position well chosen. Indeed, in an alt-azimutal telescopes, the pupil rotates on the sensor and if the launching laser is not located behind the telescope secondary mirror (central position), the shape of the spots on each sub-aperture will vary with time. This effect is well shown in Fig. 10 c and d.

In LGS AO operation, the differential noise propagation must be compensated via the reconstruction matrix and via an adapted modal optimization

in the time and mode filtering. If the spot elongation on one sub-aperture varies with time (i.e. with a lateral launching telescope), various reconstruction matrix have to be implemented as a function of the pupil position on the Shack-Hartmann sensor. The quantitative effects of these phenomenon on the adaptive optics loop performances have to be evaluated.

## 5. Conclusion and Perspectives

Experiments were conducted in Calar Alto with the 2.2 and 3.5 m telescopes and with ALFA, in order to study the Rayleigh scattering induced by the laser beam, and the spot elongation due to the non-negligible Na-layer thickness. The observations allowed us to develop and calibrate models of these phenomena. The models have been used to study the impact of Rayleigh scattering and spot elongation on the Shack-Hartmann wavefront sensor image and on the centroiding performances. The spot elongation was shown to be negligible in ALFA case while it is more important with an 8 m telescope. On the contrary, the presence of the top of the Rayleigh scattering cone appeared to be more noticeable in ALFA case and to induce a non-negligible bias in the centroiding measurements close to the laser launch telescope.

We are planning to make new observations in Calar Alto to exactly calibrate the photon returns from the Na spot and from the Rayleigh cone, together with Lidar measurements of the atmosphere. These data will be used to certify our developed models.

We will also test the polarization method for suppressing the Rayleigh cone in the sub-aperture images. Finally, the investigation of noise propagation in the AO loop with spot elongation will be pursued quantitatively. We plan to propose strategies to correct for this effect.

## Acknowledgements

This work is being performed in the frame of the ‘Laser Guide Star for 8-m Class Telescopes’ network of the European Commission *Training and Mobility of Researchers* programme (Contract no. FMRX-CT96-0094). The present research was a collaboration between the Max-Planck-Institut für extraterrestrische Physik in Garching, the European Southern Observatory and the National University of Ireland-Galway.

Special thanks go to the ALFA team (W. Hackenberg, M. Kasper, Th. Ott and S. Rabien) and the operators (J. Aceituno and L. Montoya) for their essential help with the laser.



## References

- Beckers, J.: 1992, 'Removing perspective elongation effects in Laser Guide Stars and their use in the ESO Very Large Telescope'. *Proceedings of ESO conference on Progress in Telescope and Instrumentation Technologies (April 27-30, 1992, Garching, Germany)* pp. 505–514.
- Born, M. and E. Wolf: 1959, *Principles of Optics*, pp. 381–385. Pergamon Press (London).
- Delplancke, F., N. Ageorges, N. Hubin, and C. O'Sullivan: 1998, 'LGS light pollution investigation in Calar-Alto'. In: *Proceedings of ESO-OSA Conference on Astronomy with Adaptive Optics (April 7-11, 1998, Sonthofen, Germany)*. pp. 501–512.
- Gardner, C.: 1989, 'Sodium resonance fluorescence Lidar applications in atmospheric science and astronomy'. In: *Proceedings of IEEE*, Vol. 77. pp. 408–418.
- McCartney, E.: 1976a, *Optics of the Atmosphere - Scattering by Molecules and Particles*, pp. 81–86. John Wiley & Sons (New York).
- McCartney, E.: 1976b, *Optics of the Atmosphere - Scattering by Molecules and Particles*, Chapt. 4. John Wiley & Sons (New York).
- Quirrenbach, A., W. Hackenberg, H. Holstenberg, and N. Wilnhammer: 1997, 'The Sodium Laser Guide Star System of ALFA'. In: *Proceedings SPIE in Adaptive Optics & Applications*, Vol. 3126. pp. 35–43.
- van de Hulst, H.: 1981, *Light scattering by small particles*, p. 65. Dover Publications (New York).

Les sous-pupilles du système ALFA ont un champ plus grand (égal à 6 secondes d'arc) que celles du système NAOS (2.3 secondes d'arc) et par conséquent la diffusion Rayleigh devrait être visible dans les sous-pupilles du télescope, ajoutant au maximum un bruit de 5 électrons par ms par pixel ce qui est comparable au bruit de lecture d'ALFA. Cette diffusion n'est pas visible sur les images de l'analyseur d'ALFA (voir la photographie 2.20 à la page 73), ce qui peut être expliqué par l'image très bruitée. L'élongation de la tache obtenue avec le système ALFA a aussi été étudiée dans cet article et nous avons montré qu'elle était négligeable.

### 3.5 Conclusion

Le phénomène d'élongation a été étudié dans ce chapitre pour le système d'optique adaptative NAOS. Les mesures du centre de gravité en boucle ouverte sont moins précises si l'objet de référence est allongé. L'erreur de mesure augmente avec la diminution du diamètre de Fried, cet effet étant la conséquence de l'augmentation du bruit de photon. Cependant, nous avons montré que l'imprécision de mesure n'est pas visible (dans le cas du système NAOS) si le faisceau laser est émis depuis l'arrière du miroir principal. En fait, les mesures deviennent moins précises si les sous-pupilles sont situées à des distances supérieures à 5 m pour un  $r_0$  égal à 15 cm.

Il faut cependant relativiser cette erreur en regardant la valeur réelle des pentes : les variances en boucle ouverte sont en moyenne 60 fois plus petites que les variances des mesures elles-mêmes.

La comparaison des modes mesurés par les différentes étoiles de référence à la première itération (boucle ouverte) montrent que certains modes sont mal mesurés par les étoiles laser (qu'elles soient émises depuis l'arrière du miroir secondaire du télescope principal ou depuis le bord du télescope principal).

La simulation numérique de la boucle fermée montre qu'aucun effet n'est visible même en utilisant un télescope auxiliaire situé à 7 m du télescope principal.

L'étude de la diffusion Rayleigh est également faite dans ce chapitre. Nous montrons que celle-ci n'est pas visible dans le cas de NAOS, le champ de vue des sous-pupilles étant suffisamment petit. Par contre, dans le cas d'ALFA, cet effet devrait être visible (en réalité il n'est pas observé dans les sous-pupilles d'ALFA mais il est difficile de conclure étant donné le bruit de photons mesuré par sous-pupille). On peut donc éliminer la diffusion Rayleigh dans un système d'OA en utilisant des sous-ouvertures qui ont un champ de vue de l'ordre de la taille de l'EL allongée. Tant que la diffusion Rayleigh n'est pas aussi brillante que l'EL, on peut également utiliser des seuillages avant de mesurer le centre de gravité sur chaque sous-pupille.



---

## Chapitre 4

# La méthode 4 EL : une façon de diminuer l'effet de cône

### 4.1 Introduction

Comme je l'ai introduit au paragraphe 1.3.6, l'effet de cône découle directement de l'utilisation d'un laser et du fait que celui-ci est projeté à une altitude finie. L'onde provenant de la mésosphère est sphérique, elle ne traverse pas les mêmes parties des couches turbulentes de l'atmosphère qu'une onde plane, il y a un effet de grossissement. La correction obtenue grâce aux mesures de l'étoile laser (EL) ne sera pas exacte pour l'onde plane. Pour un télescope de 8 m, la réduction du rapport de Strehl est à peu près de 50% à  $1 \mu\text{m}$  pour un  $r_0 = 0,25$  m. Dans les longueurs d'onde du visible, la variance devient trop grande et il n'est plus possible d'obtenir une bonne correction.

Pour corriger cet effet il faut mesurer toute la perturbation que l'étoile naturelle traverse. Une EL n'étant pas suffisante pour cette mesure, on en utilise plusieurs. On peut classer les diverses méthodes à plusieurs EL proposées en deux catégories :

- certains ont proposé des techniques utilisant plusieurs étoiles guide mais ne mesurant le front d'onde uniquement au niveau de la pupille et ne corrigeant le front d'onde qu'au niveau de la pupille du télescope (Parenti & Sasiela, 1994; Tyler, 1994; Sasiela, 1994; Fried, 1995) ;
- d'autres se sont dirigés vers des méthodes dites « multi-conjuguées » en proposant l'utilisation de plusieurs étoiles guides et de plusieurs miroirs déformables conjugués à plusieurs altitudes. Cette partie sera décrite au chapitre 5.

Lorsque l'on parle de méthode à plusieurs EL, on choisit souvent de considérer au moins le cas 4 EL pour des raisons de symétrie par rapport à la pupille d'un télescope. En effet, il faut trouver une méthode pour relier les mesures effectuées avec les différentes EL et mesurer le basculement qui est associé à 4 EL. Or il est plus facile de mesurer le basculement associé à 4 EL qu'à 3 EL (questions de symétrie par rapport aux axes x et y). Par ailleurs, la difficulté de traitement des données en temps réel croît avec le nombre

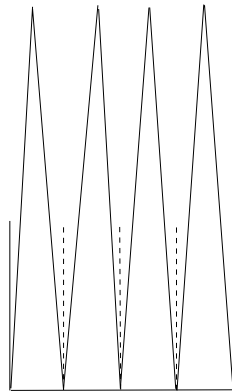
d'objet guide. La disposition des quatre étoiles artificielles est immédiate : pour couvrir toute la pupille du télescope, il faut que chacune des quatre étoiles corrige un quart de la pupille. Je dénomme par la suite ces quart de pupilles des *macro sous-pupilles*<sup>1</sup>. Un aspect important intervient ensuite : *chaque laser doit-il être vu par l'ensemble des sous-pupilles du télescope (nous considérons un système Shack-Hartmann uniquement) ou bien vu par un nombre limité de celles-ci ?* C'est de cette question qu'ont dû émerger les dénominations données par Tyler (1994) au trois méthodes : le « *butting* », le « *stitching* » et le « *merging* ». La traduction littérale de ces mots est très imagée :

- ainsi le « *butting* » est l'**aboutage**, l'assemblage de plusieurs pièces par leurs extrémités : chaque étoile est vue uniquement par une macro sous-pupille ;
- le « *stitching* » est la **soudure** de plusieurs éléments : chaque macro sous-pupille mesure le déplacement de l'étoile qui lui est associée et les étoiles avoisinantes pour associer les différentes mesures ;
- le « *merging* » est la **fusion** de plusieurs pièces : chaque étoile est vue par toutes les macro sous-pupilles.

Ces trois méthodes ont pour objectif de corriger les perturbations mesurées au niveau de la pupille du télescope. Voyons plus en détail chacune d'elles.

#### 4.1.1 L'aboutage

C'est la méthode la plus intuitive de toutes ; elle est représentée schématiquement à la figure 4.1. Elle semble réalisable mais a des défauts importants. Le principal est la dis-



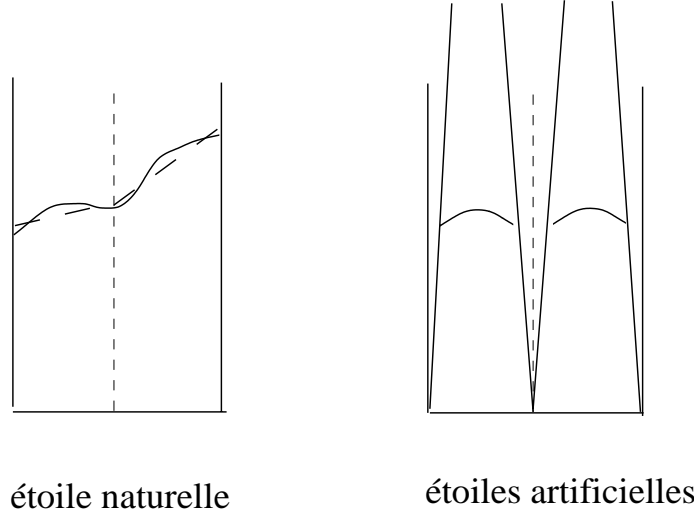
L'aboutage

**FIG. 4.1:** *Les étoiles sont accolées les unes aux autres sans se superposer.*

continuité des mesures entre chaque macro sous-pupille. Le basculement n'est pas mesuré par les étoiles artificielles et il est impossible de connaître la perturbation globale. Le croquis 4.2 explique cet effet : supposons que le front d'onde soit la combinaison d'un tip-tilt

<sup>1</sup>. Une macro sous-pupille est un ensemble de sous-pupilles d'un système d'OA qui utilise la même étoile guide pour mesurer le front d'onde atmosphérique.

et d'une défocalisation. Une étoile naturelle observe la combinaison de tip-tilt et d'une défocalisation alors qu'avec plusieurs EL, seule la défocalisation est mesurée.



**FIG. 4.2:** Le dessin de gauche montre la perturbation mesurée avec une étoile naturelle : le basculement et la défocalisation sont détectés sans problème. Le dessin de droite nous indique ce que les étoiles laser vont observer pour une même perturbation : le basculement n'est plus visible, seule la défocalisation est observée mais pas complètement en raison de l'effet de cône.

Il faut donc trouver une méthode pour régler ce problème. Une possibilité est d'utiliser une étoile guide supplémentaire (étoile naturelle ou étoile laser) qui couvre tout le miroir. Parenti & Sasiela (1994) étudient cette technique analytiquement (même s'ils parlent de *stitching* dans leur article, c'est le *butting* qui est étudié). Ils supposent que chaque section mesurant une EL est circulaire – ce qui n'est pas réaliste si l'on veut que toute la pupille du télescope principal soit recouverte – et déterminent une expression approchée de l'erreur résiduelle due :

- à l'atmosphère située au-dessus de l'EL,  $\sigma_{\text{upper}}^2$
- à l'atmosphère mal sondée par l'EL,  $\sigma_{\text{lower}}^2$  (effet de cône) ;
- au fait que qu'un tilt différentiel soit introduit entre chaque EL,  $\sigma_{\text{butting}}^2$ .

Le premier terme, est bien entendu nul dans le cas d'une étoile laser sodium mais c'est par contre l'erreur la plus importante avec les étoiles Rayleigh. Le second terme décroît avec l'augmentation du nombre d'étoiles guides, il est relié à la quantité d'atmosphère sondée par l'étoile (ou les étoiles) guide(s). Pour un nombre infini d'étoiles artificielles, c'est un terme négligeable devant les deux autres. Le troisième et dernier terme est dû au tilt différentiel engendré par la traversée d'une partie différente de l'atmosphère par chaque EL. Cette erreur est indépendante du nombre de EL utilisé : au mieux, l'erreur résiduelle avec  $N_b$  étoiles guides est  $\sigma_{\text{butting}}^2$ .

Ces trois termes sont présentés à la figure 4.3 pour un profil de Hufnagel, à 589 nm pour un télescope de 8 m et 4 EL au zénith. Leurs expressions sont :

$$\sigma_{\text{upper}}^2 = 0,057D^{5/3}k_c^2 \sec(\gamma)\mu_0^\uparrow(H_{LGS}) \quad (4.1)$$

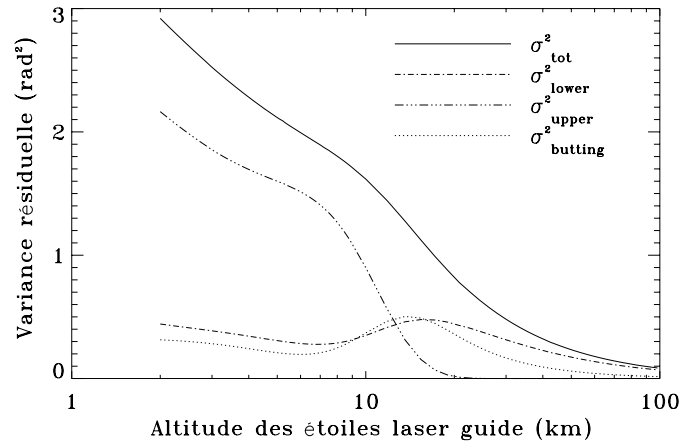
$$\sigma_{\text{lower}}^2 = D^{5/3} k_c^2 \sec(\gamma) \times [0, 500 \frac{\mu_{5/3}^\uparrow(H_{LGS})}{H_{LGS}^{5/3}} - [0, 452 \frac{\mu_2^\uparrow(H_{LGS})}{H_{LGS}^2} + \dots]] \quad (4.2)$$

$$\sigma_{\text{butting}}^2 = D^{5/3} k_c^2 \sec(\gamma) [0, 040 \frac{\mu_2^\uparrow(H_{LGS})}{H_{LGS}^2} + \dots]. \quad (4.3)$$

$\mu_n^\uparrow(H_{LGS})$  détermine le n-ième moment de turbulence se situant au dessus de l'altitude  $H_{LGS}$

$$\mu_n^\uparrow(H_{LGS}) = \int_{H_{LGS}}^{\infty} f^n C_N^2(h) dh.$$

et  $k_c$  est déterminé pour la longueur d'onde de compensation du front d'onde. Avec des



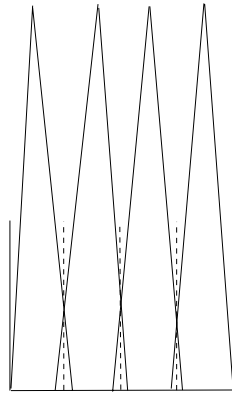
**FIG. 4.3:** Variation de l'erreur résiduelle en fonction de l'altitude des étoiles guide. Simulation effectuée avec 4 étoiles guides, un télescope de 8 mètres de diamètre à 589 nm.

étoiles guides situées à 90 km, l'erreur résiduelle est d'environ 0,1 rad<sup>2</sup> (soit  $S_R \simeq 90\%$ ). En considérant de plus l'incertitude sur la position de chaque EL, Sasiela (1994) montra que l'erreur sur la mesure du tilt augmentait.

Une expérience utilisant le butting a été effectuée par Murphy *et al.* (1991). Ils ont utilisé deux étoiles laser créées par la diffusion de Rayleigh. Le résultat n'est pas convaincant, la fonction d'étalement de point obtenue avec une seule étoile laser étant quasiment identique à celle obtenue avec les deux étoiles laser.

#### 4.1.2 La soudure

Cette seconde technique consiste à mettre plusieurs faisceaux laser l'un à côté de l'autre, les bords de chaque faisceau se superposant pour arriver à éliminer les effets de bords lors de la reconstruction de la surface d'onde (figure 4.4). Cette méthode se situe donc entre le butting et le merging. Pratiquement, cette technique est de loin la plus difficile. Aucune étude n'a été effectuée sur le stitching et l'intérêt de la méthode est loin d'être évident.



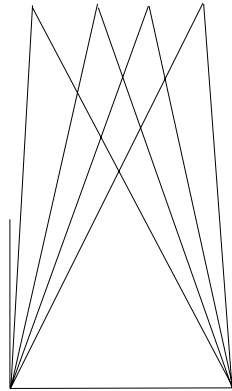
La soudure

**FIG. 4.4:** *Chaque laser est mesuré entièrement par une macro sous-pupille. De plus, chaque macro sous-pupille avoisinante mesure l'étoile avec quelques unes de ses sous-pupilles.*

### 4.1.3 La fusion

C'est la méthode la plus générale. En fait, on peut considérer que le stitching et le butting sont des cas particuliers de cette méthode. Cette technique est différente de la tomographie de l'atmosphère car elle n'essaie pas de caractériser la perturbation atmosphérique en trois dimensions. La fusion détermine la perturbation uniquement au niveau de la pupille du télescope (figure 4.5).

A l'aide de techniques de filtrage optimum, les mesures sont combinées afin d'obtenir



La fusion

**FIG. 4.5:** *Toutes les étoiles lasers sont mesurés par l'ensemble des sous-pupilles. Cette technique considère toute l'information accessible au niveau de la pupille du télescope.*

une estimation de la distorsion du front d'onde. Cette méthode nécessite plus de mesures que le stitching. Tyler (1994) estime la variance résiduelle à l'aide des fonctions hypergéométriques et montre qu'en utilisant la diffusion Rayleigh (située à 20 km), la variance résiduelle est réduite d'un facteur 2 avec 4 EL par rapport à 1 EL. Malheureusement, aucune étude n'est effectuée avec des lasers à 90 km.



Tyler (1997) a calculé le nombre optimum nécessaire d'EL pour la correction du front d'onde. Il montre qu'à  $1 \mu\text{m}$ , avec une EL créée par la couche de sodium, on a un  $d_o$  de 9 m environ alors qu'il vaut 4 m à  $0,5 \mu\text{m}$ . Donc, pour la génération des grands télescopes (8 à 10 m), il est nécessaire d'utiliser la couche de sodium et plusieurs lasers.

Aucun test pratique n'a été fait jusqu'à présent. Cette méthode permettrait de mieux corriger l'effet de cône que le stitching, mais la quantité de calcul serait plus importante.

Cependant, l'étoile laser étant incapable de mesurer le basculement du front d'onde traversé par suite de son aller-retour, le tilt différentiel associé à chaque étoile doit être déterminé avec un autre objet guide.

## 4.2 La méthode à 4 étoiles lasers

Nous avons décidé d'étudier la technique d'aboutage un peu plus élaborée : une étoile naturelle est utilisée pour mesurer les modes d'ordre radial inférieur ou égal à 2. L'intérêt de la « méthode 4 EL » est de réduire l'effet de cône sans utiliser plusieurs miroirs déformables. Un système « classique » d'OA - ayant un laser suffisamment puissant - pourrait ainsi choisir entre la technique à 1 EL et celle à 4 EL selon l'objet étudié, la qualité de l'atmosphère et la magnitude de l'étoile guide. Ce travail fait l'objet d'un article à publication à réviser accepté dans *Applied optics*. L'article est inclus juste après cette introduction.

Dans une première partie, l'effet de cône résiduel obtenu avec 4 EL est calculé. Sa variation avec la longueur d'onde est tracée et analysée. Dans une deuxième partie, les sources d'erreur associées à tout système d'OA sont décrites en détail. Deux systèmes spécifiques sont étudiés en introduisant les différentes erreurs des systèmes d'OA afin de déterminer les performances réelles de ceux-ci avec 4 EL. Enfin, la couverture du ciel est calculée avec les 4 EL et comparée aux résultats obtenus avec une seule EL.

Les formules analytiques de l'anisoplanétisme modal calculées par Chassat (1989, 1992) permettent de déterminer l'erreur d'anisoplanétisme associée à l'étoile naturelle qui mesure les perturbations jusqu'à l'ordre radial 2 (des polynômes de Zernike). Les expressions analytiques des erreurs sont décrites dans Rigaut *et al.* (1998).

Cet article est intermédiaire par rapport aux diverses méthodes proposées en OA : les performances sont améliorées par rapport à 1 seule EL pour des étoiles suffisamment brillantes. Par contre, la correction est toujours uniquement sur l'axe, le gain de l'OA dite tomographique ou multi-conjuguée n'apparaît pas ici car chaque étoile mesure seulement une partie du front d'onde perturbé au dessus de la pupille uniquement. L'une des limitations de la méthode 4 EL est la probabilité d'avoir une étoile naturelle suffisamment brillante dans un rayon inférieur à l'angle anisoplanétique par rapport à l'objet scientifique.

Cette technique pourrait être utile pour des objets plus brillants que la magnitude 14 qui serviraient d'objet guide pour la correction des bas ordres ou pour des objets ayant une

étoile de magnitude 14 proche d'eux. Les performances en terme de rapport de Strehl sont moindres comparé à l'OA classique avec une NGS mais la couverture du ciel est largement plus importante. Les performances en fonction de la longueur d'onde, de la magnitude de l'étoile naturelle guide et la couverture du ciel sont détaillées dans cet article en utilisant un système de type NAOS.

# Adaptive optics with 4 laser guide stars: cone effect correction on large telescopes

Elise Viard<sup>1,2</sup>, Miska Le louarn<sup>1,3</sup>, Norbert Hubin<sup>1</sup>

1. *European Southern Observatory, Karl-Schwarzschild-Str., 2 D-85748 Garching b. München, Germany*

2. *Observatory of Padova, 5 vicolo dell'Osservatorio, I-35122 Padova, Italy*

3. *Center for Adaptive Optics, Kerr Hall, University of California, Santa Cruz, CA, 95064, USA*

In this paper, we study the performance of an adaptive optics (AO) system with 4 laser guide stars (LGSs) and a natural guide star (NGS). The residual cone effect with 4-LGSs is obtained by a numerical simulation. This 4-LGSs method allows to push adaptive optics system towards the visible part of the spectrum without tomographic reconstruction of 3D atmospheric perturbation, solving the cone effect in the visible. Diffraction limited images of 17 milliarcseconds precision are obtained under median atmospheric conditions at wavelengths longer than 600 nm.

The gain achievable with such system operated on existing Adaptive Optics (AO) system is studied. For comparison, performance in terms of achievable Strehl ratio is also computed for a reasonable system composed of a  $40 \times 40$  Shack-Hartmann wavefront sensor (SHS), optimized for I band. The typical errors of NGS wavefront are computed using analytical formulae. Considering the NGS errors and the cone effect, the Strehl ratio ( $S_R$ ) can reach 0.45 at  $1.25 \mu\text{m}$  under good seeing (GS) conditions with the Nasmyth Adaptive Optics System ( $14 \times 14$  sub-pupils wavefront sensor) at the Very Large Telescope and 0.8 with a  $40 \times 40$  Shack-Hartmann wavefront sensor.

OCIS Key words: 010.0080, 010.3310, 010.1330, 110.4280, 120.5050

## 1. Introduction

Adaptive Optics (AO) systems installed on 4 meters class telescopes, like ADONIS<sup>2</sup> (the Adaptive Optics Near Infrared System of the European Southern Observatory La Silla in Chile) or PUEO<sup>14</sup> (the Canada-France-Hawaii Telescope Adaptive Optics Bonnette) have demonstrated their efficiency in improving the image quality for astronomical observations. Among the 8-10 m class telescopes, the two Keck telescopes and Gemini North have already begun to show their capabilities with AO. Most of the other large telescopes (Subaru, Gemini South, Large Binocular Telescope and Very Large Telescope (VLT)) are now being equipped with AO systems. To correct for the atmosphere, a bright guide star is needed, but as sky coverage studies demonstrate it, bright objects candidates are rare (see, for example, Le Louarn et al.<sup>8</sup>). AO systems are mostly used for near-infrared observations, the sky coverage in the visible being very small. Pushing the AO systems on large telescopes towards the visible part of the spectrum remains a challenge.

In 1985, Foy and Labeyrie<sup>5</sup> proposed to compensate the lack of bright Natural Guide Stars (NGS) by using a laser beam to create an artificial star in the upper atmosphere. Either Rayleigh or Mie scattering at altitudes around 10-20 km or resonant scattering by sodium atoms near 90 km are powerful ways to obtain an artificial guide star. Nevertheless, the LGS brings two main problems. Due to the round trip of the laser light, the atmospheric tip-tilt introduces two different deviations of the wavefront which can not be measured separately. The lack of knowledge of the tip-tilt experienced by the upward laser beam prevents the recovery of the downward one. Therefore the tip-tilt measurement cannot be obtained from a LGS and induces the necessity of the NGS to determine the tip-tilt. The second drawback is the consequence of the finite altitude of the artificial star. The LGS emits a spherical wavefront, which does not pass through the same turbulence as the science object. Nevertheless, the science object is corrected by using the phase measurements of the laser light. The error induced is called cone effect (or focus anisoplanatism). It induces a systematic wrong correction and thus limits the improvement of the image quality. It becomes more critical towards shorter wavelengths, for larger telescope apertures, or for higher altitude seeing. At an average astronomical site and for an 8-m telescope, the Strehl ratio ( $S_R$ ) due to the cone effect is attenuated almost to zero at visible wavelengths. The cone effect has already been largely studied and the best solution to solve it seems to be to use several guide stars.

Tomographic methods have been proposed to sense all the atmosphere and to reconstruct the 3D volume<sup>9</sup> of turbulence. They are currently under study and will likely solve most of the cone effect allowing the implementation of an AO system in the visible. Multi-conjugate adaptive optics are currently under development. The aim is to use several laser guide stars to measure whole

turbulence volume and several deformable mirrors (DMs) conjugated to different altitudes in order to increase the corrected field of view. Simpler methods using multiple LGSs but a single DM have also been proposed to correct for the cone effect. In these methods, only the perturbation over the telescope pupil is measured without any knowledge of the atmospheric perturbation altitude distribution. Three different techniques called merging, stitching and butting were discussed by Parenti and Sasiela<sup>11</sup> and Tyler<sup>20</sup>. The principle is to measure all the LGSs with only one wavefront sensor. The difference between the three methods is the way in which the LGSs are considered. In the case of merging, each LGS is measured over the entire sensor aperture, whereas in the butting method the sensor is “divided” into sub-systems, each of them seeing only one LGS. Stitching follows the same idea as butting, but it considers the edge problems between the sub-systems and overlaps small parts of the beams in order to combine their measurements together.

The aim of this paper is to investigate more the 4-LGSs method closely related to butting. This method has still the tip-tilt indetermination problem from each LGS. Therefore, a NGS is necessary to relate the measurements together, by measuring the tip-tilt at each sub-pupil i.e. the tilt of each LGS. To make the system study easier, we consider a  $4 \times 4$  Shack-Hartmann wavefront sensor, each sub-pupil measuring the tip-tilt for one LGS only.

Supposing that we have such a system with 4 LGSs and a NGS, we want to determine its performance. The problem layout is presented in section 2. The method used to compute the cone effect is validated with 1 LGS in section 3. In section 4, we compute the residual cone effect of such system. The usual AO errors are introduced in section 5 and their effect is considered as a function of wavelength, magnitude and off-axis angle of the NGS respectively in sections 5 B, 5 C, 6, allowing to conclude on the 4 LGSs method performance and on correction improvement achievable with the method in section 7.

## 2. The problem layout

The cone effect is a severe limitation in the visible part of the spectrum. To reduce it, it has been proposed by Parenti and Sasiela<sup>11</sup> to use several LGS in a butting configuration: each LGS is measured only by a part of the wave-front sensor system (WFS). The number of LGS was chosen for practical implementation and from the minimal performances requested. This point is extended in section 4. With the 4 LGSs method studied in this paper, each LGS is seen by a fourth of the system. The difference between the butting and the 4 LGSs methods is the number of modes to be determined from the NGS. Indeed as already explained in the first section, due to the round trip of the laser light tip and tilt are not sensed by LGS. The butting method<sup>11</sup> determines only global tip and tilt modes from the NGS. But combining the 4 LGSs measurements together, three more modes have to be determined from the NGS measurement, as shown in figure 1. Our method uses the NGS to measure tilts on each sub-part of the system (equivalent to measure five modes with the NGS: defocus, two astigmatisms plus tip and tilt). To be able to sense all these modes, we have to use a  $4 \times 4$  WFS.

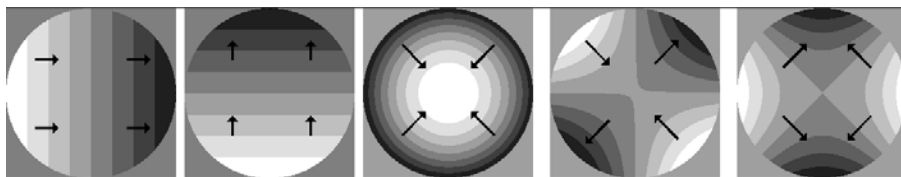


Fig. 1. In the 4LGS method, each of the four LGSs is only seen by a fourth of the WFS sub-apertures and the round trip of the laser light avoids to estimate the atmospheric tip-tilt from the LGS wavefronts. This figure shows all the unsensed modes on the telescope pupil (defocus, two astigmatisms plus tip and tilt) due to the tip-tilt insensitivity of the 4 LGSs.

Le Louarn *et al.*<sup>9</sup> show the same effect with tomography: with two deformable mirrors, 5 modes (particular forms of tip-tilt, defocus and astigmatism) cannot be sensed by the system.

This is the main difference regarding previous studies: Murphy *et al.*<sup>10</sup> did not consider the problem when they experimented their method. The poor results they obtained could be partially explained by the bad correction of defocus and astigmatism modes.

### 3. The cone effect

The cone effect is a consequence of the finite LGS altitude. The spherical wavefront coming from an artificial star does not pass through the same portion of the atmosphere as the plane wavefront of the science object located at infinite distance. The mean-square residual wavefront distortion due to cone effect is given by:

$$\sigma_{\text{cone}}^2 = \frac{\int d\vec{r}W(r/R)\{\langle [\phi_{\text{NGS}}(\vec{r}) - \phi_{\text{LGS}}(\vec{r})]^2 \rangle\}}{\int d\vec{r}W(r/R)}, \quad (1)$$

where  $R$  is the telescope radius,  $W(r/R)$  is the pupil function equal to 1 if  $r < R$ , zero otherwise.  $\phi_{\text{NGS}}(\vec{r})$  and  $\phi_{\text{LGS}}(\vec{r})$  are respectively the wavefronts measured by the NGS and by the LGS. The angle brackets used here and throughout this paper imply an ensemble average. Tyler<sup>20</sup> showed that  $\sigma_{\text{cone}}^2$  can be estimated for 1 LGS with the following expression:

$$\sigma^2 = (D/d_0)^{5/3}, \quad (2)$$

$$d_0 = \lambda^{6/5} \cos^{3/5}(\psi) \left[ \int C_n^2(h)F(h/H) \right]^{-3/5}, \quad (3)$$

where  $F(h/H)$  is a combination of hyper-geometric functions<sup>20</sup>,  $D$  is the telescope diameter,  $\psi$  the zenithal angle of the LGS and  $H$  is the LGS altitude.

Knowing the  $C_n^2$  profile and the wavelength, the cone effect can be computed from eq. 2. As the analytical solution found by Tyler is only valid for 1 LGS, we have used eq. 1 to compute the cone effect for the 4 LGSs method, and a numerical simulation called ‘‘LA<sup>3</sup>OS<sup>2</sup>’’ (Laser Aided Astronomical Adaptive Optics System Simulator) described in Delplancke *et al.*<sup>4</sup> and Carillet *et al.*<sup>1</sup>. This software, developed in the frame of a Training Mobility of Researchers network of the European Union, allows to simulate any AO system. The atmospheric perturbation is modeled by 2 infinitely thin Kolmogorov turbulence screens. The propagation is done using the near-field approximation, therefore only phase variations are considered and they are supposed to be weak, scintillation is neglected. The two atmospheric models used in this paper are detailed in Le Louarn *et al.*<sup>8</sup>. The good seeing conditions are obtained 20 % of the time while median seeing conditions are obtained 50 % of the time. The heights of the two turbulence layers were chosen from the measured profiles taken at Paranal in Chile<sup>12</sup>. The atmospheric parameters used in this work are summarized in table 1. The  $d_0$  parameter computed with eq. 3 is also indicated. It is in agreement with the typical values usually obtained for sodium LGS<sup>19</sup>.

The spherical propagation of the WF is simulated by magnifying each layer by the factor  $H/(H - h_{\text{lay}})$  (where  $H$  is the sodium layer altitude and  $h_{\text{lay}}$  is the atmospheric layer altitude) before summing up all the phase screens to obtain the phase perturbation on the telescope pupil.

We use 100 statistically independent wavefronts. By computing the statistical variance of the difference between  $\phi_{\text{LGS}}$  and  $\phi_{\text{NGS}}$  we obtain the mean-square residual distortion for 1 LGS.

The numerical simulation and eq. 2 give the same cone effect error for 1 LGS within few percents in  $\sigma^2$ . The results are summarised in the table 2.

Table 1. Atmospheric parameters considered in the simulation. The coherence length of the atmosphere is given by  $r_0^6$ . Two layers are simulated at altitudes  $h_i$  with relative strengths  $c_i$ .  $d_0$  is indicated for information.

Parameters for $\lambda = 500$ nm	Good Seeing conditions (GS)		Median Seeing conditions (MS)	
	Layer 1	Layer 2	Layer 1	Layer 2
$r_0$ (m)		0.25		0.15
$h$ (km)	2.5	10	2.5	10
$c$	0.89	0.11	0.7	0.3
$d_0$ (m)		6.98		3.00

Under median seeing conditions ( $r_0 = 0.15$  m), the analytical variances are 3% higher than the numerical ones for all the considered wavelengths. The numerical method is slightly optimistic but still gives a reasonable estimation of the error variance. These results validate our numerical simulation results.

In order to determine the image quality from the variance, the Strehl ratio ( $S_R$ ) defined as the ratio of the maximum intensity in the point spread function to that in a theoretically perfect point spread source image (Airy disk) is used. A good approximation for high  $S_R$  ( $S_R$  higher than 0.1-0.2) is:

$$S_R \simeq \exp^{-\sigma^2}. \quad (4)$$

With  $S_R \simeq 0.2$ , the diffraction limit of the telescope is reachable with a deconvolution technique. We will consider this value as the good correction limit. The Strehl ratio from the cone effect only is plotted in figure 2. For comparison, we also indicated the values obtained using eq. 2 with diamonds. We can conclude that the numerical simulation gives a reliable estimation of the cone effect.

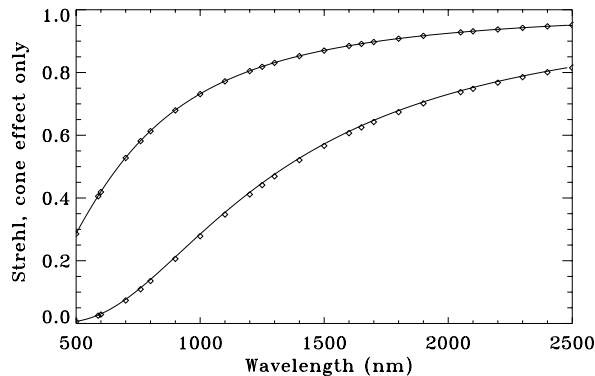


Fig. 2. Comparison of Strehl ratio performance obtained with the analytical formula of Tyler (eq. 2 shown by diamonds) and with a numerical simulation of the wave-front propagation through a Kolmogorov atmosphere (solid line). Two sets of typical atmospheric conditions are shown here, the upper curves correspond to good seeing conditions and while the lower curves represent median seeing conditions.

Under median seeing conditions, the cone effect is too strong to plan an AO system coupled with 1 LGS on an 8 m telescope. Therefore, visible wavelengths are not reachable with classical AO system and a single LGS, multiple LGSs method must be investigated.

Table 2. Comparison of the numerical and the analytical result of the cone effect for 1 LGS using the eq. 2 and 1. Under GS conditions, the results are similar while under MS conditions, a small difference is visible, the analytical variance being slightly lower than the numerical variance.

Wavelength ( $\mu\text{m}$ )		0.5	0.7	1.25	1.65	2.2
$r_0 = 0.15$ m	Num. $\sigma_\varphi$ ( $\text{rad}^2$ )	5.02	2.56	0.80	0.46	0.26
	Anal. $\sigma_\varphi$ ( $\text{rad}^2$ )	5.11	2.61	0.82	0.47	0.26
$r_0 = 0.25$ m	Num. $\sigma_\varphi$ ( $\text{rad}^2$ )	1.25	0.64	0.20	0.11	0.06
	Anal. $\sigma_\varphi$ ( $\text{rad}^2$ )	1.25	0.64	0.20	0.11	0.06

#### 4. The cone effect for 4 LGS system

First, we want to determine the optimal positioning of the LGS in the sky for the 4 LGSs method. Usually, MCAO system conceptors position LGSs at the limit of the corrected field of view<sup>9</sup>. With our method, each LGS is only seen by a quarter of the WFS and we want to minimize the cone effect. As the cone effect depends on the equivalent telescope diameter, each LGS has to be positioned above the center of gravity of its own sub-pupil.

The center of gravity of a 90° sector with a unit radius is located at a distance of  $4\sqrt{2}/(3\pi) = 0.600$ . For an 8 meter telescope, each laser spot is positioned at:

$$r_{\text{op}} = 2.40 \text{ m},$$

or

$$r_{\text{op}}/H = 5.50'',$$

from the optical axis, for a sodium layer altitude  $H = 90 \text{ km}$ .

Now we compute the residual variance of the 4 LGSs method with eq. 1. This computational technique was validated with 1 LGS in section 3. At the input of the WFS, we create a composite wavefront made of 4 different quarters of the 4 LGSs wavefronts. The mean-square residual distortion for 4 LGSs is obtained by computing the variance of the difference between  $\phi_{4\text{LGSs}}$  and  $\phi_{\text{NGS}}$ .

We choose 4 LGSs for practical implementations but it was interesting to show here the performance variations with 3 or 5 LGSs. The optimal position of the LGS can also be determined for 3 or 5 LGSs supposing that each laser is located at an equal angular distance to the telescope axis. The residual variance due to the cone effect was computed for 1, 3, 4 and 5 LGSs. The Strehl ratio is plotted in figure 3. Even if there is still some gain using 5 instead of 4 LGSs, we limit ourself by supposing that the method should give Strehl ratio better than 0.5 considering only the cone effect degradation. As such a performance is obtained with 4 LGSs, we limit our study to the 4 LGSs method.

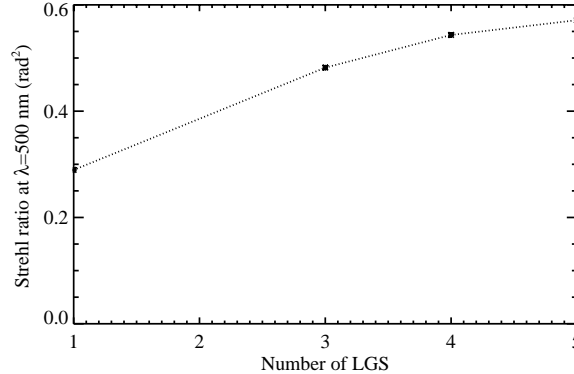


Fig. 3.  $S_R$  obtained with 1, 3, 4 and 5 LGSs at 500 nm under the good seeing conditions defined in table 1 and equation 1.

From eq. 1, we see that the residual variance  $\sigma_{\text{cone}}^2$  varies as  $\lambda^{-2}$ . Therefore, for given atmospheric conditions, we compute one set of screens at 500 nm and obtain the cone effect residual error at the different wavelength by using the scaling law:

$$\sigma_{4\text{LGSs}}^{(\lambda)2} = \sigma_{4\text{LGSs}}^{(500)2} \times \left(\frac{500}{\lambda}\right)^2 \quad (5)$$

$\lambda$  being in nanometers.  $\sigma_{4\text{LGSs}}^{(500)2}$  is the residual variance due to the cone effect at 500 nm and  $\sigma_{4\text{LGSs}}^{(\lambda)2}$  is the residual variance due to the cone effect at a given wavelength  $\lambda$  in nanometers. The results are shown in figure 4. They do not depend on the WF sensor characteristics. For comparison, the 1 LGS cone effect is also plotted. With 4 LGSs the cone effect problem can be solved in the visible under GS conditions since  $S_R = 0.55$  at 500 nm.

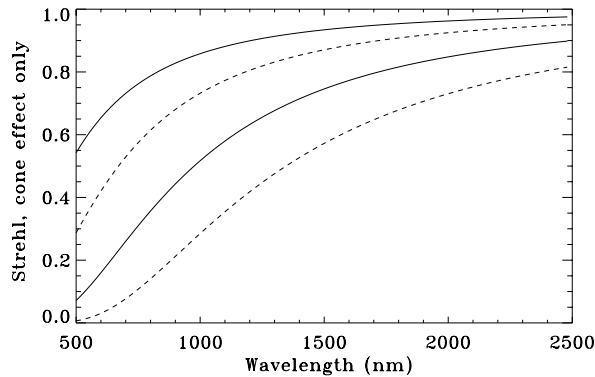


Fig. 4.  $S_R$  obtained with the 4 LGSs (full lines) method compared to the results of 1 LGS (dashed lines). Results with good and median seeing are plotted in this figure. The upper solid and dashed lines are for  $r_0 = 0.25$  m, the lower solid and dashed lines are for  $r_0 = 0.15$  m. The variances have been computed using eq. 1.

Even under median conditions,  $S_R = 0.2$  is obtained at 650 nm, which means a diffraction limit of 17 milli-arcseconds. The correction degrading continuously with anisoplanatism (field of view equivalent to a few arcseconds), this technique is useful for high resolution imaging on small spatial extension objects. The gain in term of variance is 0.54 for all wavelengths, which means that residual variance with 4 LGSs is twice smaller than residual variance with 1 LGS. Under GS conditions, at 500 nm the  $S_R$  goes from 0.27 with 1 LGS to 0.55 with 4 LGSs. Under median seeing conditions at 500 nm, 4 LGSs allow to have only a partial correction ( $S_R \simeq 0.05$ ). However a single LGS gives a  $S_R$  lower than  $10^{-2}$ . In the near-IR, the cone effect is small and therefore the 4 LGSs method does not increase  $S_R$  significantly with respect to 1 LGS.

This performance in term of Strehl ratio is obtained with a perfect AO system. But the AO system itself adds other errors reducing the quality of the correction. To determine performance of a real AO system, the other usual errors of AO system working with a NGS have to be added to the cone effect evaluation. Now, we shall define the VLT AO system.

## 5. Analytical study of the configurations

### A. The AO system

The NAOS<sup>17</sup> (Nasmyth Adaptive Optics System) for the ESO VLT has a  $14 \times 14$  Shack-Hartmann (SHS) wavefront sensor (WFS). The system will be used only with NGS first for mid-IR observations unless exceptional seeing is present or low  $S_R$  are adequate, but 1 LGS is planned to be installed few years after. Therefore, it is interesting to compare the NAOS performance with 1 LGS to NAOS performance with the 4 LGSs method. We will call it NAOS-14 during all the study. The AO system is the same, but due to the use of 4 LGSs, the NGS has to correct for more perturbations. With 4 LGSs, a  $4 \times 4$  SHS has to sense the NGS while a quad-cell is enough with 1 LGS.

Table 3. The different configurations used to compute the performances. The optimized size of the sub-pupil in the case of NAOS-40 has been computed for good seeing conditions ( $r_0 = 0.25$ m).

Parameters	NAOS-14	NAOS-40	NGS tip-tilt	NGS higher order
Sub-apertures number	$14 \times 14$	$40 \times 40$	$2 \times 2$	$4 \times 4$
Sub-pupil equivalent size (m)	0.57	0.20	4	2
Pixel number per sub-aperture	8	8	8	8
Pixel FOV (arcsec)	0.29	0.1	0.5	0.5
Optimized Wavelength ( $\mu\text{m}$ )	2.2	0.9	-	-
System transmission	0.4	0.5	0.35	0.5
Quantum efficiency	0.9	0.9	0.6	0.7
RMS noise	3	3	0.1	0.1



We choose a  $4 \times 4$  SHS for the study instead of  $3 \times 3$  SHS (enough to measure 5 modes) for geometrical considerations only (because of the SHS subapertures matching with sub part of the higher order SHS). Therefore, the tip and tilt not sensed by each LGS are measured on one corresponding subaperture of the  $4 \times 4$  SHS.

To estimate the AO correction with low fitting and aliasing errors at short wavelengths, we also consider a  $40 \times 40$  SHS WFS system (called NAOS-40 hereafter) optimized for  $0.9 \mu\text{m}$ . This kind of system does not require new technology and gives already a way to go through shorter wavelengths. We take a  $9^{\text{th}}$  magnitude LGS with NAOS-14. For NAOS-40, we consider a brighter  $6^{\text{th}}$  magnitude LGS. The studied AO systems are summarized in figure 5 and in table 3.

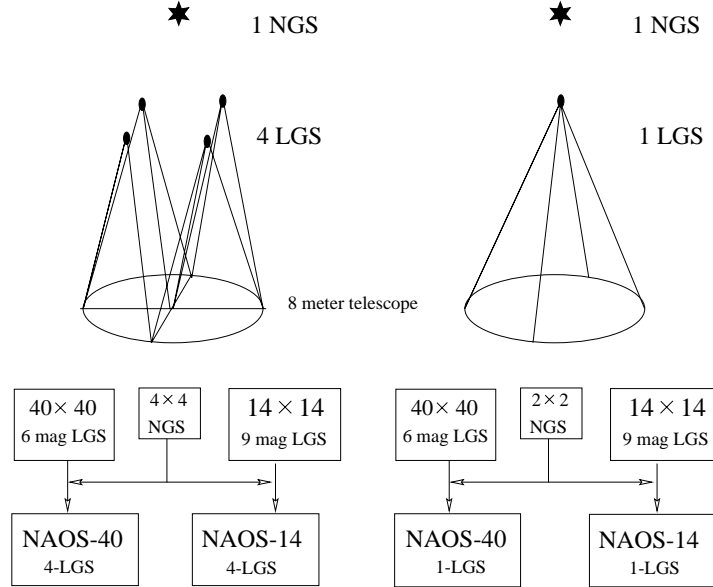


Fig. 5. The two systems studied are presented. The goal is to compare in term of Strehl ratio the performance reached with the 4-LGSs and 1-LGS methods using the “classical” AO system NAOS-14. We study also an AO system optimized for shorter wavelengths with  $40 \times 40$  subapertures (NAOS-40).

Analytical formulae are used to compute AO performance in term of Strehl ratio. The different errors in a single LGS AO system have already been expressed by analytical formulae in a number of papers<sup>7,13,11,16,18</sup>. Such analytical expressions allow to study the AO performance as a function of wavelength and NGS magnitude with a small computation time. The entire error budget of an AO system takes into account errors related to the geometry of the system like the sensor noise (called  $\sigma_{\text{ron}}^2$ ), the fitting and aliasing errors ( $\sigma_{\text{fit}}^2$  and  $\sigma_{\text{alias}}^2$ ) and external noise like the sky background or the photon noise  $\sigma_{\text{ph}}^2$  directly related to the number of photons emitted by the source. A temporal delay ( $\sigma_{\text{time}}^2$ ) is caused by the lag between the sensor measurement and the applied correction. All these errors are highly dependent on the sensor characteristics. The analytical simulation and all the errors used are described in Le Louarn *et al.*<sup>8</sup>.

The global phase variance for an AO system with 4 LGSs is obtained by the sum of all the errors:

$$\sigma_{\text{tot}}^2 = \sigma_{4\text{LGSs}}^2 + \sigma_{\text{fit}}^2 + \sigma_{\text{alias}}^2 + \sigma_{\text{ph}}^2 + \sigma_{\text{ron}}^2 + \sigma_{\text{time}}^2 \quad (6)$$

with  $\sigma_{4\text{LGSs}}^2$  computed in section 4 using a numerical method while the other errors are obtained using analytical formulae<sup>8</sup>. Of course, each of these errors has to be computed either for the higher order WFS ( $14 \times 14$  SHS or  $40 \times 40$  SHS) or for the low order WFS used with the NGS.

When the NGS is off-axis, an anisoplanatism error has also to be added to eq. 6 (cf section 5 D).

## B. $S_R$ dependence on the wavelength

Current AO systems (like NAOS-14) are optimized for near-IR wavelengths. Therefore, their correction in the visible is poor due to the fitting and aliasing errors and temporal delay for the correction. With a system optimized for I band ( $900 \mu\text{m}$ , NAOS-40), fitting and aliasing errors

become smaller, producing better correction in term of  $S_R$  at shorter wavelength. The Strehl ratio versus wavelength is plotted in figure 6.

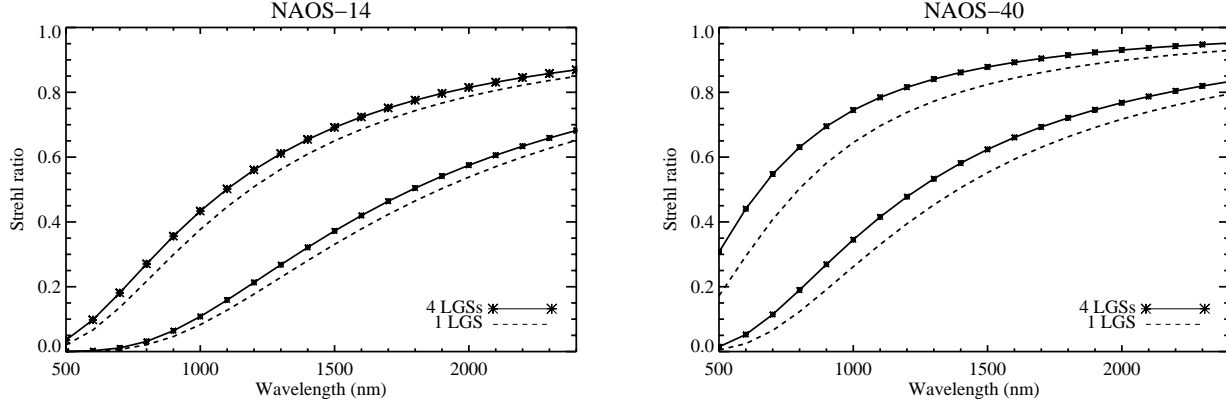


Fig. 6. (a)  $S_R$  obtained for the 14 sub-apertures SHS NAOS system and  $9^{th}$  magnitude LGSs with the 4-LGSs method ( $\ast$ ) compared to the results with 1 LGS (dashed line) under GS conditions (upper curves) and under MS conditions (lower curves). The NAOS-14 system is limited by fitting and aliasing errors in the visible and therefore, using 4 LGSs does not bring a great improvement in the correction. (b)  $S_R$  obtained using  $6^{th}$  LGS magnitudes and a  $40 \times 40$  sub-apertures SHS. With NAOS-40, the 4 LGS method allows to gain a factor two in term of Strehl ratio at 1000 nm under GS conditions and a factor 1.1 under MS conditions with respect to the 1 LGS method.

In figure 6a, the NAOS-14 performance is presented while the NAOS-40 performance is in figure 6b. The 4-LGSs method is shown with asterisks; the 1-LGS method is represented by dashed lines. It will be shown below that the assumed NGS magnitude is bright enough: the AO correction does not suffer from the lack of photons. In order to distinguish the different contributions to the global error, we indicate in table 4, the high order residual variances (residual cone effect and AO system errors) and the low order residual variance from the tip-tilt sensing at 500 nm and 1500 nm for the two systems. We first consider the NAOS-14 system (fig.6a).

Under GS conditions,  $S_R > 0.2$  images are obtained for wavelengths higher than 700 nm (either with 1 LGS or 4 LGSs). Under MS conditions, one has to observe at wavelengths higher than  $1.2 \mu\text{m}$  to obtain such  $S_R$ . Fitting and aliasing dominate all the others errors (cf lines 1-4 in table 4). WFS errors are between 1.5 and twice larger than cone effect error (obtained using columns 5-6 in table 4). Therefore, the decrease of cone effect error with 4 LGSs does not bring a large reduction of the global residual variance even at 1500 nm using NAOS-14.

Consequently, it is interesting to study the gain achievable using NAOS-40 (fig.6b). With 1 LGS,  $S_R = 0.2$  is reached at 500 nm under GS conditions and at 900 nm under MS conditions. The residual cone effect dominates either at 500 and 1500 nm but the WFS error contribution is not negligible (cf lines 5 and 7 in table 4). At 500 nm the addition of this error to the cone effect induces a  $S_R$  decrease of 50%.

Table 4. The contribution of the different errors is indicated for NAOS-14 and NAOS-40 with either 1 LGS or 4 LGSs at 500 nm and 1500 nm under GS conditions. By using the optimized system NAOS-40, the global variance is two times smaller.

AO system	Nb lasers	Wavelength (nm)	Global variance (rad <sup>2</sup> )	$\sigma_{\text{wfs}}^2$ (rad <sup>2</sup> )	$\sigma_{4 \text{ LGSs}}^2$ (rad <sup>2</sup> )	$\sigma_{\text{loworder}}^2$ (rad <sup>2</sup> )
NAOS-14	1 LGS	500	3.93	2.67	1.25	0.01
	4 LGSs	500	3.32	2.67	0.61	0.04
	1 LGS	1500	0.44	0.30	0.14	< 0.01
	4 LGSs	1500	0.37	0.07	0.30	< 0.01
NAOS-40	1 LGS	500	1.76	0.50	1.25	0.01
	4 LGSs	500	1.15	0.50	0.61	0.04
	1 LGS	1500	0.20	0.06	0.14	< 0.01
	4 LGSs	1500	0.13	0.6	0.7	< 0.01

With 4 LGSs, the residual cone effect and WFS error have similar values, the first error being slightly higher than the second one (cf lines 6 and 8). Nevertheless, the residual variances are much smaller than with 1 LGS, the global residual variance being reduced by approximately 35% (cf lines 5 and 6, column 4 in table 4). With 4 LGSs,  $S_R > 0.2$  is obtained above 500 nm under GS conditions and above 800 nm under MS conditions. The gain in term of wavelengths (for a fixed  $S_R$ ) is between 0.1 and 0.2  $\mu\text{m}$  compared to 1 LGS. With NAOS-40, the 4 LGS method allows to gain a factor two in term of Strehl ratio at 1000 nm under GS conditions and a factor 1.1 under MS conditions with respect to the 1 LGS method.

Above 1.2  $\mu\text{m}$ , both systems with either 1 or 4 LGSs under either GS or MS conditions give  $S_R > 0.2$  with a bright NGS. Therefore, we choose to study NGS magnitude dependence of the two AO systems at 1.25  $\mu\text{m}$ , to determine the effect of guide star magnitude on performance in term of  $S_R$ .

### C. Limiting magnitude of NGS

The NGS measures the low order perturbations of the wavefront. A good correction of these large scale perturbations is essential, as they are strong in Kolmogorov turbulence. We compare here the quantity of photons needed to correct only tip-tilt (in the 1 LGS method) or modes up to the astigmatism (with the 4 LGSs method). The variation of  $S_R$  as a function of guide star magnitude is studied at 1.25  $\mu\text{m}$ . Magnitudes corresponding to 50%  $S_R$  degradation due to low order mode errors are given in table 5. The  $S_R$  variations with magnitude are plotted for NAOS-14 and NAOS-40 in figure 7.

By considering NAOS-14 first (fig.7a) and only the residual variance due to the NGS, we can estimate the loss in term of limiting magnitude due to higher modes sensed by the NGS. We indicate in table 5 magnitude at which the low order errors induce 50% of  $S_R$  degradation. A loss of 1.9 magnitudes under GS conditions and 2.1 under MS conditions occurs. With a NGS magnitude brighter than 12 under MS conditions (14 under GS conditions) the 4 LGSs method gives better  $S_R$  than the 1 LGS method.

NAOS-40 (fig.7b) limiting magnitudes are 0.5 magnitude higher than those obtained with NAOS-14 (cf table 5). It is due to the different quantum efficiency of the two systems (cf table 3). The initial better  $S_R$  with NAOS-40 due to smaller cone effect and smaller WFS errors allows the system to reach better  $S_R$  at a given magnitude than NAOS-14. The limit  $S_R = 0.2$  is obtained with NAOS-40 up to magnitude 15 under MS conditions and magnitude 18 under GS conditions with the 4 LGSs method while these values go down to magnitude 12 and magnitude 17 under respectively MS and GS conditions with NAOS-14 and 4 LGSs.

Table 5. NGS magnitudes corresponding to a loss of 50 % of Strehl ratio either with NAOS-14 or NAOS-40 under GS and MS conditions with 4 LGSs and 1 LGS. The system transmission is better for NAOS-40, improving the limiting magnitude by 0.5. By using a  $4 \times 4$  SHS WFS, the limiting magnitude is 2 magnitudes brighter.

Method	number of LGS	Seeing conditions	Magnitude
NAOS-14	1 LGS	GS	18.2
		MS	16.8
	4 LGSs	GS	16.3
		MS	14.7
NAOS-40	1 LGS	GS	18.7
		MS	17.3
	4 LGSs	GS	16.8
		MS	15.2

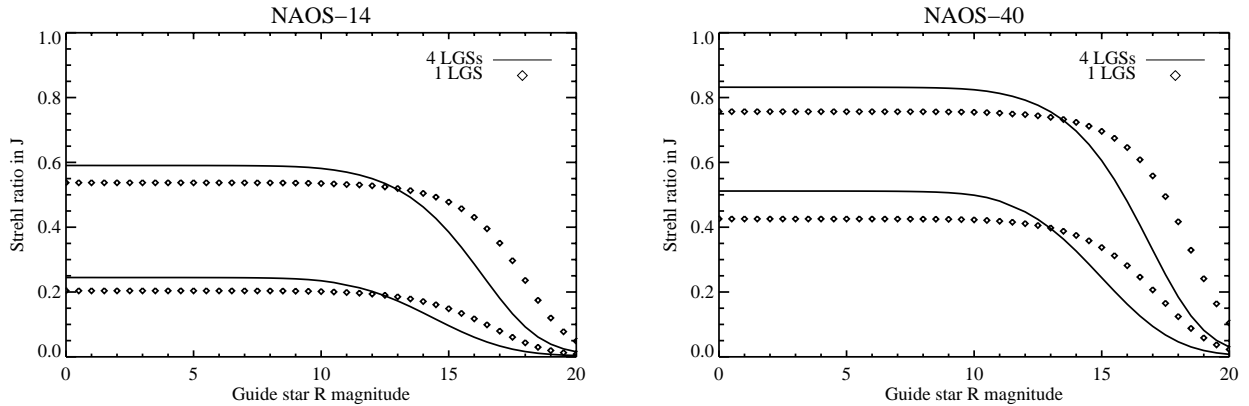


Fig. 7. (a) NAOS-14  $S_R$  obtained as a function of the NGS R magnitude with 4 LGSs (solid line) compared to the results of 1 LGS ( $\diamond$ ) for GS conditions (upper curves) and MS conditions (lower curves) with a 8 meter telescope at 1250 nm.

(b) NAOS-40 performance reached with either 4 LGSs or 1 LGS as a function of the NGS magnitude at 1250 nm. With a NGS magnitude lower than 13, the 4 LGSs method gives slightly better  $S_R$  than 1 LGS. At higher magnitude, the correction is worse with 4 LGSs due to the need of bright NGS to correct up to the astigmatism mode.

#### D. Performance dependence on the NGS off-axis angle

We have seen previously that a bright NGS is essential for a good correction with the 4 LGSs method. We have assumed that the NGS was on-axis. Now, we study the error due to an off-axis NGS. Chassat<sup>3</sup> has computed the off-axis angle effect for each Zernike mode: he has shown that the decorrelation increases faster with off-axis angle for higher radial degree polynomials. With 1 LGS, only modes of the first radial order  $n=1$  are determined from the NGS measurement (ie tip and tilt). With 4 LGSs, the off-axis angle anisoplanatic effect is taken into account for each modes up to the radial order  $n=2$  inclusive.

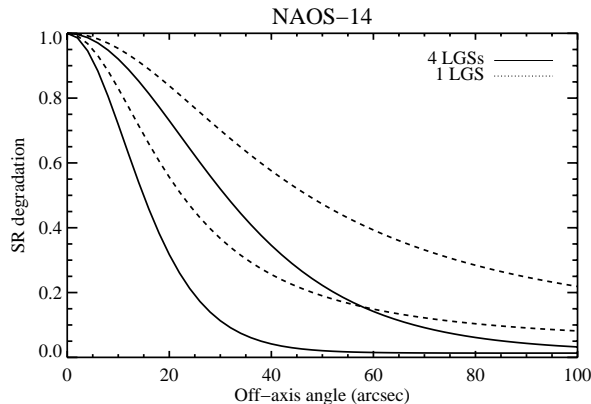


Fig. 8. Performance degradation as a function of the NGS off-axis angle (in arcsec) at 1250 nm. The 4 LGS  $S_R$  loss is plotted in solid line, while the 1 LGS  $S_R$  loss is plotted in dashed line. The results are presented for both the GS and MS conditions.

We plot in figure 8 the  $S_R$  degradation as a function of the NGS off-axis angle for NAOS-14 at 1250 nm. Under GS conditions a Strehl attenuation of 50 per cent is reached at 32 arcsec with the 4 LGSs method while with the 1 LGS method it occurs at 47 arcsec. Under MS conditions, the Strehl attenuation of 50 per cent is reached faster at respectively 15 and 24 arcsec with 4 LGSs and 1 LGS methods. The 4 LGSs method induces a loss of 15 arcsec under GS conditions and 9 arcsec under MS conditions. Therefore the anisoplanatism effect is a severe limitation dropping fast with angular distance, seeing conditions and the number of modes measured by the NGS.

## 6. Sky coverage with 4 LGS

Obviously, the 4-LGSs method suffers from the fact that the NGS is needed to correct up  $n = 2$ . Using a synthetic model of the Galaxy, we can determine the density of observable star at each galactic latitude and longitude in a given wavelength band. The statistical sky coverage is computed here at average galactic position ((l) = 180, (b) = 20) and in the Galactic plane. It takes into account the natural guide star magnitude and the residual anisoplanatic effect. We compute the sky coverage for different Strehl ratio and several NGS magnitudes in J band with the NAOS-40 system and four 6<sup>th</sup> magnitude LGSs using the so-called ‘‘Besançon model’’<sup>15</sup> which is a synthetic model of the Galaxy. This statistical approach is described in Le Louarn *et al.*<sup>8</sup>. In figure 9 is plotted the sky coverage versus Strehl ratio in J band achieved with 4 LGSs, 1 LGS and 1 NGS only, at average Galactic position on the left handside plot (fig.9a), in the Galactic plane for the right handside plot (fig.9b).

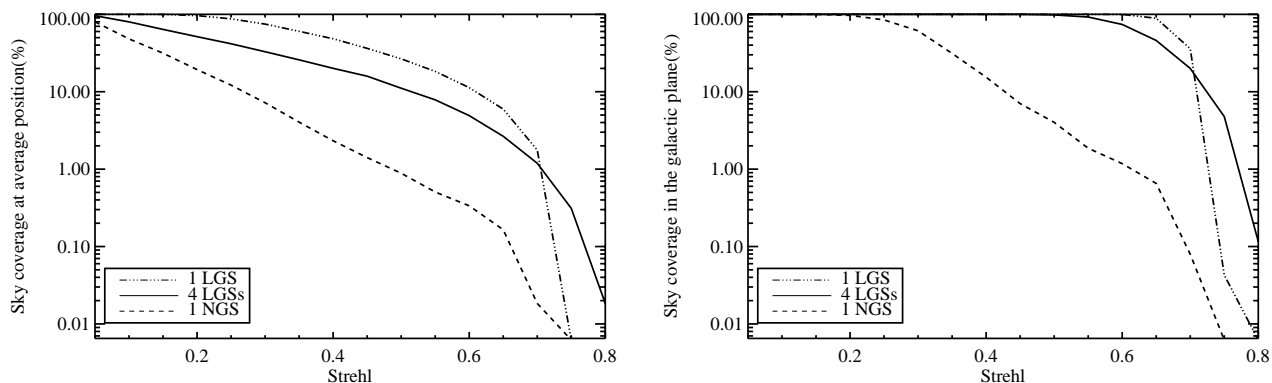


Fig. 9. (a) Sky coverage available versus Strehl ratio at 1250 nm for 20 degree Galactic latitude and 180 Galactic longitude. NGS, 4 LGSs and 1 LGS results are plotted with respectively dashed, full and dashed-dotted lines.  
(b) Same plot than figure 9a in the Galactic plane.

At average galactic position (fig.9a), a diffraction limited PSF ( $S_R = 0.2$ ) is obtained respectively with a probability of 100, 50 and 20 percent with 1 LGS method, 4 LGSs method and 1 NGS. For a Strehl ratio of 70 percent, the best sky coverage, obtained using 4 LGSs, is 1 percent. In the Galactic plane (fig.9b), sky coverage is higher due to higher star density: a sky coverage of 15 percent is achieved with 70 percent Strehl ratio using 4 LGSs. For  $S_R = 0.5$ , the sky coverage reached with the 4 LGSs method is ten times better than the sky coverage obtained with 1 NGS.

The 4 LGSs method allow observations to be carried out with high correction quality and with non negligible sky coverage. From figure 8, we know that the NGS must be near the science object and that the corrected field of view is few arcsec in the visible part of the spectrum. From figure 7, it can be deduced that NGS brighter than 14<sup>th</sup> magnitude have to be used to have a high quality correction.

## 7. Conclusions

We have studied the 4 LGSs multiple laser guide star method. The aim was to determine the performance of such a system in the visible. Each LGS is only seen by 1/4 of the pupil in order to reduce the cone effect error. We showed that with 4 LGSs the cone effect is significantly reduced at 500 nm under GS conditions (600 nm under MS conditions). High Strehl ratio of 0.6 at 500 nm under GS would allow to observe objects from the ground with 13 milliarcsec resolution with a perfect AO system.

We also study the global performance of AO systems with a  $14 \times 14$  SHS and a  $40 \times 40$  SHS with 4 LGSs. If we consider only the NAOS-14 system which will be soon installed at Paranal, 4 LGSs allow to increase the Strehl ratio by 5% and to have a diffraction limited point spread function at  $0.7 \mu\text{m}$  under GS conditions and at  $1.2 \mu\text{m}$  under MS conditions. The NAOS-40 system, which could be an upgrade of NAOS-14, gives (using 4 LGSs method) a diffraction limited PSF at  $0.5 \mu\text{m}$

under GS conditions and at  $0.9 \mu\text{m}$  under MS conditions.

2 magnitudes brighter NGS is needed with 4 LGSs to measure more modes. The 4 LGS method gives better Strehl ratio than the 1 LGS method with NGS magnitude brighter than  $14^{\text{th}}$ .

As anisoplanatism effect cause a rapid drop in  $S_R$  with distance to the reference object and with the increasing number of modes corrected by the NGS. Therefore, the reference star must be near the science object. The corrected field of view is limited by anisoplanatism.

With an “upgraded” AO system like NAOS-40, high resolution with high Strehl ratio can be achieved in a small field of view. Extended objects can not take advantage from this but for example stellar sources bright enough to be also the NGS reference can be studied using coronagraphy techniques. Environnement of stars, but also stellar surfaces of the largest ones, asteroid and planet moon surfaces and also the outer planets can be observed (the minimal Pluto size is 65 milliarcsec). The sky coverage in J band with 0.7 Strehl ratio is around 15 percent in the Galactic plane and 1 percent at average Galactic position.

## ACKNOWLEDGMENTS

Many thanks to Andrei Tokovinin for his helpful corrections and comments on the last stages of this work. Thanks to Michel Tallon and Christian Perrier-Bellet for their comments.

The  $LA^3OS^2$  software has been developed in the frame of the European Training Mobility of Researchers Network “Laser guide Stars for 8 meter telescopes” of the European Union, contract #ERBFMRXCT960094.

- 
1. M. Carillet, F. Delplancke, S. Esposito, B. Femenia, L. Fini, A. Riccardi, E. Viard, N. Hubin, and F. Rigaut, “ $LA^3OS^2$ : A Software Package for Laser Guide Star Adaptive Optics Systems”, in Proc. SPIE “Adaptive Optics Systems & Technology”, **3762**, R. K. Tyson and R. Q. Fugate Eds, pp 379–389 (1999).
  2. J.-L. Beuzit, L. Demailly, E. Gendron, P. Gigan, F. Lacombe, D. Rouan, N. Hubin, D. Bonaccini, E. Chazallet, D. Rabaud, P.-Y. Madec, G. Rousset, R. Hoffmann and F. Eisenhauer, “Adaptive optics on a 3.6m telescope”, *Experimental Astronomy*, **7**, pp 285–292, (1997).
  3. F. Chassat, “Calcul du domaine d’isoplanétisme d’un système d’optique adaptative fonctionnant à travers la turbulence atmosphérique”, *J. Optics (Paris)*, **20**, pp 13–23 (1989).
  4. F. Delplancke, M. Carillet, N. N. Hubin, S. Esposito, F. J. Rigaut, E. Marchetti, A. Riccardi, E. Viard, R. Ragazzoni, M. Le Louarn, and L. Fini, “Laser guide star simulations for 8-m class telescopes”, in Proc. SPIE “Adaptive Optical system Technologies”, **3353**, D. Bonaccini and R. K. Tyson Eds, pp 371–382 (1998).
  5. R. Foy and A. Labeyrie, “Feasibility of adaptive optics telescope with laser probe”, *Astron. Astrophys.*, **152**, L29–L31 (1985).
  6. D. L. Fried, “Anisoplanatism in adaptive optics”, *J. Opt. Soc. Am.*, **72**, pp 52–61 (1982).
  7. D. P. Greenwood, “Mutual coherence of a wave front corrected by zonal adaptive optics”, *J. Opt. Soc. Am.*, **69**, pp 549–554 (1979).
  8. M. Le Louarn, R. Foy, N. Hubin, and M. Tallon, “Laser guide star for 3.6m and 8m telescopes: performances and astrophysical implications”, *MNRAS*, **295**, 756 (1998).
  9. M. Le Louarn and M. Tallon, “A solution to the cone effect: theory”, in Proc. SPIE “Adaptive Optical Systems Technology”, **4007**, Wizinowich Eds, pp 1066–1073 (2000).
  10. D. V. Murphy, C. A. Primmerman, B. G. Zollars and H. T. Barclay, “Experimental demonstration of atmospheric compensation using multiple synthetic beacons”, *Optics Letters*, **16**, p 1797 (1991).
  11. R. R. Parenti and R. J. Sasiela, “Laser guide star systems for astronomical applications” *J. Opt. Soc. Am. A*, **11**, pp 288–309 (1994).
  12. A. Fuchs and J. Vernin, “Final report on PARSCA 1992 and 1993 campaigns,” ESO Tech. Rep. VLT-TRE-UNI-17400-0001 (European Southern Observatory, Garching bei München, Germany, 1996).
  13. F. Rigaut, O. Lai, and J. P. Véran, “Pueo’s performance: image quality improvement” Technical report, Observatoire de Paris (1996).
  14. F. Rigaut, D. Salmon, R. Arsenault, J. Thomas, O. Lai, D. Rouan, J. P. Véran, P. Gigan, D. Cramp-ton, J. M. Fletcher, J. Stilburn, C. Boyer and P. Jagueurel, “Performance of the Canada-France-Hawaii

- Telescope Adaptive Optics Bonnette”, The Publications of the Astronomical Society of the Pacific, **110**, pp 152–164 (1998).
15. A. Robin and Creze, “Stellar population in the milky way: a synthetic model”, *Astron. Astrophys.*, **157**, pp 71–90 (1986).
  16. G. Rousset, in *Adaptive Optics for astronomy*, Kluwer Academic Publisher, pp 115–137 (1994).
  17. G. Rousset, F. Lacombe, P. Puget, N. N. Hubin, E. Gendron, J. -M. Conan, P. Y. Kern, P. -Y. Madec, D. Rabaud, D. Mouillet, A. -M. Lagrange and F. J. Rigaut, “Design of the Nasmyth adaptive optics system (NAOS) of the VLT”, in *Proc. SPIE “Adaptive Optical system technologies”*, **3353**, D. Bonaccini and R. K. Tyson Eds, pp 508–516 (1998).
  18. D. G. Sandler, S. Stahl, M. Angel, J. R. P. and Lloyd-Hart, and D. McCarthy, “Adaptive optics for diffraction-limited infrared imaging with 8-m telescopes”, *J. Opt. Soc. Am. A*, **11**, p 925 (1994).
  19. D.G. Sandler, in *Adaptive Optics for astronomy*, Cambridge University press, p 262 (1999).
  20. G. A. Tyler, “Rapid evaluation of d0: the effective diameter of a laser guide star adaptive optics system” *J. Opt. Soc. Am. A*, **11**, pp 325–338 (1994).

L'article présente une étude analytique de la méthode et nous permet d'estimer les performances d'un tel système.

Un rapport de Strehl de 0,6 est atteignable à  $1,25 \mu m$  avec un système comme NAOS et 4 EL. Cette méthode permet d'obtenir des meilleures performances pour des EN de magnitude supérieure à 14. Les performances obtenues sont moins bonnes que celles obtenues avec une EN mais la couverture du ciel est bien meilleure. De plus, si l'on compare la couverture du ciel obtenue avec respectivement, 1 EN, 1 EL ou 4 EL, seule la méthode 4 EL permet d'obtenir pour un rapport de Strehl de 0.8 une couverture du ciel subsistante.

### 4.3 Conclusions

Dans l'optique de corriger – ou au moins de réduire – l'effet de cône, sans pour autant augmenter le champ de vue, il était intéressant d'étudier les méthodes de type *butting*. La méthode 4 EL a été étudiée en boucle ouverte dans une première partie puis en boucle fermée.

L'étude en boucle ouverte nous a permis de montrer que la méthode 4 EL apporte un gain supérieur à un facteur 2 en terme de rapport de Strehl pour des longueurs d'ondes inférieures à 900 nm avec des bonnes conditions atmosphériques. Cette méthode donne des rapports de Strehl inférieurs aux performances atteintes avec une étoile naturelle mais elle permet une plus grande couverture du ciel.

Cette méthode intermédiaire est un moyen d'augmenter le nombre d'objets observables vers les courtes longueurs d'onde sans changements importants des systèmes d'optique adaptative. C'est une solution idéale pour les objets scientifiques assez brillants qui ne nécessitent pas de champ de vue.

C'est cependant une technique lourde car il est nécessaire d'avoir un système laser suffisamment puissant pour créer quatre étoiles laser.





---

## Chapitre 5

# L'optique adaptative multi-conjuguée

### 5.1 Introduction

L'idée de système multi-conjugué est décrite pour la première fois par Dicke (1975). Celui-ci propose d'utiliser une technique de mesure de contraste de phase et des étoiles naturelles afin de corriger jusqu'à 2 minutes d'arc de champ de vue avec un télescope de 3 m de diamètre. Il suppose une atmosphère à deux couches, la plus basse étant immobile alors que la plus haute est déplacée par un vent transversal (la connaissance de l'altitude des deux couches est nécessaire). Pour séparer correctement les déplacements induits par les couches basses de ceux dus aux couches hautes, il faut imager les deux couches sur leur miroir déformable correctif respectif. En mesurant les changements de phase dans des temps inférieurs au temps caractéristique d'évolution de l'atmosphère, il estime que la phase peut être retrouvée en utilisant des étoiles naturelles (EN) de magnitude 10.

Dix ans plus tard, Foy & Labeyrie (1985) proposent l'utilisation de matrice d'étoiles laser (EL) pour corriger l'effet de cône et augmenter le champ isoplanétique. Chaque détecteur Hartmann regarderait une matrice de taches laser. Même si dans aucun de ces deux articles, le terme de multi-conjugué n'apparaît pas encore, les bases sont jetées.

Beckers (1988, 1989) propose le concept de système multi-conjugué. Il insiste sur l'utilisation d'étoiles laser avec un tel système pour régler le problème de couverture du ciel lié au manque d'EN guides suffisamment brillantes.

#### 5.1.1 Principe

L'OA multi-conjuguée a souvent été mélangée à l'idée de tomographie de l'atmosphère. On peut cependant – en clarifiant les deux techniques – séparer l'une de l'autre.

La tomographie n'est pas une technique propre à l'OA : les milieux hospitaliers l'utilisent tous les jours notamment pour détecter les maladies cérébrales<sup>1</sup>. La tomographie est la

---

1. Ce n'est tout à fait le même problème, car les milieux hospitaliers ont un très grand nombre de mesures : ils

détermination d'un volume à 3 dimensions la plus exacte possible à partir d'un certain nombre de mesures. Le concept est introduit en OA par Tallon & Foy (1990).

Tant que l'on ne considère que la mesure de l'atmosphère à 3 D, on parle de tomographie. La technique du multi-conjugué intervient pour la partie correction de l'atmosphère : en utilisant un seul miroir, le système d'OA est dit « classique », dès que l'on utilise au moins deux miroirs, le système d'OA est dit multi-conjugué. Il suffit alors d'avoir plusieurs miroirs déformables, chacun étant conjugué à une altitude particulière de l'atmosphère et d'utiliser plusieurs étoiles guides pour mesurer la perturbation aux différentes altitudes. On peut ainsi corriger un champ de vue bien plus important que le champ anisoplanétique. En conjugant les miroirs aux couches les plus turbulentes, on optimise la correction.

### 5.1.2 La tomographie du ciel

Tallon & Foy (1990) décrivent les bases de la tomographie. Le déplacement de chaque étoile guide mesuré au niveau du sol est la somme des déplacements aux différentes altitudes. En effectuant une inversion adéquate, la perturbation à chaque altitude peut être retrouvée. L'atmosphère est discrétisée : chaque couche turbulente est considérée comme une succession de cellules. Cette discrétisation permet de relier chaque mesure obtenue dans la pupille du télescope à la somme des différentes phases traversées par le rayon de lumière provenant de l'étoile laser dans la direction considérée. Il faut alors plus d'étoiles guides que ce qu'il y a de couches turbulentes. Cependant, Tallon *et al.* (1992) préviennent des risques d'instabilité et de propagation d'erreur. Cette méthode est utilisée par Le Louarn & Tallon (2000) avec plusieurs miroirs déformables (voir le paragraphe suivant).

Jankevicks & Wirth (1991) ont le même type d'approche que Tallon & Foy (1990). Ils reconstruisent l'atmosphère en 3 D en découpant chaque couche de turbulence en cellules élémentaires. Ils déterminent alors un système d'équations linéaires qui relie les étoiles guides à l'analyseur. Ils étudient une atmosphère composée de 24 écrans de phase avec 25 étoiles guides et déduisent le rapport de Strehl en fonction de la distance à l'axe optique pour un nombre différent de miroir déformable. L'utilisation de 5 miroirs leur permet d'obtenir un champ anisoplanétisme 5 fois plus grand atteignant 25 secondes d'arc.

Fusco *et al.* (1999) reprennent aussi la méthode de tomographie mais en ajoutant une connaissance sur la covariance du bruit et de l'atmosphère (méthode *a posteriori*). Ils estiment la phase sur un nombre fixé de couches équivalentes à partir des mesures de phase obtenues sur la pupille du télescope par plusieurs étoiles guides placées à différentes positions angulaires  $\alpha$ . Les performances en terme de rapport de Strehl sont calculées pour

---

utilisent donc des intégrales. Alors qu'en OA, il y a peu de mesures et le problème du tilt en plus.

un système multi-conjugué à  $N_{EL}$  miroirs en sommant les  $N_{EL}$  couches équivalentes et en comparant statistiquement cette phase et la phase réelle entre-elles. Ils montrent qu'à partir d'une connaissance approximative de l'atmosphère et d'une technique de reconstruction *a posteriori*, il suffit d'utiliser 3 étoiles guides et de définir deux à trois couches équivalentes (et donc d'utiliser 2 ou 3 miroirs déformables) pour caractériser l'atmosphère et obtenir une correction homogène dans le champ de vue.

La première démonstration sur le ciel de la faisabilité de tomographie est faite par Ragazzoni *et al.* (2000b) au Telescopio Nazionale Galileo (TNG)<sup>2</sup>. Une configuration de quatre étoiles naturelles est choisie dans le ciel. Ils déterminent la perturbation dont l'étoile centrée est affectée en traitant des données obtenues par les trois étoiles naturelles avoisinantes. Ragazzoni *et al.* (2000b) réduisent ainsi la variance de l'erreur de phase de 92,3 % en traitant les données *a posteriori*.

### 5.1.3 Les différentes approches du multi-conjugué

Plusieurs groupes travaillent depuis ces dernières années sur la compréhension des méthodes multi-conjuguées. Cependant, les premières études approfondies sont décrites dès 1991 par Johnston et quelques années plus tard par Johnston & Welsh (1994). Ils estiment les performances d'un système multi-conjugué en utilisant une atmosphère simulée par deux écrans de phase. L'étude est faite en utilisant une simulation numérique d'un système en boucle ouverte. Pour simplification, l'ensemble du système est considéré à base carrée. Pour chaque miroir déformable, la phase est estimée en utilisant une connaissance *a priori* sur la statistique de l'atmosphère. En comparant les résultats d'un système d'OA classique à ceux obtenus avec deux miroirs déformables et 4 EL, ils montrent une amélioration d'un facteur deux du champ de vue mais négligent le problème de l'anisoplanétisme de tilt.

Ellerbroek (1994) présente une méthode similaire à Johnston & Welsh (1994) pour simuler les systèmes d'OA les plus complexes en boucle fermée. Chaque mesure du détecteur est obtenue en intégrant la mesure instantanée en boucle ouverte. Il estime l'erreur résiduelle en comparant la phase réelle à la phase reconstruite sur la base des fonctions d'influence. La phase est reconstruite en utilisant une connaissance *a priori* de la statistique de la turbulence atmosphérique et du bruit de mesure. Il étudie les performances de systèmes multi-conjugués en boucle fermée et montre qu'avec 2 miroirs déformables, il obtient une correction homogène sur tout le champ corrigé – de 20 secondes d'arc – avec 5 EN (une étant placée au centre du champ et les quatre autres au bord). Par contre, en utilisant une EN au centre et 4 EL au bord du champ les performances diminuent sur le bord du champ de vue.

---

2. TNG, *Telescopio Nazionale Galileo*, télescope de 3,5 m de diamètre construit à La Palma, aux îles Canaries. Plus d'informations sont accessibles à l'adresse Internet <http://www.tng.iac.es/>

de La Rue & Ellerbroek (1998) étudient quelques années plus tard le gain apporté par l'utilisation d'étoiles laser de types différents. Ils comparent les performances obtenues avec 3 EL sodium et un système à une EL sodium et une étoile Rayleigh. Ils montrent ainsi que le système MCAO avec 3 EL sodium est le plus performant pour des petits champs de vue corrigés mais que pour les champs de vue plus grands que 24 secondes d'arc, la seconde méthode (une EL sodium et une étoile Rayleigh) donne des variances résiduelles plus faibles. C'est dans cet article qu'est aussi présenté le gain apporté par la conjugaison d'un miroir déformable à une altitude autre que celle de la pupille du télescope.

Ellerbroek a effectué de nombreuses autres études depuis, notamment dans le cadre de la définition des systèmes d'optique adaptative pour les deux télescopes de l'Observatoire Gemini. Un article récent étudie même la correction pour des télescopes de diamètre plus grands allant jusqu'à 30 m de diamètre (Ellerbroek & Rigaut, 2000). Ils estiment les performances d'un système MCAO qui utilise 5 étoiles guides (EN ou EL) pour déterminer les hauts ordres radiaux et 4 EN pour les bas ordres radiaux. Ils obtiennent des performances similaires pour des télescopes de diamètres compris entre 8 et 30 m.

Une autre approche est proposée par Baharav *et al.* (1994). Leur idée est de créer un ensemble de franges à deux dimensions en faisant interférer trois lasers au niveau de la couche de sodium. Cette matrice de franges permet de séparer les perturbations de la haute et de la basse atmosphère. En considérant un analyseur de front d'onde de type Hartmann et des sous-pupilles avec un champ de vue important, chaque sous-pupille voit une partie de la matrice de frange. Cette partie traverse une grande portion de la couche de turbulence haute, ce qui engendre des distortions de franges différentes selon leur position. Par contre la couche la plus basse est plus proche de la sous-pupille, donc les franges observées par cette sous-pupille ne subissent qu'un tilt. Il est ainsi possible d'extraire les contributions des deux couches turbulentes séparément. Ils obtiennent par simulation une correction sur un champ de vue de 80 secondes d'arc.

Baharav & Shamir (1995) étudient un système MCAO à deux miroirs déformables et plusieurs couches turbulentes. Un point intéressant dans cet article est l'utilisation d'une méthode « stitching » généralisée à plusieurs miroirs déformables. Des étoiles Rayleigh sont utilisées pour sonder la couche atmosphérique basse alors que la couche supérieure est mesurée par des étoiles laser sodium. Ils augmentent ainsi le champ de vue corrigé et regardent l'effet du nombre d'étoiles laser sur la correction. Le nombre d'étoiles Rayleigh est notamment important car il définit le champ de vue nécessaire par sous-pupille ce qui agit sur la précision de mesure.

Berkefeld (1999) montre qu'en conjugant un analyseur SH à l'altitude de la couche turbulente la plus haute (si l'atmosphère est composée d'une couche basse et d'une couche haute de turbulence) on peut augmenter le champ de vue corrigé. La relation entre la scintillation, le profil du  $C_n^2$  et la pupille du télescope étant connue, la mesure des fluctuations

d'intensité sur la couche la plus basse est suffisante pour associer les perturbations du front d'onde à leurs couches respectives. Il corrige ainsi un champ de trois minutes d'arc en bande K ( $2,2 \mu\text{m}$  avec deux miroirs déformables et 7 étoiles guides).

Fusco *et al.* (2000) investiguent la variation de l'angle d'anisoplanétisme avec 3 étoiles guides naturelles placées aux sommet d'un triangle équilatéral. Cet angle diminue dramatiquement si les étoiles sont trop éloignées. Le nombre de miroirs déformables influence la qualité de reconstruction. Ainsi la variance résiduelle est plus importante pour un seul miroir déformable même si la qualité reste constante sur le champ considéré.

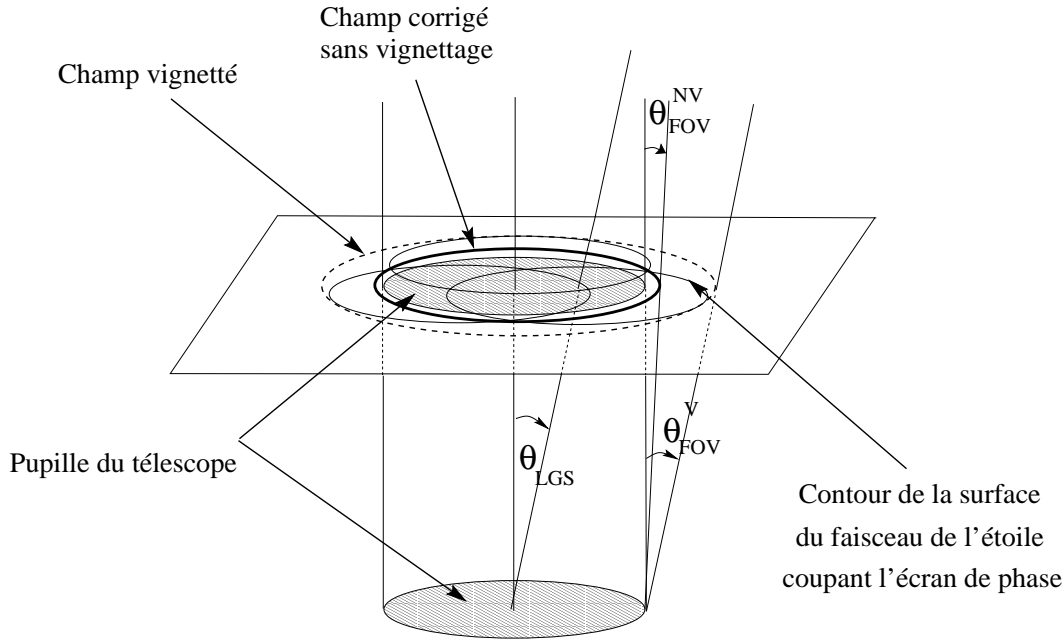
Ragazzoni *et al.* (1999) montrent qu'une surface d'onde décrite par une somme de polynômes de Zernike  $Z_i$  jusqu'à l'ordre radial  $Q$ , pondérés des coefficients  $a_i$ , sur une pupille donnée peut être définie sur n'importe quelle portion circulaire plus petite par une somme de polynôme de Zernike jusqu'au même ordre radial  $Q$ .

Le Louarn & Tallon (2000) reprennent la méthode de tomographie décrite par Tallon *et al.* (1992) et étudient numériquement ses performances. Le nombre de mesure devant être toujours supérieur au nombre d'inconnues, ils montrent que pour un nombre d'EL fixé, le champ corrigé diminue si l'on utilise plusieurs miroirs déformables c'est à dire si l'on considère plusieurs couches atmosphériques. En analysant le spectre des valeurs propres associées à chaque mode, Le Louarn & Tallon (2000) montrent que la méconnaissance du tilt associé à chaque étoile artificielle induit une impossibilité de mesurer certains modes particuliers. Ainsi dans un cas à deux miroirs déformables, des combinaisons impaires de tip-tilt, de défocalisation et d'astigmatisme ne sont pas visibles par les étoiles laser. Ils estiment également l'erreur induite lors d'une mauvaise conjugaison des miroirs et déduisent que la méconnaissance de l'altitude d'une couche turbulente de 4 km entraîne une augmentation d'environ 30 % de l'erreur résiduelle.

## 5.2 Approche géométrique

Pour clarifier le concept de champ de vue corrigé et des angles utilisés pour définir un système multi-conjugué, il faut tout d'abord faire un peu de géométrie. C'est l'idée de ce paragraphe qui permet d'introduire les champs de vue typiques manipulés en conjugaison et de donner des ordres de grandeur. La figure 5.1 a pour but de définir plus clairement les angles utilisés en MCAO. Ce dessin est particulier aux étoiles laser placées de façon optimale. Il est malheureusement impossible de faire de même en utilisant le MCAO avec des étoiles naturelles – celles-ci n'étant pas déplaçables. Plusieurs angles doivent être définis :

- $\theta_{LGS}$  indique la position angulaire des étoiles laser autour de l'objet scientifique (par rapport à l'axe optique du télescope).



**FIG. 5.1:** Définition des différents angles utilisés pour décrire un système multi-conjugué. Ce dessin a été fait dans le cas d'étoiles laser. L'angle  $\theta_{LGS}$  définit la position des étoiles laser. Le champ de vue non-vigneté est obtenu en retirant la surface de la pupille du télescope à la surface située à l'altitude  $h$  complètement couverte par les faisceaux des étoiles laser. Au contraire, la surface vignettée n'est pas totalement recouverte mais a des zones où l'injection de connaissance *a priori* est nécessaire (extrapolation).

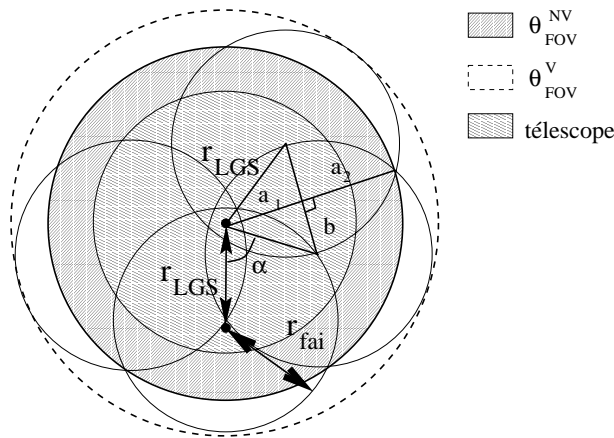
- $\theta_{FOV}^V$  est le champ de vue corrigé vigneté autour de l'objet scientifique. Ce champ de vue est intéressant car il est possible de corriger tout ce champ au moins partiellement en utilisant la connaissance *a priori* pour extrapoler les mesures obtenues par les EL. Fusco *et al.* (2000) ont calculé l'effet du champ vigneté sur la correction.
- $\theta_{FOV}^{NV}$  est le rayon correspondant au champ de vue complètement corrigé autour de l'objet scientifique. Aucune connaissance *a priori* n'est nécessaire pour le corriger.

Pour obtenir une formule générale des champs de vue vigneté ( $\theta_{FOV}^V$ ) et non-vigneté ( $\theta_{FOV}^{NV}$ ) en fonction du nombre d'étoiles guides utilisées, j'ai supposé que celles-ci étaient placées en cercle autour de l'axe optique. Cette configuration est optimale avec peu d'EL mais ne l'est plus lorsque le nombre d'EL est supérieur à 6. On considère donc que les EL sont placées en configuration circulaire, à  $\theta_{LGS}$  secondes d'arc de l'axe optique.

Considérons tout d'abord le cas où l'objet scientifique est au zénith. Il faut déterminer les paramètres  $r_{LGS}$ ,  $r_{fai}$ ,  $a_1$  et  $a_2$  représentés à la figure 5.2, en connaissant le nombre d'EL, leur position angulaire  $\theta_{LGS}$  par rapport au zénith et l'altitude maximale  $h_{max}$  des couches de turbulence.  $r_{LGS}$  est la distance dans la couche la plus haute correspondant à l'angle de position des étoiles laser et  $r_{fai}$  le rayon du faisceau d'une EL à l'altitude  $h_{max}$  :

$$r_{LGS} = h_{max} \times \tan(\theta_{LGS}) \quad (5.1)$$

$$r_{fai} = \frac{H_{Na} - h_{max}}{2 \times H_{Na}} \times D. \quad (5.2)$$



**FIG. 5.2:** Les distances  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b$  et  $r_{LGS}$  doivent être déterminées à l'altitude de la plus haute couche de turbulence atmosphérique pour en déduire  $\theta_{FOV}^V$  et  $\theta_{FOV}^{NV}$ . Elles sont obtenues par des simples considérations géométriques. Le cercle en pointillés indique la limite extérieure du champ de vue vigneté.

On peut alors déduire le champ de vue vigneté

$$\theta_{FOV}^V = \frac{r_{fai} + r_{LGS} - D/2}{h_{\max}}. \quad (5.3)$$

La position des étoiles guides sur le cercle de rayon  $r_{LGS}$  est définie par l'angle  $\alpha_a = 2\pi/n_{LGS}$ . Le champ de vue non-vigneté est défini par  $a_1$  et  $a_2$  :

$$\begin{aligned} a_1 &= r_{LGS} \times \cos(\alpha_a/2) \\ a_2 &= \sqrt{r_{fai}^2 - r_{LGS}^2 \times \sin^2(\alpha_a/2)}. \end{aligned} \quad (5.4)$$

On déduit ainsi le champ de vue non-vigneté :

$$\theta_{FOV}^{NV} = \frac{a_1 + a_2 - D/2}{h_{\max}}. \quad (5.5)$$

La limite géométrique est atteinte si  $r_{LGS} > r_{fai}$ . La partie centrale autour de l'axe optique n'est plus recouverte par les faisceaux laser. Les figures 5.3, 5.4 et 5.5 montrent les trois premières configurations. Plus le nombre d'EL augmente plus la valeur du champ de vue non-vigneté est proche de celle du champ de vue vigneté. Cet effet est visible en comparant les dessins 5.3, 5.4 et 5.5. L'altitude de la couche maximale agit aussi sur le champ de vue vigneté. Plus l'altitude est élevée moins le champ de vue est grand. Avec 3 EL, le champ de vue non-vigneté maximal que l'on peut obtenir si  $h_{\max} = 10$  km est  $2''$ , les étoiles laser étant à  $40''$  de l'axe du système optique.

Le tableau 5.1 résume la position des EL, les angles vigneté et non-vigneté si l'on essaie d'avoir le plus grand  $\theta_{FOV}^{NV}$  possible pour un nombre de EL donné. On n'a donc pas forcément le plus grand champ de vue vigneté, mais par contre, on est sûr que le centre du champ de vue est entièrement mesuré par les étoiles laser. Cette position optimale



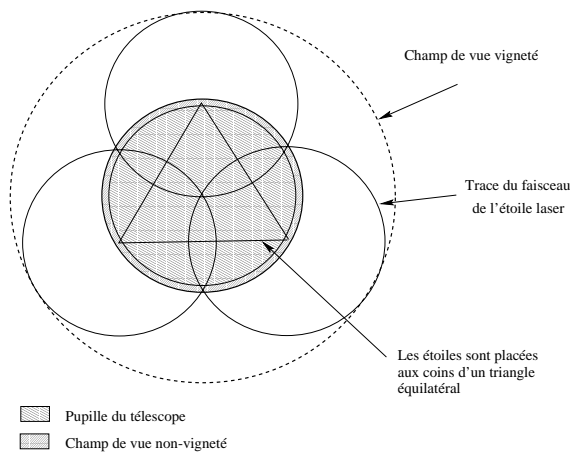


FIG. 5.3: Configuration des différents faisceaux à l'altitude de la perturbation atmosphérique la plus haute avec 3 EL.

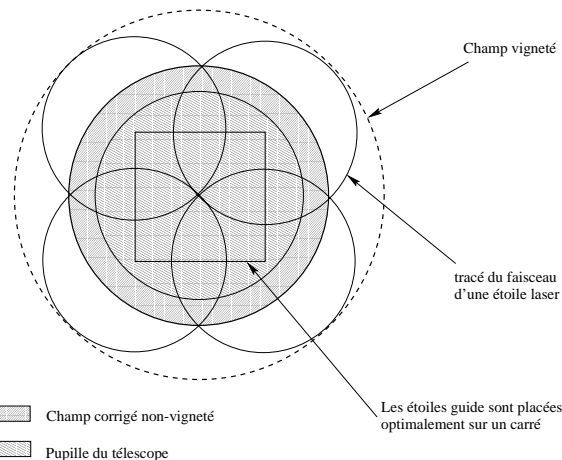


FIG. 5.4: Position optimale de 4 EL afin d'avoir le champ de vue corrigé le plus grand possible.

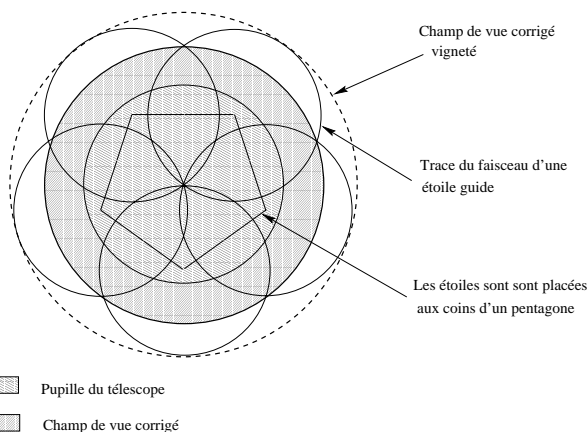


FIG. 5.5: Configuration des différents faisceaux à l'altitude de la perturbation atmosphérique la plus haute avec 5 EL.

correspond aux cas dessinés aux figures 5.3, 5.4 et 5.5, les étoiles laser se supersosant juste au centre du champ de vue. On peut donc considérer que la valeur du champ de vue vigneté indiquée dans ce tableau est une bonne estimation du champ de vue que l'on peut corriger avec un système multi-conjugué en utilisant la connaissance *a priori* de l'atmosphère. Ce calcul a pour unique but de donner des ordres de grandeur des différents angles. Avec trois EL le champ non-vigneté est quasiment inexistant mais à partir de 4 EL (pour  $h_{\max} = 10$  km) il devient non négligeable.

Lorsque l'objet n'est plus au zénith, l'angle zénithal intervient dans le calcul de ces angles la distance du sol à la couche turbulente le long de l'axe optique dépendant de l'angle zénithal ( $h = h_{\max}/\cos(\theta_{\text{zen}})$ ).

L'angle est toujours mesuré dans la direction de l'objet guide et on peut donc considérer que la seule différence est le changement de distance pour atteindre une altitude donnée dû au facteur  $1/\cos(\theta_{\text{zen}})$ . Les rayons  $r_{LGS}$  et  $r_{\text{fai}}$  restent identiques, donc  $a_1$  et  $a_2$  aussi.

**TAB. 5.1:** Le champ de vue vigneté et non-vigneté est indiqué pour une altitude maximale de 10 ou 18 km au zénith avec 3, 4, 5 et 6 EL placées en cercle autour de l'objet scientifique. Le télescope a un diamètre de 8 m. L'angle de position des EL est celui pour lequel  $\theta_{\text{FOV}}^{\text{NV}}$  est maximum. J'ai aussi indiqué l'angle  $\theta_{\text{FOV}}^{\text{V}}$  pour les EL placées à cette distance (ce qui implique que ce n'est pas forcément l'angle  $\theta_{\text{FOV}}^{\text{V}}$  maximum pour le nombre d'EL considéré).

Nb d'EL	$h_{\text{max}}$ (km)	$\theta_{\text{LGS}}$ "	$\theta_{\text{FOV}}^{\text{V}}$ "	$\theta_{\text{FOV}}^{\text{NV}}$ "
3	10	40	32	2
	18	40	24	1.5
4	10	70	64	21
	18	70	45	15
5	10	70	64	36
	18	70	45	26
6	10	70	64	44
	18	70	45	31

Seule l'altitude maximale varie. Les équations 5.3 et 5.5 sont multipliées par le facteur  $\cos(\theta_{\text{zen}})$ .

Finalement, on conclut à l'aide des équations 5.3 et 5.5 que les champs de vue vigneté et non-vigneté diminuent.

La limite géométrique d'un système multi-conjugué est atteinte lorsque les étoiles guides deviennent trop éloignées de l'axe optique pour mesurer la couche de turbulence proche de celui-ci sur la couche la plus haute. Si l'on considère un télescope sans obstruction centrale – hypothèse faite jusqu'ici – la limite géométrique implique que

$$r_{\text{LGS}} \leq D/2. \quad (5.6)$$

Si l'on considère l'obscurité centrale du télescope, la limite géométrique devient plus grande puisque qu'il suffit alors que  $r_{\text{LGS}} - r_{\text{obs}} \leq D/2$  soit vérifiée.

Après avoir défini les angles utilisés pour décrire les systèmes multi-conjugués, il est intéressant d'étudier leurs performances. Il faut cependant garder en mémoire que lorsque l'on parle de champ de vue corrigé avec un système multi-conjugué, on se limite à une ou deux minutes d'arc. Cet aspect ressort dans la suite de ce chapitre mais je pense qu'il est déjà important de le souligner.

Nous avons donc défini le champ de vue vigneté et non-vigneté selon la position des étoiles guides. Un historique des travaux effectués depuis une dizaine d'années a également été présenté. Ces différentes publications simulent des cas particuliers de systèmes MCAO, la quantité de paramètres à choisir étant gigantesque.

Cependant, aucune étude ne détermine les limites théoriques de tels systèmes. Aussi, notre approche a tout d'abord été d'estimer les limites fondamentales des systèmes multi-conjugués en séparant la partie mesure et la partie correction. Ensuite, je décris un outil analytique, développé au sein du groupe, modélisant les performances des systèmes

multi-conjugués en boucle ouverte. Mais commençons par les limites fondamentales d'un système à plusieurs étoiles guides.

## 5.3 Les limites fondamentales

### 5.3.1 Corrections optimales pour un nombre limité de miroirs

Tokovinin *et al.* (2000) se sont intéressés à l'effet de l'utilisation d'un nombre limité de miroirs sur la correction. Ils supposent que la perturbation atmosphérique en 3 D est connue. Ils ont pour cela considéré des profils réels de Cerro Paranal obtenus lors de la campagne de mesure Parsca – publiés par Fuchs & Vernin (1996) et Sarazin (1996) – et en partant de l'hypothèse qu'avec autant de miroirs déformables que de couches de turbulence la correction était parfaite, ils ont déterminé la position optimale des miroirs par rapport aux couches atmosphériques en utilisant un nombre limité de miroirs. Cette technique permet d'obtenir une variance résiduelle la plus petite possible. Ils ont ainsi déterminé une version généralisée de l'angle anisoplanétique  $\theta_0$  de Fried pour  $M$  miroirs déformables :

$$\theta_M = [2,905(2\pi/\lambda)^2 \int C_n^2(h)F_M(h, H_1, H_2, \dots, H_M)dh]^{-3/5}. \quad (5.7)$$

Ce coefficient  $\theta_M$  est le rayon d'un champ de vue pour lequel la variance résiduelle atteint  $1 \text{ rad}^2$ . Une expression de la fonction  $F_M$  est indiquée pour les cas les plus simples. Ils évaluent les positions optimales de trois miroirs déformables en utilisant différents profils de  $C_n^2$  et montrent que la valeur du  $\theta_M$  dépend peu de la forme du profil, l'atmosphère étant généralement répartie de façon continue. Pour Paranal,  $\theta_M \simeq 5,8'' M$  lorsque  $M > 3$ .

L'effet d'une pupille de taille finie est aussi étudié et les auteurs montrent que l'optimisation d'un champ fixé intervient sur la qualité de correction : plus le filtrage veut corriger un grand champ de vue, moins la correction dans ce champ est bonne. Ils indiquent finalement qu'en optimisant le système pour corriger un champ de  $40''$  avec un télescope de 8 m et 2 miroirs déformables à  $2,2 \mu\text{m}$  ils obtiennent une variance résiduelle de  $0,7 \text{ rad}^2$ .

Cet article présente la partie correction d'un système multi-conjugué. Le paragraphe suivant étudie l'aspect opposé du problème : nous considérons que le miroir corrige parfaitement et nous regardons la limite de reconstruction en fonction des mesures du front d'onde selon différentes directions et des connaissances *a priori* de l'atmosphère. Ces deux approches permettent d'estimer deux limites fondamentales pour le MCAO :

- la qualité de reconstruction pour un nombre fini de miroirs ;
- la qualité des mesures avec un nombre fini d'étoiles naturelles guides placées à des positions pas forcément idéales (en supposant une pupille infinie).

### 5.3.2 La partie mesure-corrrection

Il est important de connaître les limitations de la « reconstruction » d'un front d'onde selon la position et du nombre d'étoiles guides, la distribution des couches atmosphériques et la taille du champ reconstruit. C'est la détermination des limitations géométriques. Par « reconstruction », dans ce chapitre, nous ne considérons que l'estimation de la variance minimale et supposons que les miroirs sont parfaits. Ce travail a abouti à l'écriture d'un article à référé dans le *Journal of the Optical Society of America A*, volume 18, numéro 4, page 873 en 2001. Je vais résumer les points principaux de celui-ci et j'ai inséré l'article à la page suivante. Nous avons effectué cette étude en utilisant une approche par les transformées de Fourier. Cela implique que la pupille soit infinie et que les étoiles guides soient naturelles.

Dans l'espace de Fourier, mesurer des pentes d'un front d'onde par un analyseur Shack-Hartmann revient à multiplier la phase par le filtre représentant une sous-pupille carrée de diamètre  $d$ . L'opérateur de passage de la phase au pentes est donc proportionnel à un produit de fonctions sinus cardinal. Le bruit de mesure est supposé être un bruit blanc sur chaque sous-pupille. La phase estimée est alors la somme des mesures obtenues pour les diverses étoiles guides pondérées par des fonctions filtres.

Dans un tel système on détermine souvent les performances en calculant la différence entre la phase réelle et la phase obtenue par la mesure. Dans notre cas, la phase obtenue par mesure dépend des filtres de pondération introduits avant la sommation des mesures des différentes étoiles. On peut donc écrire l'expression du spectre de puissance résiduel et trouver les filtres de pondération optimums pour minimiser la différence entre les deux phases. On va ainsi déterminer la meilleure méthode pour retrouver la phase dans un certain champ de vue à partir de l'ensemble des mesures disponibles.

Nous avons calculé l'expression du filtre minimum en différenciant le spectre de puissance. Les filtres optimums sont alors réintroduits dans l'expression du spectre de puissance résiduel ce qui permet d'exprimer la fonction de transfert de l'erreur résiduelle comme :

$$G(\vec{f}, \vec{\theta}') = 1 - 2\text{Re}(c^T \mathbf{g}) + \mathbf{g}^T \mathbf{A} \mathbf{g}^* \quad (5.8)$$

$c$  dépend de la position de la source scientifique et de l'opérateur de mesure ;  $\mathbf{A}$  contient l'information sur la corrélation des mesures obtenues avec différentes étoiles guides ;  $\mathbf{g}$  est le filtre optimum.

En négligeant le bruit de mesure, on peut alors déterminer la précision à laquelle la phase peut être reconstruite en intégrant le spectre de puissance résiduel sur l'ensemble des fréquences. Nous avons ainsi introduit un nouveau paramètre, l'erreur tomographique  $\langle \epsilon_{tom}^2(\vec{\theta}') \rangle$  définie par :

$$\langle \epsilon_{tom}^2(\vec{\theta}') \rangle = c_0 \Theta^{5/3} \int W_0(\vec{f}') G_K(\vec{f}', \vec{\theta}') d\vec{f}' \quad (5.9)$$

ce qui se réécrit :

$$\langle \epsilon_{tom}^2(\theta') \rangle = \left( \frac{\Theta}{r_0/\delta_K} \right)^{5/3} e_K(\theta') \quad (5.10)$$

$\Theta$  est la distance du centre du champ de vue aux étoiles guides.

$e_K(\theta')$  décrit la variation relative de  $\langle \epsilon_{tom}^2(\theta') \rangle$  dans le champ de vue, on pose donc  $e_K(0) = 1$ . Le paramètre  $\delta_K$  a la dimension d'une longueur. Si l'on note  $\Delta_K = r_0/\delta_K$ , on obtient

$$\langle \epsilon_{tom}^2(\theta') \rangle = (\Theta/\Delta_K)^{5/3}.$$

Par analogie aux équations 1.22 et 1.23, on peut appeler  $\Delta_K$  la taille du champ de vue tomographique d'un système. L'erreur tomographique au centre du champ atteint  $1 \text{ rad}^2$  lorsque la taille de la constellation est égale à  $\Theta = \Delta_K$ .  $\delta_k$  est ainsi une largeur équivalente de l'atmosphère pour une certaine géométrie d'étoiles guides.

L'effet de la méconnaissance du profil  $C_n^2$  est aussi étudié en estimant le filtre optimum avec un profil donné et en calculant ensuite l'erreur résiduelle avec un profil  $C_n^2$  différent.

## Limiting precision of tomographic phase estimation

Andrei Tokovinin, Elise Viard

*European Southern Observatory, Karl-Schwarzschild-Str., 2 D-85748 Garching bei München Germany*

Accepted for publication, JOSAA 2001

In the context of multi-conjugate adaptive optics, the optimum linear estimation of a wave-front phase for a target object using the phases of several surrounding natural guide stars (NGSs) is studied. A Wiener-filter-type estimator is constructed. The minimum residual wave-front phase error (tomographic error) depends on the turbulence vertical profile, and for typical profiles it is almost insensitive to the presence of strong layers, contrary to current belief. Tomographic error is characterized by a new parameter  $\delta_K$  – equivalent profile thickness, which depends on the NGS number  $K$  (typically  $\delta_5 = 1$  km). The angular radius of the NGS configuration must not exceed  $r_0/\delta_K$ .

Exact profile knowledge is not required. When the optimized filters are constructed from some model profile the loss of the field size is within 10% with respect to exact profile knowledge. Moreover, a method to measure turbulence profile using wave-front sensor data is outlined.

Noise propagation in the restoration algorithm is significant, but not dramatic. Noise increases with increasing size of NGS constellation. Practically, guide stars for tomography should be at least as bright as those for classical adaptive optics.

OCIS codes: 010.0010, 010.1080, 010.1330.

### 1. Problem layout

The idea of Multi-Conjugate Adaptive Optics (MCAO) appears first in the works of Dicke<sup>1</sup> and Beckers<sup>2</sup>. The method of measuring the 3-dimensional atmospheric phase perturbations for MCAO was proposed by Tallon and Foy<sup>3</sup> and was called *turbulence tomography*. The problem of reconstructing the instantaneous perturbations was then considered as a solution of a set of linear algebraic equations. Turbulence was assumed to be concentrated in a small number of thin layers.

More advanced theories were developed by Johnston and Welsh<sup>4</sup>, Ellerbroek<sup>5</sup>, and, further, by Fusco et al.<sup>6</sup>. In these works the statistics of atmospheric phase and measurement noise was taken into account. Fusco et al. admit that real turbulence may not be concentrated in few layers, but rather is distributed continuously with altitude. Still, they try to estimate phase distribution in few “equivalent layers” and use the formalism of statistical theory (maximum a posteriori) to derive the algorithm. These layers are then supposed to be corrected by the corresponding number of Deformable Mirrors (DMs). Apriori information on turbulence statistics is used in the form of the covariance matrix of Zernike coefficients and the strengths of equivalent layers. Thus, statistical techniques of MCAO optimization need second-order quantities (covariances), unlike the matrix inversion technique of Tallon and Foy<sup>3</sup>.

In<sup>7</sup> we investigated the fundamental limits of the Field-Of-View (FOV) size when correcting real turbulence profiles by a finite number of DMs. The 3-dimensional phase distribution was supposed to be known. Correction-limited FOV was characterized by the generalized isoplanatic angle  $\theta_M$ , a system-independent parameter.

Here we turn to the problem of measuring the wave-front phase using data from several natural guide stars. The number of sources is limited, while the number of turbulent layers is large or infinite. It is thus out of question to reconstruct the 3-dimensional turbulence, because the number of unknowns is much larger than the number of measurements. Instead, we are in the realm of statistical theory, trying to find the best possible estimate of the object wave-front phase from the noisy measurements of guide stars. The term “tomography” is used here in this sense. It has been demonstrated experimentally by Ragazzoni et al.<sup>8</sup> that such estimate of the object phase can be obtained by a linear combination of phases measured on neighboring guide stars. Those authors used Zernike decomposition and obtained the desired linear restorator as “tomographic” matrix. In the present work the precision of such linear restoration is investigated theoretically using Fourier formalism.

We consider an idealized case of a telescope with infinite aperture which observes several natural

guide stars (NGSs). Hence, all effects of incomplete beam overlap in the upper atmospheric layers and of LGS wave-front scaling are outside the scope of this work. These effects are likely to degrade the performance, hence the limits derived below are optimistic for real systems. The problem is illustrated in Fig. 1.

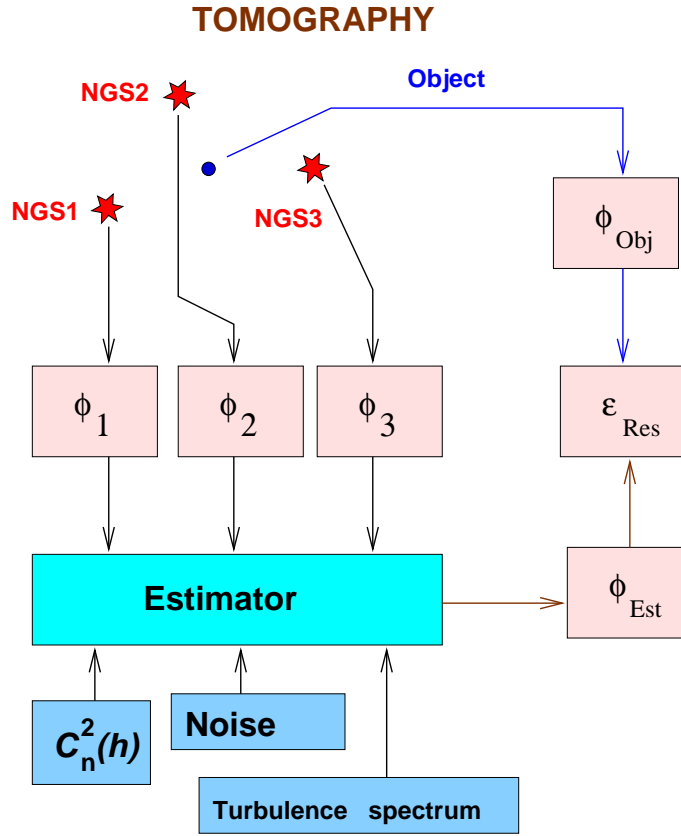


Fig. 1. Problem layout. The phase of the object wave-front  $\phi_{Obj}$  is estimated from the phases of surrounding guide stars  $\phi_i$  in an optimized way, using the *a priori* information on turbulence profile, noise and turbulence statistics. Variance of the residual phase  $\epsilon_{Res}$  is used as an optimization criterion and as a characteristic of tomographic error.

Of course, the idealized problem considered here does not take into account all aspects of future multi-conjugate adaptive optical systems. However, due to the complexity of MCAO, we feel that it is very instructive to consider the fundamental limits by isolating specific factors in idealized models. A different approach – more comprehensive modeling of representative cases, – as adopted by other authors, provides more precise performance metric but makes it difficult to disentangle individual factors and to explore the limits. Additional interest of this work is its relevance to very large apertures, permitting to estimate MCAO performance on extremely large telescopes<sup>9</sup>.

In Section 2 the theory of optimum linear phase estimation is given. In Section 3 the scaling law of the tomographic error is established, and the new parameter  $\delta_K$  (equivalent thickness of atmosphere) is introduced. In Section 4 this parameter is computed for a variety of real turbulence profiles and the sensitivity of reconstruction to exact profile knowledge is studied. A method to estimate turbulence profile from the wave-front sensor data, eliminating the need for a separate profile monitor, is outlined in Section 5. Noise propagation issues are addressed in Section 6, and conclusions are given in Section 7.

## 2. Theory

### A. Propagation

A theory of optical propagation through the atmosphere, as reviewed by Roddier<sup>10</sup>, is used throughout this paper. As usual, diffraction effects are neglected and a simple geometric propagation model is adopted. The scientific target (source) is observed at a direction  $\boldsymbol{\theta}$  ( $\boldsymbol{\theta} = 0$  is the FOV center).

The atmosphere is composed of a very large number of turbulent layers. One ( $n$ -th) turbulent layer at an altitude  $h_n$  introduces a phase perturbation  $\phi_n(\mathbf{r})$ . The combined effect of  $N$  atmospheric layers leads to the wave-front phases  $\phi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\theta})$  which depend on the coordinate vector  $\mathbf{r}$  and the source position vector  $\boldsymbol{\theta}$ :

$$\phi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\theta}) = \sum_{n=1}^N \phi_n(\mathbf{r} - \boldsymbol{\theta}h_n). \quad (1)$$

We denote by tilde the Fourier transforms, and re-cast Eq. 1 in the spatial frequency domain. Spatial shifts translate into exponential factors:

$$\tilde{\phi}(\mathbf{f}, \boldsymbol{\theta}) = \sum_{n=1}^N \tilde{\phi}_n(\mathbf{f}) e^{-2\pi i \mathbf{f} \boldsymbol{\theta} h_n} \quad (2)$$

(the dot product  $\mathbf{f} \cdot \boldsymbol{\theta}$  is written here simply as  $\mathbf{f}\boldsymbol{\theta}$ ).

### B. Wave Front sensor

In any real AO system a finite number of parameters is measured by a Wave Front Sensor (WFS), and a finite number of wave-front parameters (modes) is corrected. Here we describe the operation of an MCAO system by continuous functions. Following Rigaut et al.<sup>11</sup>, the WFS is modeled a linear filter: the WFS signal is equal to filtered phase plus noise. Unlike Rigaut et al.<sup>11</sup>, we neglect the discrete WFS sampling; it amounts to neglecting the aliasing noise, which is not dominating in real systems. In the Fourier domain WFS filtering corresponds to a multiplication by some *measurement operator*  $\mathcal{M}$ . For example, a Shack-Hartmann (S-H) WFS measures phase slopes (in units of radians per m) averaged over square sub-apertures of size  $d$ . There are two operators  $\mathcal{M}$  for  $x$ - and  $y$ -slopes. Slope measurement in the  $x$  direction corresponds to

$$\mathcal{M}_x(\mathbf{f}) = 2\pi i f_x \text{sinc}(df_x) \text{sinc}(df_y). \quad (3)$$

The number of guide stars is  $K$ , their positions on the sky are  $\boldsymbol{\theta}_k$ . Slopes measured in  $x$  and  $y$  directions are considered separately (see below). The input data for a  $k$ -th guide star are  $S_k$ :

$$S_k(\mathbf{f}) = \mathcal{M}(\mathbf{f}) \tilde{\phi}(\mathbf{f}, \boldsymbol{\theta}_k) + \tilde{\nu}_k(\mathbf{f}), \quad (4)$$

where  $\tilde{\nu}_k$  is the noise term.

In reality a WFS measures wave-fronts only within the telescope pupil. Multiplication by a pupil window function leads to a convolution in Fourier space, which is not described by Eq. 4. The theory presented below is hence applicable to very large apertures (AO systems of high order), when edge effects may be neglected.

The power spectral density of photon noise in a S-H WFS may be written as

$$\nu_k^2(\mathbf{f}) = (2\pi/\lambda)^2 \alpha^2 N^{-1} \text{sinc}^2(df_x) \text{sinc}^2(df_y), \quad (5)$$

where  $\alpha$  is the spot size and  $N$  is the photon flux density on the sub-apertures, in photons per  $\text{m}^2$ . This is white noise filtered with square sub-apertures. When integrated over frequencies, this spectrum gives the correct slope variance of  $(2\pi/\lambda)^2 \alpha^2 / (Nd^2)$ .



### C. Linear estimator and residual phase error

Given a set of WFS measurements, we want to determine the best linear estimate of the phase  $\tilde{\psi}(\mathbf{f}, \boldsymbol{\theta})$  for the viewing direction  $\boldsymbol{\theta}$ . The most general form of a linear estimator is a sum of suitably weighted and filtered WFS measurements:

$$\tilde{\psi}(\mathbf{f}, \boldsymbol{\theta}) = \sum_{k=1}^K g_k(\mathbf{f}, \boldsymbol{\theta}) S_k(\mathbf{f}). \quad (6)$$

The difference  $\epsilon$  between real and estimated phases can be computed as a combination of atmospheric phases, summed over all layers, and noise:

$$\tilde{\epsilon}(\mathbf{f}, \boldsymbol{\theta}) = \tilde{\phi} - \tilde{\psi} = \sum_{n=1}^N P(\mathbf{f}, \boldsymbol{\theta}, h_n) \tilde{\phi}_n(\mathbf{f}) - \sum_{k=1}^K g_k(\mathbf{f}, \boldsymbol{\theta}) \tilde{\nu}_k(\mathbf{f}), \quad (7)$$

where the filter  $P$  is equal to

$$P(\mathbf{f}, \boldsymbol{\theta}, h) = e^{-2\pi i \mathbf{f} \boldsymbol{\theta} h} \left[ 1 - \sum_{k=1}^K g_k(\mathbf{f}, \boldsymbol{\theta}) \mathcal{M}(\mathbf{f}) e^{2\pi i \mathbf{f} (\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_k) h} \right]. \quad (8)$$

### D. Residual power spectrum

The power spectrum of the residual phase can now be derived from the power spectra of phase and noise terms. The power spectrum of atmospheric phase  $W_\phi$  is given by the Kolmogorov model. The Von Kármán model with finite outer scale can be used instead, but, as we shall see, the low-frequency part of the spectrum does not influence the result. So, the use of Kolmogorov model is not restrictive. It is convenient to isolate the refractive index structure constant  $C_n^2(h)$  by writing for the  $n$ -th layer

$$W_\phi(\mathbf{f}) = W_0(\mathbf{f}) C_n^2(h_n) dh, \quad (9)$$

$$W_0(\mathbf{f}) = 9.69 \cdot 10^{-3} (2\pi/\lambda)^2 |\mathbf{f}|^{-11/3}. \quad (10)$$

The usual assumptions are now made. Phase perturbations in individual layers are mutually independent. Noise contributions in different sources are mutually independent. Noise is not correlated with phase. All this permits to express the power spectrum of residual phase as a sum of individual power spectra. The sum of atmospheric terms is written, naturally, as an integral over altitude (integration limits are not explicitly given, being defined by the atmosphere extent).

$$W_\epsilon(\mathbf{f}) = W_0(\mathbf{f}) \int |P(\mathbf{f}, \boldsymbol{\theta}, h)|^2 C_n^2(h) dh + \sum_{k=1}^K |g_k(\mathbf{f}, \boldsymbol{\theta})|^2 \nu_k^2(\mathbf{f}), \quad (11)$$

where  $\nu_k^2(\mathbf{f})$  is the noise power spectrum for the  $k$ -th guide star, and the spatial filter  $|P|^2$  is given by

$$|P(\mathbf{f}, \boldsymbol{\theta}, h)|^2 = 1 - 2\text{Re} \sum_{k=1}^K g_k \mathcal{M} e^{2\pi i \mathbf{f} (\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_k) h} + \sum_{k=1}^K \sum_{k'=1}^K g_k g_{k'}^* |\mathcal{M}|^2 e^{2\pi i \mathbf{f} (\boldsymbol{\theta}_{k'} - \boldsymbol{\theta}_k) h}. \quad (12)$$

Here  $\text{Re}$  means real part,  $*$  means complex conjugate, and  $\mathbf{f}, \boldsymbol{\theta}$  arguments of  $g_k$  and  $\mathcal{M}$  are omitted.

AO imaging properties do not depend on the constant phase component within telescope aperture, *piston*. The power spectrum of piston-removed phase residuals can be computed in the same way by introducing into Eq. 11 additional filtering term which depends on aperture size, as done in<sup>7</sup>. This term reduces the contribution of low spatial frequencies, which is not significant for this particular problem, just as outer scale. We do not include the piston term in the following formulas, which are then correct in the limit of infinitely large aperture, when piston can be neglected.

The altitude dependence of  $|P|^2$  is given by phase terms of the type  $\exp(2\pi i \xi h)$ . When multiplied by the  $C_n^2(h)$  and integrated over altitude, this leads to the Fourier transform of the turbulence profile,  $\tilde{C}(\xi)$ :

$$\tilde{C}(\xi) = \int C_n^2(h) e^{2\pi i \xi h} dh. \quad (13)$$

Thus, the turbulence vertical profile enters only through its Fourier transform!

In the following formulas we do not write explicitly the frequency and angular arguments for brevity. Using Eq. 12, we express the integrals over altitude through  $\tilde{C}$ . This leads to

$$W_\epsilon = W_0 c_0 \left[ 1 - 2\text{Re} \sum_{k=1}^K g_k c_k + \sum_{k=1}^K \sum_{k'=1}^K g_k g_{k'}^* a_{kk'} + \sum_{k=1}^K |g_k|^2 \nu'_k \right], \quad (14)$$

where

$$\begin{aligned} c_0 &= \tilde{C}(0), \\ c_k &= \mathcal{M} \tilde{C}[\mathbf{f}(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_k)] / c_0, \\ a_{kk'} &= |\mathcal{M}|^2 \tilde{C}[\mathbf{f}(\boldsymbol{\theta}_{k'} - \boldsymbol{\theta}_k)] / c_0, \\ \nu'_k &= \nu_k^2 / (W_0 c_0). \end{aligned} \quad (15)$$

The matrix  $\mathbf{A} = \{a_{kk'}\}$  is hermitian,  $a_{kk'} = a_{k'k}^*$ , and  $W_\epsilon$  is real. Only vector  $\mathbf{c}$  depends on source position  $\boldsymbol{\theta}$ . Parameter  $c_0$  is the integral of turbulence profile related to the Fried parameter  $r_0$ :

$$c_0 = \frac{6.88}{2.91} \left( \frac{\lambda}{2\pi} \right)^2 r_0^{-5/3}. \quad (16)$$

For the Shack-Hartmann WFS the number of measurements (and hence matrix dimensions)  $K$  is twice the number of guide stars, so  $K$  in the above formulas is doubled. The slopes in  $x$ - and  $y$ -directions are mutually correlated for non-coincident sub-apertures, leading to some non-zero elements of the matrix  $\mathbf{A}$  corresponding to  $xy$  combinations. However, we neglect this correlation and consider the slope components separately by setting the  $xy$  elements of  $\mathbf{A}$  to zero. We checked that in low-noise case this treatment leads to the same results as direct measurement of phase ( $\mathcal{M} = 1$ ).

It is instructive to look at the dimensions of the relevant quantities. Phase is dimensionless, its slope (and hence  $\mathcal{M}$ ) is measured in  $\text{m}^{-1}$ , and its power spectrum  $W_\epsilon$  in  $\text{m}^2$ . Filters  $g_k$  which transform slopes to phases are in meters. Vector  $\mathbf{c}$  is measured in  $\text{m}^{-2/3}$ , matrix  $\mathbf{A}$  and vector  $\nu'$  in  $\text{m}^{-5/3}$ ,  $c_0$  in  $\text{m}^{1/3}$ .

### E. Optimization

The filters  $g_k$  can be found that minimize  $W_\epsilon$  at any spatial frequency  $\mathbf{f}$  and for a particular viewing direction  $\boldsymbol{\theta}$ . This would ensure the minimization of the residual phase variance. This derivation follows the idea of Wiener filter which is obtained as a linear filter minimizing the r.m.s. difference between restored and original signals, as explained in<sup>12</sup>.

We differentiate Eq. 14 over real and complex parts of  $g_k$  and solve the resulting system of equations. The answer, in a compact matrix form, is

$$\mathbf{g} = [(\mathbf{A} + \nu' \mathbf{I})^{-1} \mathbf{c}]^*, \quad (17)$$

where  $\mathbf{I}$  is the unity matrix. The presence of even a small amount of noise guarantees the existence of the inverse matrix and makes the problem numerically stable. Otherwise the simple configurations with few layers lead to a singular matrix  $\mathbf{A}$  at some frequencies, when relative shifts of phase screens of some pair of NGSs happen to be equal (or different by  $2\pi n$ ) and hence do not contain independent information. Combining the expressions given above, the relative noise power  $\nu'$  (wavelength-independent) is given by

$$\nu'(\mathbf{f}) = 103.2\alpha^2 N^{-1} c_0^{-1} |\mathbf{f}|^{11/3} \text{sinc}^2(df_x) \text{sinc}^2(df_y). \quad (18)$$

When the optimum filters are found, they can be put back into Eq. 14 to obtain the power spectrum of residual wave-front errors. It is instructive to write explicitly the *error transfer function*  $G(\mathbf{f}, \boldsymbol{\theta})$  as

$$G(\mathbf{f}, \boldsymbol{\theta}) = 1 - 2\text{Re}(\mathbf{c}^T \mathbf{g}) + \mathbf{g}^T \mathbf{A} \mathbf{g}^* \quad (19)$$

and to express the residual spectrum as

$$W_\epsilon(\mathbf{f}) = c_0 W_0(\mathbf{f}) [G + \mathbf{g}^T (\nu' \mathbf{I}) \mathbf{g}^*]. \quad (20)$$

The low-frequency components of phase spectrum experience small relative phase delays  $\exp[2\pi i \mathbf{f}(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_k)h]$ , and hence will be well estimated from NGS phases. One would expect that at low frequencies  $G$  is close to zero. Then  $G$  grows and eventually reaches 1, which means a complete absence of information on high spatial frequencies, because NGS phase become de-correlated with object wave-front phase.

Using the fact that both  $\mathbf{A}$  and  $(\mathbf{A} + \nu' \mathbf{I})^{-1}$  are hermitian, and neglecting noise, the error transfer function with optimum filters may be simplified to

$$G'(\mathbf{f}, \boldsymbol{\theta}) \approx 1 - \mathbf{c}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{c}^*. \quad (21)$$

However, to study the sensitivity of phase reconstruction to the exact knowledge of profile, we must calculate  $\mathbf{g}$  using our best idea of the profile, then substitute the real profile into  $\mathbf{A}$  and  $\mathbf{c}$  and compute phase residuals using the full Eq. 19, not Eq. 21.

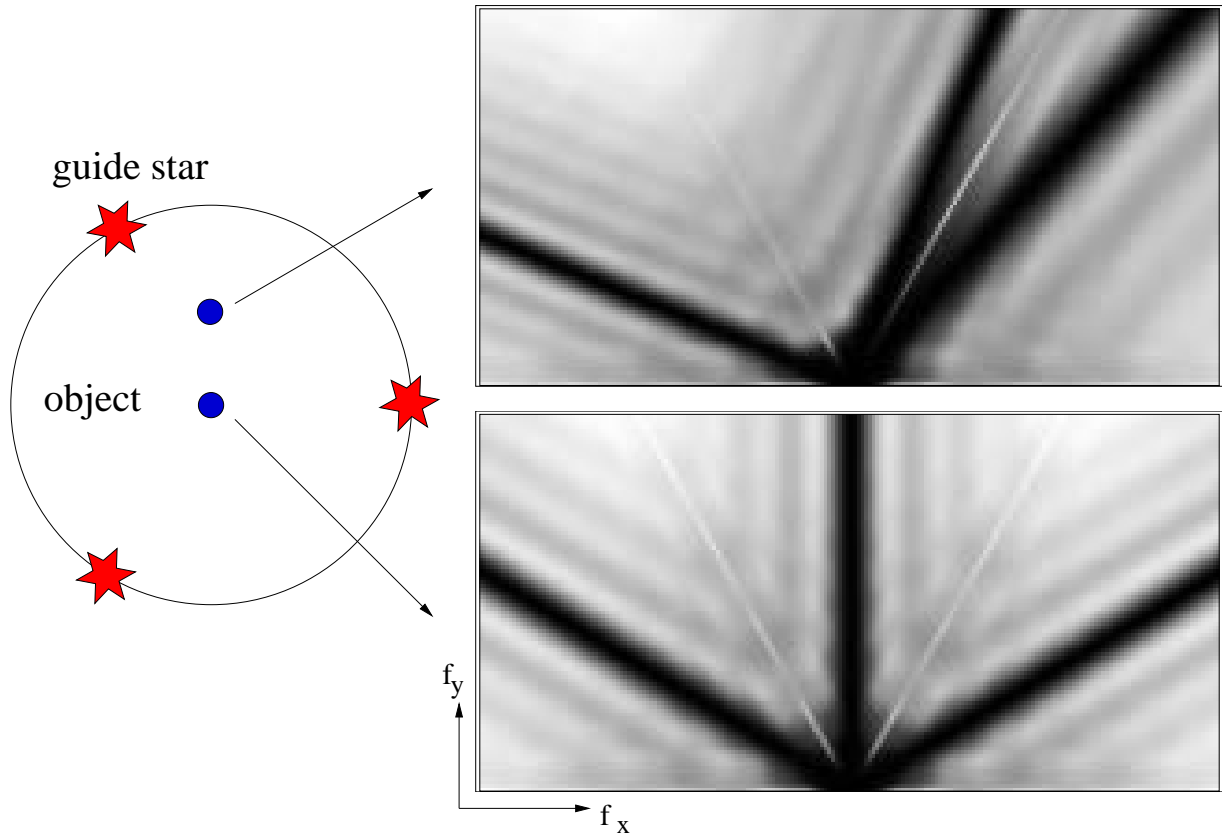


Fig. 2. Error transfer function  $G(\mathbf{f})$  in the spatial frequency plane (right) for 3 guide stars and two positions of object: at the FOV center and decentered. The Paranal model profile (see Section 4) was used in the calculations. Only the upper half of the frequency plane is displayed due to symmetry, coordinate origin is in the middle of  $f_x$ -axis. Dark “shadows” are perpendicular to the directions for which the object projects onto one of guide stars. Bright stripes at  $\pm 60^\circ$  from vertical correspond to the directions for which matrix  $\mathbf{A}$  would be singular without measurement noise; in these directions error transfer function depends on the adopted noise level.

In Fig. 2 the two-dimensional shape of error transfer function is given for a symmetrical configuration of 3 guide stars and a model turbulence profile, for two object positions. It goes to zero at low spatial frequencies, and also for several directions, orthogonal to the directions where object projects on some of guide stars. In these directions the Fourier components of the object wave-front are in-phase with NGS wave-fronts, and hence are well measured. One may think of the zeroes in  $G(\mathbf{f})$  as “shadows” cast by turbulent layers. When the turbulence profile is compressed in altitude, the shadows get wider, residual variance diminishes. For profiles with several thin layers the structure of shadows is more complex.

### 3. Scaling law for tomographic error

How precisely can the object phase be reconstructed? To answer this question, we suppose that wave-fronts of guide stars are measured directly ( $\mathcal{M}(\mathbf{f}) = 1$ ) and without noise ( $\nu' = 0$ ). In this case the optimum filters  $g_k$  and the error transfer function  $G_K(\mathbf{f}, \boldsymbol{\theta})$  do not depend on turbulence spectrum, but are entirely defined by the problem geometry. Subscript  $K$  is added to highlight the dependence of  $G_K$  on the number of NGSs. It may be verified that  $G_K$  is invariant to a profile translation (i.e. to the multiplication of  $\tilde{C}(\xi)$  by a factor  $e^{2\pi i \xi x}$ ) and to a change of turbulent energy (due to the normalization by  $c_0$ ). Thus, the limiting quality of WF reconstruction from noiseless data depends only on the source geometry and on the shape of the turbulence profile. The minimum residual phase variance (tomographic error) is obtained by integrating the first term of Eq. 20:

$$\langle \epsilon_{\text{tom}}^2(\boldsymbol{\theta}) \rangle = c_0 \int W_0(\mathbf{f}) G_K(\mathbf{f}, \boldsymbol{\theta}) d\mathbf{f}. \quad (22)$$

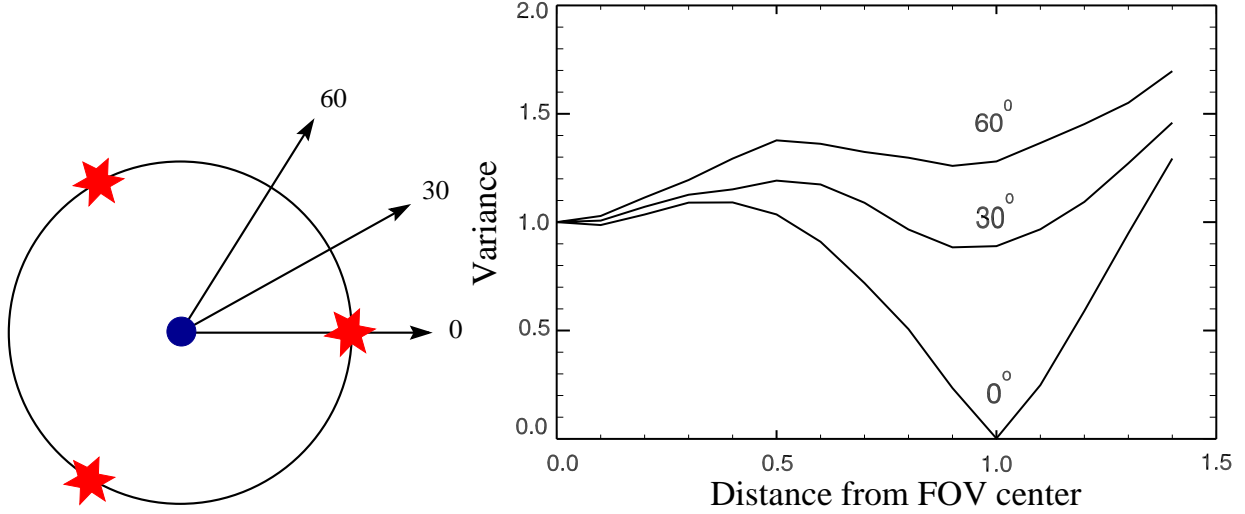


Fig. 3. For a symmetrical configuration of 3 guide stars the dependence of residual phase variance on object position is traced when object is moved from FOV center in 3 directions. Object position along the radius is given in the units of guide star distance from center.

In Fig. 3 the dependence of tomographic phase error variance on object position is illustrated. Variance is zero when object is close to one of guide stars (in this case it depends only on WFS noise).

Now let us establish the scaling law for tomographic phase error, that is its dependence on the size of the NGS constellation. Let  $\Theta$  be the distance of NGSs from the FOV center (for complex NGS configurations some mean distance must be used). The change of variables  $\boldsymbol{\theta}' = \boldsymbol{\theta}/\Theta$  and  $\mathbf{f}' = \mathbf{f}\Theta$  is useful to single out the dependence of  $\langle \epsilon_{\text{tom}}^2 \rangle$  on  $\Theta$ .

Both  $\mathbf{c}$  and  $\mathbf{A}$  depend on the spatial frequency  $\mathbf{f}$  only through the products of the type  $\boldsymbol{\theta}\mathbf{f}$  (see Eq. 15), which means that  $G_K(\mathbf{f}, \boldsymbol{\theta}) = G_K(\mathbf{f}', \boldsymbol{\theta}')$ . From Eq. 21 it is also clear that when WFS noise can be neglected,  $G_K$  is independent of the WFS measurement operators  $\mathcal{M}$ , because they cancel out in the  $\mathbf{c}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{c}^*$  term. Taking into account the form of  $W_0$ , Eq. 22 is transformed into

$$\langle \epsilon_{\text{tom}}^2(\boldsymbol{\theta}') \rangle = c_0 \Theta^{5/3} \int W_0(\mathbf{f}') G_K(\mathbf{f}', \boldsymbol{\theta}') d\mathbf{f}'. \quad (23)$$

It remains to express  $c_0$  through  $r_0$  (Eq. 16). Using Eq. 10 and combining constants, we get eventually

$$\langle \epsilon_{\text{tom}}^2(\boldsymbol{\theta}') \rangle = \Theta^{5/3} r_0^{-5/3} \delta_K^{5/3} e_K(\boldsymbol{\theta}'), \quad (24)$$

where

$$\delta_K^{5/3} e_K(\boldsymbol{\theta}') = 0.0229 \int |\mathbf{f}'|^{-11/3} G_K(\mathbf{f}', \boldsymbol{\theta}') d\mathbf{f}'. \quad (25)$$

The new parameter  $\delta_K$  has a dimension of length. It does not depend neither on  $\Theta$  nor on wavelength (all error dependence on wavelength is contained in  $r_0$ , as typical for many other atmospheric propagation problems). On the other hand,  $\delta_K$  depends on the turbulence profile shape and on the NGS configuration. The dimensionless term  $e_K(\boldsymbol{\theta}')$  describes the variation of  $\langle \epsilon_{\text{tom}}^2 \rangle$  across the field, it is convenient to set  $e_K(0) = 1$ . Then Eq. 25 can be used to calculate  $\delta_K$  by putting  $\boldsymbol{\theta}' = 0$ .

In analogy with the atmospheric isoplanatic patch size<sup>13</sup>  $\theta_0$ , a *tomographic patch size*  $\gamma_K$  can now be introduced. When the radius of  $K$ -NGS constellation reaches  $\gamma_K$ , the tomographic error in the center of the FOV equals 1 rad<sup>2</sup>. At other FOV locations this error can be either smaller or larger, depending on the function  $e_K(\boldsymbol{\theta}')$ . The size of the corrected FOV in MCAO can not be much larger than  $\gamma_K$ . It follows from Eq. 24 that

$$\begin{aligned} \langle \epsilon_{\text{tom}}^2(\boldsymbol{\theta}') \rangle &= e_K(\boldsymbol{\theta}') (\Theta/\gamma_K)^{5/3}, \\ \gamma_K &= r_0/\delta_K. \end{aligned} \quad (26)$$

The parameter  $\delta_K$  may be called *effective thickness* of turbulence profile with respect to a given NGS configuration. It describes the interplay between position and thickness of layers and source geometry. For example, when the layers are infinitely thin and their number is not greater than the number of NGSs, the “pure” tomographic case is realized, and we obtain  $\delta_K = 0$ , whatever the layer altitudes. In the opposite case of turbulence uniformly distributed in a layer of thickness  $L$  the  $\delta_K$  parameter will be directly proportional to  $L$ , with proportionality coefficient depending on the number and positions of NGSs.

This scaling law leads to the interesting consideration about the maximum number of pixels in the corrected image. Image size will be of the order of  $2\Theta = 2r_0/\delta_K$ , the pixel size must be  $\lambda/2D$  (Nyquist sampling). The number of pixels along one image axis,  $N_{\text{pixel}}$ , can be estimated as the ratio of these. Taking into account the dependence of  $r_0$  on wavelength, it turns out that  $N_{\text{pixel}}$  dependence on wavelength is small:

$$N_{\text{pixel}} = \left( \frac{\lambda}{\lambda_0} \right)^{1/5} \frac{4D r_0(\lambda_0)}{\delta_K \lambda_0}. \quad (27)$$

Assuming  $\delta_3 = 2$  km (see below),  $\lambda = \lambda_0 = 500$  nm,  $r_0(\lambda_0) = 0.15$  m and  $D = 8$  m, we obtain  $N_{\text{pixel}} = 4800$ . Going to the wavelength of  $2.2 \mu\text{m}$  increases  $N_{\text{pixel}}$  only by a factor of 1.34. The conclusion is that the detector format for imaging with MCAO at 8 m telescopes is likely to be limited to 4Kx4K or 8Kx8K if a small number of guide stars is used for tomography.

#### 4. Effective thickness for real turbulence profiles

In this section, the tomographic error will be quantified, still assuming zero noise and  $\mathcal{M} = 1$  case. First of all, we calculate the effective thickness for a uniform turbulence distribution. A variable number of guide stars  $K$  was tried in symmetrical configurations around the FOV center. The resulting ratio of the effective thickness  $\delta_K$  to the layer thickness  $L$  is given in Table 1.

Table 1. Equivalent thickness of a uniform layer for different number of guide stars

Number of NGS, $K$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\delta_K/L$	0.690	0.278	0.120	0.118	0.074	0.074	0.048	0.054	0.038

The general tendency of decreasing  $\delta_K$  with the increasing  $K$  is clear. However, it is also seen that symmetrical configurations ( $K=4, 6, 8$ ) produce slightly worse results than asymmetrical ones ( $K=3, 5$ ). This is understandable: in symmetrical configurations the number of directions for which the object projects exactly on some of the guide stars is less than  $K$  due to symmetry. These directions correspond to the minima of the error transfer function  $G(\mathbf{f})$  in the frequency plane (“shadows”). In the following we concentrate on the  $K = 3$  and  $K = 5$  cases as representative of future MCAO geometry.

The case  $K = 1$  deserves additional comments. At first glance, it describes the classical anisoplanatism, when phase difference between object and guide star increases with their increasing separation. Still, here the phase difference does not depend on the layer altitude and, moreover, the object phase is estimated with optimum spatial filtering (with increasing distance from NGS the uncorrelated high-frequency components are progressively removed from the estimated phase). Classical formula relating the anisoplanatic r.m.s phase difference to atmospheric patch size  $\theta_0$ <sup>13</sup>, when applied to a layer of thickness  $L/2$  at altitude zero, would give a result which corresponds to  $\delta_1 = r_0/\theta_0 = (6.88 \cdot 3/8)^{3/5} \cdot 0.5L = 0.88L$ , to be compared to  $0.69L$  obtained here with optimized filtering.

For the Hufnagel-Valley turbulence profile<sup>14</sup> one obtains  $\delta_3 = 1778$  m and  $\delta_5 = 1108$  m for 3 and 5 guide stars, respectively ( $\gamma_K$  of  $8.4''$  and  $19.9''$  at 500 nm). Comparing those numbers with uniform thick layer model (Table 1), we find that the Hufnagel profile may be assimilated to a 15 km thick uniform turbulent slab. It is interesting that correction-limited isoplanatic angle was computed in<sup>7</sup> to be  $\theta_3 = 8.4''$  at 500 nm, i.e. equal to  $\gamma_3$ . For other profiles these parameters are not equal, but still similar to each other.

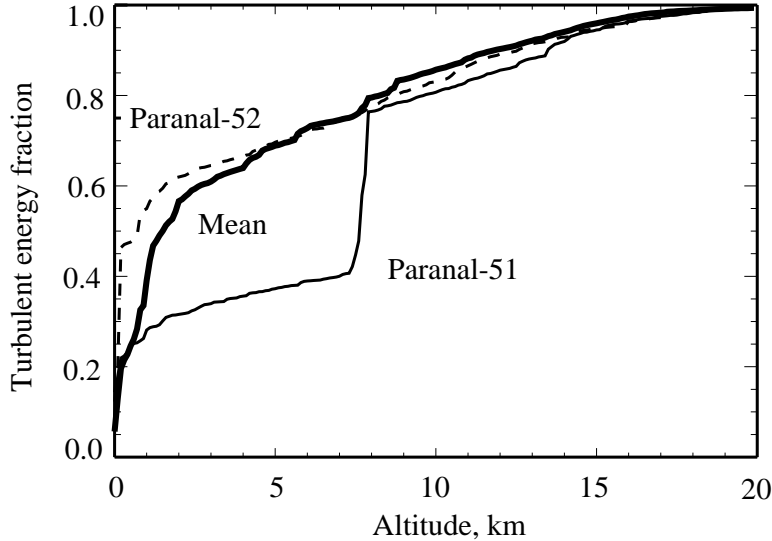


Fig. 4. Cumulative turbulence profiles for Paranal – fraction of total turbulent energy below a given altitude. Two different cases are selected: profile 52 which is similar to the mean profile (dashed and thick lines, respectively) and profile 51 (thin line) which shows a strong peak at an altitude of 7.5 km containing about 1/3 of the total energy.

Real turbulence profiles often contain few strong layers. One might expect that in this case equivalent width would be smaller. We use the set of 12  $C_n^2(h)$  profiles obtained by balloon soundings at Paranal (Chile)<sup>15,16</sup>. The flights number 51 and 52 are selected as typical of this data set. They have similar  $r_0$  and  $\theta_0$  values, but profile 51 has a well marked strong layer, in addition to the ground layer (Fig. 4). We also use the average Paranal profile. Corresponding equivalent widths for 3 and 5 NGSs are given in Table 2.

From Fig. 4 it is clear that at Paranal turbulence is found at all altitudes. Even when a strong layer is present, the continuous component is non-negligible. In fact, equivalent thickness for profile 51 is more than that of profile 52 or of the mean profile!

Table 2. Equivalent thickness of atmosphere  $\delta_K$

Profile	Ref. profile	$\delta_3,$ m	$\delta_5,$ m
Hufnagel		1178	1108
Paranal mean		1750	1078
Paranal model		1616	958
Paranal-51		1924	1144
Paranal-52		1734	1052
Paranal-51	Mean	2220	1342
Paranal-51	Hufnagel	2250	1428
Paranal-52	Mean	1800	1102
Paranal-52	Hufnagel	1840	1166



We conclude that the presence of strong layers in itself is not enough to improve the quality of phase reconstruction, unless *all* turbulence is indeed concentrated in a small number of very thin layers.

Inspired by the shape of Paranal mean profile, we consider a “Paranal model” profile consisting of only two equally strong thick layers: 2-km layer at mean altitude of 1 km and 16-km layer at mean altitude of 8 km. For such a two-step model profile we also calculated the parameter  $\delta_K$ . As evident from Table 2, the results obtained are not much different from real profiles.

It is likely that turbulence profile corresponding to the instantaneous observing conditions will not be known precisely. Anyway, it rapidly changes due to turbulence intermittence. So, an important issue is the sensitivity of wave-front reconstruction to exact profile shape. To investigate this, we use either mean Paranal profile or Hufnagel profile to compute the matrix coefficients and the optimized spatial filters. Then, real profile is used to estimate the expected r.m.s. reconstruction error. By the way, when doing this, we might obtain error transfer function  $G(\mathbf{f})$  greater than 1, owing to profile’s mismatch.

The results are also given in Table 2. As expected, the smallest  $\delta$  is obtained when the profile and reference coincide. However, the use of mean profile or even Hufnagel profile for optimum filter definition does not degrade the performance dramatically. We see that the use of average (instead of actual) profile increases  $\delta_K$  by 10-20%, leading to the  $\gamma_K$  loss of the same amount.

## 5. Turbulence profile measurement

Usually the necessity to measure real-time atmospheric turbulence profiles is evoked in relation to MCAO, and reference is made to the existing techniques like SCIDAR (see the most recent SCIDAR description in<sup>17</sup>). However, with WFS data on several NGSs the profile can be obtained as a by-product, eliminating the need for an additional instrument.

The cross-spectrum  $W_{kk'}$  of two WFS signals  $S_k$  and  $S_{k'}$  contains information on the profile. Starting from Eq. 4, neglecting noise (it is uncorrelated between two NGSs), and using also the expression Eq. 2 for phase Fourier transform, we have

$$W_{kk'}(\mathbf{f}) = \langle S_k S_{k'}^* \rangle = |\mathcal{M}|^2 \sum_{n=1}^N \langle \tilde{\phi}_n(\mathbf{f}) \tilde{\phi}_n^*(\mathbf{f}) \rangle e^{-2\pi i \mathbf{f}(\boldsymbol{\theta}_k - \boldsymbol{\theta}_{k'}) h_n}, \quad (28)$$

where the summation is performed over all  $N$  atmospheric layers which are mutually independent. Recognizing in the average phase product the phase power spectrum (Eq. 9), replacing the sum by the integral, and performing altitude integration with the help of Eq. 13, the final expression is obtained:

$$W_{kk'}(\mathbf{f}) = |\mathcal{M}|^2 W_0(\mathbf{f}) \tilde{C}[\mathbf{f}(\boldsymbol{\theta}_{k'} - \boldsymbol{\theta}_k)]. \quad (29)$$

Instead of cross-spectrum, the cross-correlation function of WFS data may be calculated. Then it follows from back-transforming Eq. 29 that it equals to the scaled turbulence profile convolved with some kernel which depends on the shape of  $W_0$  and  $\mathcal{M}$ . The same is true for SCIDAR, except that its kernel function is different and altitude-dependent, while Eq. 29 leads to a true convolution. For S-H WFS the kernel is equal to the slope covariance function, known to have sharp peak and long wings. Of course, both SCIDAR and the profile measurement from WFS data are just particular cases of turbulence sensing with crossed beams, known for quite a long time.

The maximum spatial frequency of the WFS data will be  $1/2d$ , where  $d$  is the S-H sub-aperture size (Nyquist condition). The maximum separation between NGSs will be about  $2\Theta$ . It means that the altitude resolution of the profile will be of the order of  $d/\Theta$ . Typically one might expect  $d \approx r_0$  and  $\Theta \approx r_0/\delta_K$ , so the vertical resolution will be not too different from  $\delta_K$ .

Further details of profile measurement from WFS data (sensitivity, finite telescope aperture diameter, deconvolution, etc.) are beyond the scope of this work.

## 6. Noise propagation

The issue of noise propagation in turbulence tomography was not clear until now. It has been suggested<sup>4</sup> that each of NGSs can be fainter than in conventional AO, because their signals are used jointly for optimized wave-front estimation. However, the solution of an inverse problem (estimation of object phase from NGS phases) involves typically some noise amplification. In the above formalism noise amplification can be traced to the fact that the modulus of the filters  $\mathbf{g}$  exceeds 1 at some frequencies.

To study the noise propagation, a model of Shack-Hartmann WFS was adopted with infinite spatial resolution (zero aperture size). We verified that for bright stars it yields exactly the same results as the  $\mathcal{M} = 1$  model used in the previous sections. The parameters of S-H WFS were then chosen to compute photon flux from a given NGS magnitude (roughly, 1500 ph/m<sup>2</sup> from a 10-th magnitude star), and spot size  $\alpha = 1.5''$  was used. We do not pretend that these parameters correspond to some real AO system, and the NGS “magnitudes” given below must be considered as illustrative only.

The r.m.s. residual phase variance at a wavelength of 500 nm was computed from Eq. 20 for the “Paranal model” profile with a typical median seeing of  $r_0 = 0.15$  m. The object is placed at the FOV center. The limiting diameter of NGS constellation  $2\gamma_K$  (1 rad<sup>2</sup> variance) is 38.3'' and 64.5'' for 3 and 5 NGSs, as follows from  $\delta_3$  and  $\delta_5$  values given in Table 2.

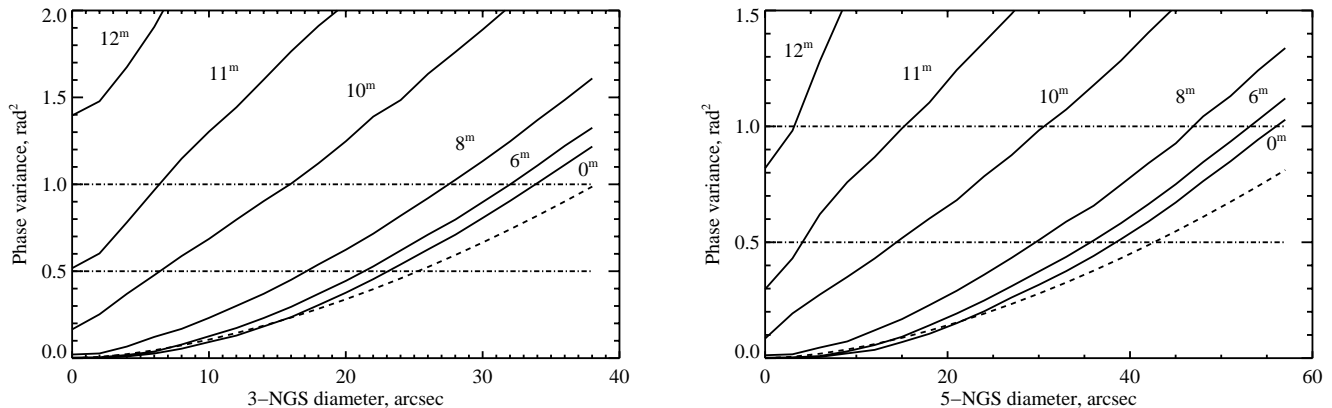


Fig. 5. The residual phase variance for a wavelength of 500 nm as a function of NGS configuration diameter for 3 NGSs (a) and 5 NGSs (b). Curves are labelled by NGS magnitudes. Dash-dot horizontal lines mark the r.m.s. residual levels of 0.5 and 1 rad<sup>2</sup>, corresponding to the Strehl ratio degradation of 0.37 and 0.61, respectively. Dashed lines show the 5/3 scaling law (Eq. 26). Object is at the FOV center. Paranal model profile with  $r_0 = 0.15$  m is used.

In Fig. 5 the phase variance at the FOV center is plotted against NGS configuration diameter  $2\Theta$  for different NGS magnitudes (all NGSs are supposed to be equally bright and located at the vertices of a regular polygon). For bright NGSs these curves are close to the  $(\Theta/\gamma_K)^{5/3}$  limit given by Eq. 26. The NGS separation corresponding to the 1 rad<sup>2</sup> error is however  $\approx 10\%$  less than predicted from the noise-free scaling law, even for 0<sup>m</sup> NGSs. For fainter NGSs the variance increases, limiting the effective FOV size. It can be modeled as a sum of tomographic and photon noise contributions, but the photon noise level depends on the NGS separation.

In other words, our conclusion is that noise propagation can not be neglected. With  $K = 3$  or 5 10<sup>m</sup> NGSs located on axis ( $\Theta = 0$ ) the wave-front error is well below 0.5 rad<sup>2</sup>. In agreement with common sense on-axis error is inversely proportional to  $K$ , as can be inferred from Fig. 5. As soon as the NGSs are away from the FOV center, the photon noise increases roughly linearly with  $\Theta$ . At larger NGS separations the photon noise curve will intercept the tomographic “5/3” curve, and the tomographic error will dominate. So, for the same NGS brightness and the same turbulence profile, the relative importance of photon noise with respect to tomographic noise depends on NGS separation. For 10-magnitude stars in a 20'' field the photon noise dominates, but in a 120'' FOV as appropriate for imaging in the infrared the tomographic error would be larger than photon noise, and such stars would be considered as “bright”.

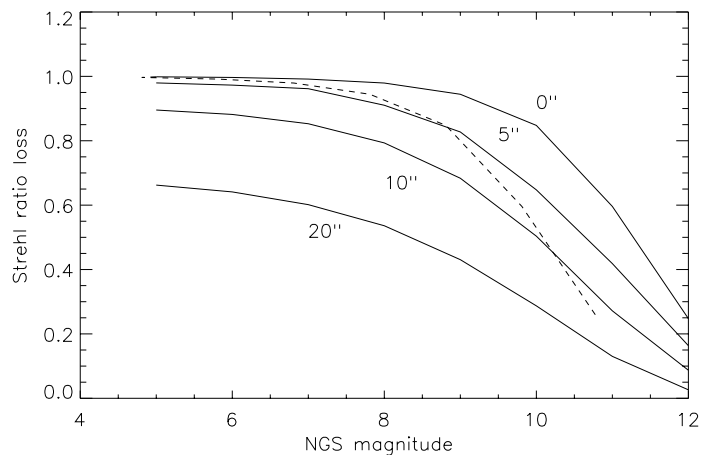


Fig. 6. Maximum Strehl ratio achievable at 500 nm as limited by combination of tomographic and photon noise errors with 3 NGS, as a function of their magnitude. Model Paranal profile is used for calculation. Diameter of NGS configuration is indicated near the curves. Dashed line shows for comparison an on-axis performance of a classical single-NGS AO system.

It would be nice to model the tomographic noise propagation by a simple engineering formula like Eq. 26. For the moment we were not able to suggest a valid approximation, however. A very rough guess would be that the NGSs needed for tomography must be at least as bright as single NGS for a classical on-axis AO. The comparison with classical AO is given in Fig. 6, showing the Strehl ratio at 500 nm as a function of NGS magnitude. Photon noise limit for a classical AO system is plotted in dashed line. With 3 NGSs there are 3 times more photons, so that when they are located on axis (no tomography), a gain is about 1 magnitude. However, for NGS separations of 10'' the curves intersect around 10-th magnitude and a Strehl ratio of 0.5, indicating that there is no useful gain in limiting magnitude when reconstructing phase in a 10'' FOV.

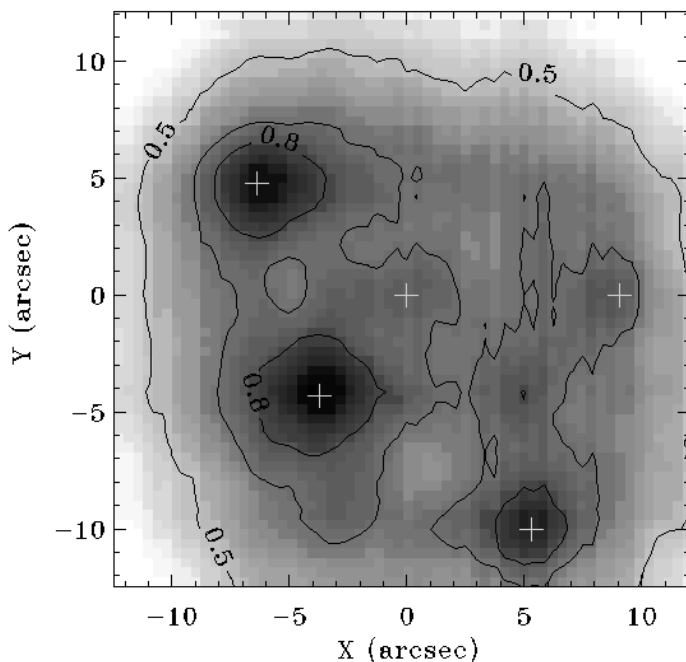


Fig. 7. Distribution of Strehl ratio at 500 nm over the FOV for a random constellation of 5 NGSs of magnitudes (from left to right) 7, 6, 11, 8, and 10 (NGS positions are marked by crosses). The faintest star is at the center. Paranal profile 51 was used. Contours with numbers indicate Strehl ratio levels.

In Fig. 7 an example of the maximum achievable (tomography-limited) Strehl ratio over FOV is shown for a random constellation of 5 NGSs of different magnitudes, for a real Paranal turbulence profile. A Strehl ratio larger than 0.5 can be obtained over the whole 20'' FOV.

## 7. Conclusions

The limits of a linear tomographic phase reconstruction have been investigated. The effects of finite aperture diameter and incomplete beam overlap have been neglected, as well as the additional problems inherent to laser guide stars. Our results describe hence an ultimate performance of a very large telescope using natural guide stars to measure the object phase. No errors due to correction (e.g. finite number of DMs, finite actuator spacing, finite bandwidth) are added, so our performance estimates would refer to a case when the wave-front is corrected by an "ideal" DM for the selected object only.

Contrary to the current belief, it has been shown that the minimum reconstruction error is entirely dominated by the continuously distributed turbulence component, and that the presence of strong turbulent layers has little effect. The minimum error can be described by a new parameter  $\delta_K$  - "equivalent thickness" of a turbulence profile. This thickness is estimated to be around 2 km and 1 km for 3 and 5 NGSs, respectively, for some representative profiles, including the Hufnagel-Valley one. Thus, the FOV diameter of the future MCAO systems with a small number of guide stars is not expected to exceed some  $60''[\lambda/(500\text{nm})]^{6/5}$ . For a 8 m telescope the number of pixels along one axis in a Nyquist-sampled corrected image will be no more than few thousands, whatever the wavelength.

A good news is that exact profile knowledge is not critical for wave-front reconstruction. A loss of the FOV size resulting from the use of some model profile (instead of a true one) for optimum filter computation is very moderate, typically within 10%. The profile itself can be extracted from the WFS data, eliminating the need to operate a special instrument for its real-time measurement.

Noise propagation in a tomographic reconstruction, like in any inverse problem, *is* significant. Thus, the hopes to use somewhat fainter NGSs for tomography are not justified. Faint NGSs must be closer to the object, all other parameters being equal. A tradeoff between magnitude and field size is necessary when studying the future MCAO systems using NGSs.

## ACKNOWLEDGMENTS

This research has benefited from the support of the European TMR program "Laser guide stars for 8 m class telescopes". We are grateful to M. Le Louarn and R. Conan for comments on the manuscript. The comments of the two anonymous referees helped to improve the clarity of the article, and are very much appreciated.

- 
1. R. H. Dicke, "Phase-contrast detection of telescope seeing errors and their correction", *Astrophys. Journal* **198**, 605-615 (1975).
  2. J. M. Beckers, "Increasing the size of the isoplanatic patch with multiconjugate adaptive optics", in *Proc. ESO Conf. on Very Large Telescopes and their Instrumentation*, M.-H. Ulrich, ed. (European Southern Observatory, Garching bei München, Germany, 1988), pp. 693-703.
  3. M. Tallon and R. Foy, "Adaptive telescope with laser probe - isoplanatism and cone effect", *Astron. Astrophys.* **235**, 549 (1990).
  4. D. C. Johnston and B. M. Welsh, "Analysis of multi-conjugate adaptive optics," *J. Opt. Soc. Am. A* **11**, 394-408 (1994).
  5. B.L. Ellerbroek, "First-order performance evaluation of adaptive-optics systems for atmospheric-turbulence compensation in extended-field-of-view astronomical telescopes", *J. Opt. Soc. Am. A* **11**, 924 (1994).
  6. T. Fusco, J.-M. Conan, V. Michau, L. M. Mugnier, and G. Rousset, "Phase estimation for large field

- of view: application to multi-conjugate adaptive optics,” in *Propagation through the Atmosphere III*, M. C. Roggemann and L. R. Bissonnette, eds, Proc. SPIE, **3763**, 125-133 (1999).
7. A. Tokovinin, M. Le Louarn, and M. Sarazin, “Isoplanatism in a multi-conjugate adaptive optics system”, *J. Opt. Soc. Am. A* (2000), accepted.
  8. R. Ragazzoni, E. Marchetti, and G. Valente, “Adaptive-optics corrections available for the whole sky”, *Nature*, **403**, 54-56 (2000)
  9. M. Le Louarn, N. Hubin, M. Sarazin, and A. Tokovinin, “New challenges for Adaptive Optics: Extremely Large Telescopes”, *Mon. Notices Roy. Astron. Soc.*, (2000), accepted
  10. F. Roddier, “The effects of atmospheric turbulence in optical astronomy,” in *Progress in Optics*, E. Wolf, ed. (North-Holland, Amsterdam, 1981), Vol. XIX, pp. 281-376.
  11. F. Rigaut, J.-P. Véran, and O. Lai, “An analytical model for Shack-Hartmann-based adaptive optics systems”, in *Adaptive Optical System technologies*, D. Bonaccini, ed., Proc. SPIE, **3353**, 1038-1048 (1998).
  12. W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, and B.P. Flannery, “Numerical Recipes in C,” (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1992), Ch. 13.3.
  13. D.L. Fried, “Anisoplanatism in adaptive optics,” *J. Opt. Soc. Am.* **72**, 52-61 (1982).
  14. G.C. Valley and S.M. Wandzura, “Spatial correlation of phase-expansion coefficients for propagation through atmospheric turbulence,” *J. Opt. Soc. Am.* **69**, 712-717 (1979)
  15. A. Fuchs and J. Vernin, “Final report on PARSCA 1992 and 1993 campaigns,” ESO Tech. Rep. VLT-TRE-UNI-17400-0001 (European Southern Observatory, Garching bei München, Germany, 1996).
  16. M. Sarazin, in *OSA/ESO Topical Meeting on Adaptive Optics*, M. Cullum, ed., (European Southern Observatory, Garching bei München, Germany, 1996), pp. 439-444.
  17. R. Avila, J. Vernin, and E. Masciadri, “Whole atmosphere profiling with a Generalized Scidar,” *Appl. Opt.*, **36**, 7898-7905 (1997)

Comme cela est précisé dans l'article, cette étude est une limite optimiste applicable aux futurs extrêmement grands télescopes. Nous montrons que la forme générale du profil de turbulence agit plus sur la correction que la répartition stratifiée des différentes couches minces. L'aspect bruit de photon permet d'insister sur la nécessité d'avoir des sources aussi brillantes qu'en OA classique.

La comparaison entre les deux études du paragraphe précédent (5.3.1) et de celui-ci (5.3.2) montrent que :

- la taille du champ tomographique dépend principalement des positions des sources guides et de l'objet scientifique.
- la taille du champ de vue corrigé pour un système multi-conjugué est choisie sous réserve d'augmenter l'erreur sur ce champ : on obtient une très bonne correction si l'on corrige un petit champ mais plus le champ corrigé est grand plus la correction se dégrade.

## **5.4 Le code de simulation modale d'un système MCAO**

Après avoir présenté les limites fondamentales de la mesure pour un nombre fini d'étoiles guide et la qualité de correction pour un nombre fini de miroirs correcteurs, nous avons élaboré un code analytique avec contrôle optimisé, qui calcule les performances d'un système d'optique adaptative – simple ou multi-conjugué – en boucle ouverte, en fonction des différents paramètres d'entrée.

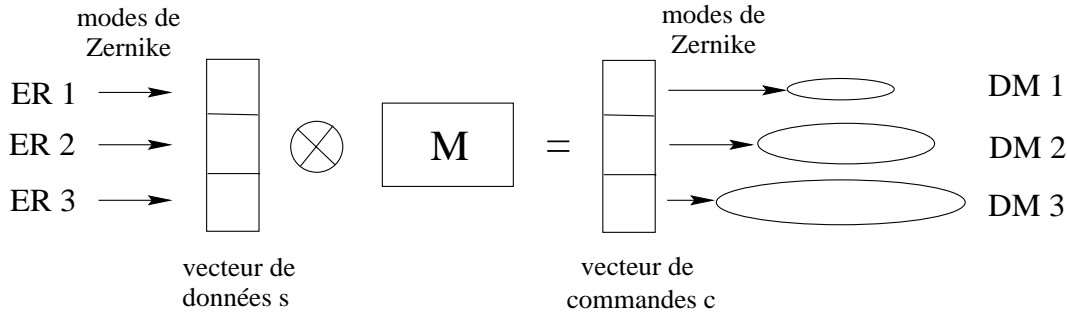
Le code a été élaboré en utilisant l'approche développée par Ellerbroek *et al.* (1994). Cependant aucun filtrage temporel n'est considéré ce qui simplifie énormément la partie théorique. Le but est d'estimer les performances d'un système multi-conjugué qui utiliserait plusieurs étoiles guides (naturelles ou artificielles) pour déterminer la correction à appliquer à une source scientifique. Pour cela, la variance résiduelle de la phase est minimisée sur un certain champ de vue défini.

### **5.4.1 Description du code MCMC**

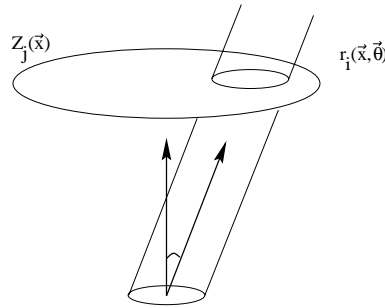
#### *Hypothèses*

Le système utilise les modes de Zernike aussi bien pour décrire l'atmosphère que pour calculer les commandes à appliquer aux différents miroirs. Les mesures sont reliées aux commandes par une matrice  $M$ . Notre but est de déterminer la matrice  $M$  qui permettrait de reconstruire les fronts d'onde le plus précisément possible. Afin d'expliquer le chemin suivi pour obtenir les commandes à partir des mesures, j'ai représenté les différents éléments au schéma 5.6.

Supposons que l'atmosphère soit décrite sur la base des polynômes de Zernike, la phase



**FIG. 5.6:** Ce croquis explique le fonctionnement du code mcmc. Des mesures sont effectuées à partir de chaque étoile de référence (ER). Les mesures sont obtenues sur la base des polynômes de Zernike et classées dans le vecteur des données  $s$ . Ce vecteur est ensuite multiplié matriciellement à la matrice de passage  $M$ . On obtient ainsi le vecteur de commandes associé aux différents miroirs déformables.



**FIG. 5.7:** Les fonctions d'influence sont définies sur une portion de la méta-pupille dans la direction  $\vec{\theta}$ .

en un point  $\vec{x}$  et pour une source de position  $\vec{\theta}$  est la somme :

$$\phi(\vec{x}, \vec{\theta}) = \sum_{j=2}^{\infty} a_j(\vec{\theta}) Z_j(\vec{x}) \quad (5.11)$$

Chaque miroir déformable est conjugué à une altitude différente a donc une pupille différente. On introduit ici le concept de « méta-pupille ». Une « méta-pupille » est la pupille d'un miroir déformable qui est conjugué à une altitude donnée. Si l'on a un seul miroir conjugué à la pupille du télescope, la méta-pupille est la pupille du télescope et ce terme n'est pas utile. Par contre, avec un système multi-conjugué, chaque miroir a une pupille de taille différente qui dépend du champ à reconstruire, le miroir conjugué à l'altitude la plus haute ayant la pupille la plus grande. Ces pupilles de tailles supérieures à la pupille du télescope sont appelées méta-pupilles. La phase reconstruite peut être définie sur la base des fonctions d'influence  $r_i(\vec{x}, \vec{\theta})$  par les commandes  $c_i$ . Supposons que les fonctions d'influence soient des polynômes de Zernike. Ragazzoni *et al.* (1999) ont montré qu'une portion du mode Zernike  $J$  peut être décomposée sur la base des polynômes de Zernike définis sur un plus petit cercle et que cette décomposition utilise des modes de Zernike d'ordre radial inférieur ou égal à celui du mode  $J$ . Par conséquent, les fonctions d'influence obtenues pour chaque miroir déformable sont la projection d'une portion du

front d'onde défini sur la méta-pupille la plus grande :

$$r_i(\vec{x}, \vec{\theta}) = \sum_{j=2}^J P_{ij}(\vec{\theta}) Z_j(\vec{x}). \quad (5.12)$$

#### Matrice de projection

$P_{ij}$  est la matrice de projection. Pour la déterminer, il faudrait décomposer des polynômes de Zernike sur des pupilles plus petites ce qui nécessiterait un temps de calcul énorme. Nous avons donc défini la base de polynômes sur une grille de  $n_{\text{grille}}$  points répartis sur la méta-pupille. Les  $N_{\text{max}}$  polynômes sont ainsi déterminés en  $n_{\text{grille}}$  points et classés dans une matrice  $\mathbf{G}$  de taille  $(n_{\text{grille}}, N_{\text{max}})$ . Il faut ensuite inverser la matrice  $\mathbf{G}$ , et multiplier matriciellement  $\mathbf{G}^{-1}$  et la matrice  $\mathbf{G}'$  pour obtenir la matrice de projection  $\mathbf{P}$ . La matrice  $\mathbf{G}'$  est aussi de taille  $(n_{\text{grille}}, N_{\text{max}})$ . Pour obtenir la matrice de projection entre deux pupilles de diamètres différents, il faut en effet que la base des polynômes de Zernike soit définie sur une pupille plus petite et que la position de cette pupille sur la méta-pupille soit connue. La matrice  $\mathbf{G}'$  contient la décomposition sur la pupille plus petite. Le produit matriciel de  $\mathbf{G}^{-1}$  à  $\mathbf{G}'$  permet d'obtenir la matrice de projection entre deux bases de polynômes de Zernike définies sur des pupilles de taille différente.

L'inversion de  $\mathbf{G}$  dépend de la grille, et il nous a donc fallu tester plusieurs types de grilles avant de trouver la grille qui donnait les meilleures inversions avec le moins de points possibles. Nous utilisons une grille à  $(N_{\text{max}} + 1)(N_{\text{max}} + 2)/2$  points  $n$  qui ont pour coordonnées polaires  $r = (n/n_{\text{grille}})^{0,3}$  et  $\phi = \pi^2 n_{\text{grille}} \times (n/n_{\text{grille}})^{0,3}$ .

#### Erreur résiduelle

L'erreur résiduelle en  $(\vec{x}, \vec{\theta})$  se déduit en retirant la phase atmosphérique et la phase estimée par les miroirs déformables dans la même direction. On peut décomposer la phase atmosphérique en deux parties : les modes de degré inférieur à  $J$  qui sont mesurés par l'analyseur de front d'onde et les modes supérieurs à  $J$  qui ne peuvent pas être déterminés. L'erreur résiduelle peut être réécrite :

$$\epsilon(\vec{x}, \vec{\theta}) = \sum_{j=J+1}^{\infty} a_j(\vec{\theta}) Z_j(\vec{x}) + \sum_{j=2}^J a_j(\vec{\theta}) Z_j(\vec{x}) - \sum_{i=1}^I \sum_{j=2}^J c_i P_{ij}(\vec{\theta}) Z_j(\vec{x}) \quad (5.13)$$

Le premier terme est l'erreur résiduelle des hauts ordres radiaux. Cette erreur ne peut pas être réduite. Par contre les deux autres termes peuvent s'annuler si la correction est parfaite. Le terme du milieu est en effet la perturbation à corriger et le dernier terme est la correction du système grâce aux commandes  $c_i$  et aux fonctions d'influence.

La base des polynômes de Zernike est orthonormale sur une pupille circulaire. Il nous suffit de calculer la variance de l'erreur résiduelle moyenne sur le champ de vue corrigé en remplaçant  $c_i$  par  $M_{il}s_l$  où  $\mathbf{M}$  est la matrice de passage des mesures aux commandes



et  $s$  est le vecteur de mesures :

$$\begin{aligned} \langle \epsilon^2 \rangle &= \epsilon_0^2 - 2 \sum_{j=2}^J \sum_{i=1}^I P_{ij} \langle a_j c_i \rangle + \sum_{j=2}^J \sum_{i=1}^I \sum_{i'=1}^I P_{ij} P_{i'j} \langle c_i c_{i'} \rangle \\ \langle \epsilon^2 \rangle &= \epsilon_0^2 - 2 \sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^L T_{il} M_{il} + \sum_{i=1}^I \sum_{i'=1}^I \sum_{l=1}^L \sum_{l'=1}^L R_{ii'} M_{il} M_{i'l'} S_{ll'} \end{aligned} \quad (5.14)$$

avec  $S_{ll'} = \langle s_l s_{l'} \rangle$ ,  $R_{ii'} = \sum_{j=2}^J P_{ij} P_{i'j}$  et  $T_{il} = \sum_{j=1}^J P_{ij} \langle a_j s_l \rangle$ . C'est la matrice  $\mathbf{M}$  qui permet d'optimiser les performances du système. Pour déterminer  $\mathbf{M}$  il suffit de différencier l'équation 5.14 par rapport à un élément de  $\mathbf{M}$ . On déduit que  $\mathbf{M} = \overline{\mathbf{R}}^{-1} \overline{\mathbf{T}} \mathbf{S}^{-1}$ . Déterminons les expressions de  $\mathbf{S}$ ,  $\overline{\mathbf{R}}$  et  $\overline{\mathbf{T}}$ .

#### Matrice de covariance des mesures bruitées

La matrice  $\mathbf{S}$ , de coefficients  $S_{ll'}$ , est la matrice de covariance des mesures obtenues par les diverses étoiles guides. Cette matrice est la somme de deux matrices de covariance : la matrice de covariance des données atmosphériques (sans bruit) et la matrice de covariance du bruit de mesure lorsque l'on utilise un analyseur de type Shack-Hartmann.

On considère que l'atmosphère est définie sur la base de polynômes de Zernike. Whiteley *et al.* (1998) ont déterminé les expressions des covariances entre les différents modes de Zernike. Ils montrent que chaque coefficient est proportionnel à un produit de fonctions de Bessel intégrées.

Le bruit de mesure sur un analyseur Shack-Hartmann a été étudié par Rigaut *et al.* (1992). Les auteurs montrent que lorsque le nombre de sous-pupilles d'un analyseur devient suffisamment grand, le coefficient de propagation du bruit de mesure entre deux modes de Zernike  $i$  et  $j$  est déterminé par l'intégrale sur la pupille du produit de la dérivée de ces deux modes. Noll (1976) exprime la dérivée du mode  $j$  de zernike comme la somme de  $j' < j$  modes de Zernike pondérés de coefficients  $\gamma_{jj'}$ . On suppose que la matrice de covariance du bruit de mesure est diagonale (le bruit dans une sous-pupille est indépendant des autres sous-pupilles) et on obtient l'élément de covariance entre deux modes de Zernike  $j$  et  $j'$  par :

$$(\mathcal{D}^t \mathcal{D})_{jj'} = \pi \sum_{k=1}^{\min(j,j')} \gamma_{jk}^x \gamma_{j'k}^x + \gamma_{jk}^y \gamma_{j'k}^y. \quad (5.15)$$

La matrice de covariance contient l'ensemble des modes associés à chaque étoile guide.

#### Matrice reliant deux bases de Zernike définies sur des pupilles de taille différente

La matrice  $\mathbf{R}$  est la somme pondérée sur toutes les directions du produit matriciel d'une matrice de projection  $\mathbf{P}$  et de sa transposée :

$$\overline{R}_{ii'} = \sum_{\vec{\theta}} W_{\theta}(\vec{\theta}) \sum_{j=2}^J P_{ij} P_{i'j} \quad (5.16)$$

La fonction  $W_\theta(\vec{\theta})$  détermine la pondération demandée dans les différents endroits du champ de vue.

#### Matrice cible

La matrice  $\mathbf{T}$  est le produit d'une matrice de projection et de la matrice de covariance des mesures obtenues par les étoiles guides et des mesures de la source. Cette matrice de covariance est obtenue encore une fois par l'expression de Whiteley *et al.* (1998) qui permet de calculer la covariance entre des modes de Zernike le plus généralement possible. L'expression de  $\mathbf{T}$  est alors :

$$\bar{T}_{il} = \sum_{\vec{\theta}} W_\theta(\vec{\theta}) \sum_{j=1}^J P_{ij} \langle a_j s_l \rangle \quad (5.17)$$

L'utilisation des matrices  $\mathbf{T}$  et  $\mathbf{R}$  moyennées sur les différents angles permet de déterminer la variance résiduelle moyennée sur l'ensemble du champ de vue considéré.

La matrice optimisée est définie, je vais maintenant présenter quelques performances obtenues dans le cadre du projet démonstrateur commencé depuis le début de l'année 2000 à l'ESO.

#### 5.4.2 Simulation du démonstrateur RTN

Un projet de système multi-conjugué est en étude au sein de l'ESO, en collaboration avec Office National d'Etudes et de Recherche Aérospatiales (ONERA), l'Observatoire de Padova et l'Observatoire de Firenze en Italie. Cette étude conceptuelle devrait permettre de définir les caractéristiques d'un démonstrateur multi-conjugué qui serait testé sur l'un des télescopes du VLT. Le but final est d'observer dans le visible sur un champ de vue de l'ordre d'une minute d'arc ou plus. Nous avons donc étudié les performances atteignables avec deux miroirs déformables conjugués respectivement au sol et à une altitude moyenne autour de 8 km. Les paramètres sont résumés au tableau 5.2.

**TAB. 5.2:** Paramètres utilisés pour simuler les performances du démonstrateur multi-conjugué étudié actuellement à l'ESO. Le système est simulé dans ce code avec 2 miroirs conjugués respectivement au sol et à 8 km d'altitude. Les performances données plus bas ont été estimées en corrigeant jusqu'au soixante-sixième mode.

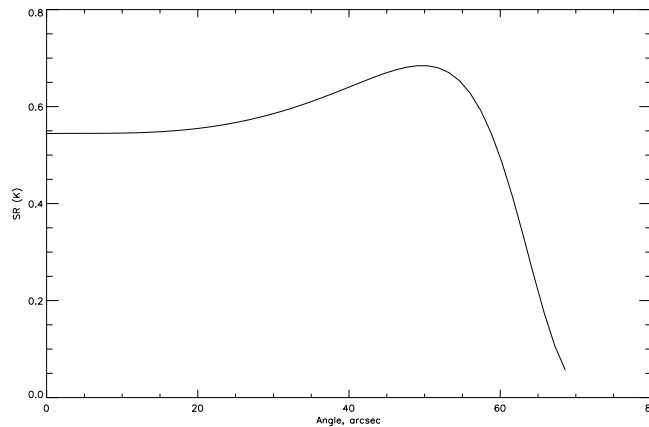
D (m)	$\lambda$ (m)	$\mathcal{L}_0$ (m)	$r_0$ (m)	Nb. de DM	Alt. des DM (m)	$J_{\max}$
8	$0,510^{-6}$	25	0,15	2	0	66
					8000	66

Il est nécessaire d'utiliser les mesures de plusieurs étoiles guide pour pouvoir corriger un certain champ de vue. Le nombre minimum d'étoiles guides dépend du nombre de miroirs déformables utilisés car il faut au moins autant d'étoiles guide que de miroirs.

*Position des étoiles guides et performances*

La seule limite supérieure au nombre d'étoiles guides est leur existence, lorsque l'on parle d'étoiles naturelles. Il est en effet difficile de trouver des configurations avec plus de trois étoiles de référence suffisamment brillantes placées autour d'un objet scientifique dans un cercle de moins d'une minute d'arc. La distance entre les étoiles guides est en effet essentielle pour une bonne correction. Ainsi, si l'on désire corriger un champ de vue de rayon d'une minute d'arc et que l'on a 3 étoiles guides situées chacune à une minute d'arc du centre du champ, on obtient un rapport de Strehl de 0,5 en bande K sur l'ensemble du champ. Si les objets sont à des distances de 1,5 minute d'arc, le rapport de Strehl descend à 0,13 sur l'ensemble du champ en bande K.

La figure 5.8 montre la variation du rapport de Strehl en fonction de la distance radiale des ER du centre du champ de vue lorsque les étoiles de références sont situées à 60" du centre.



**FIG. 5.8:** Nous avons étudié la variation du rapport de Strehl selon la distance au centre du champ de vue. Un champ corrigé d'une minute d'arc de rayon est demandé. Les étoiles de référence sont placées à une distance radiale de 60" du centre du champ. Un rapport de Strehl d'environ 0,5 est obtenu sur l'ensemble du champ de 60" de rayon.

## 5.5 Futur proche

Les systèmes multi-conjugués sont proposés sur beaucoup de télescopes de classe 8 – 10 m. Leur installation a deux buts, le premier est de corriger un « grand » champ de vue autour de l'objet scientifique (on espère atteindre quelques minutes d'arc en bande K) et de permettre ainsi l'accès de la correction optique adaptative aux objets étendus et/ou faibles. Il faut aussi démontrer la faisabilité des systèmes multi-conjugués en perspective de la construction des télescopes extrêmement grands. L'Observatoire Gemini veut atteindre le premier but en construisant un système d'OA multi-conjugué pour le télescope de Cerro Pachon (Rigaut *et al.*, 2000). Le second but est plutôt visé par l'ESO. La princi-

pale différence est alors la finition de l'instrument : Les instituts regroupés dans le projet Gemini construisent un instrument pour la communauté alors qu'un démonstrateur est en étude pour tester l'aspect multi-conjugué sur un des télescopes du VLT.

### **5.5.1 Préliminaires**

Afin de commencer le projet de démonstrateur, nous avons présenté l'esquisse d'un système multi-conjugué lors de la conférence SPIE de Munich cette année 2000. Cette étude était préliminaire mais un premier schéma optique est présenté dans cet article. Les performances en rapport de Strehl et en quantité d'énergie encerclée sont estimées à partir de formules analytiques. Quelques idées instrumentales sont également indiquées en s'appuyant sur les performances atteignables.

# Concept and Performance of multiple laser guide stars for 8 m class telescopes

Elise Viard, Norbert Hubin, Miska Le Louarn,

Bernard Delabre, Guy Monnet and Andrei Tokovinin

ESO, Karl Schwarzschild Str. 2, D-85748 Garching, Germany

## ABSTRACT

In this paper, we describe a concept of multiple laser guide stars system based on tomographic reconstruction and multi-conjugate correction for 8-m class telescopes. We show that this type of adaptive optics (AO) systems can be considered as the next generation of AO systems for 8-m telescopes and represents a necessary intermediate step toward AO systems for Extremely Large Telescopes.

Multiple guide stars allow to correct the cone effect which affects single LGS systems and prevents from going to wavelengths shorter than  $\sim 1 \mu\text{m}$ . With 4 LGS plus 1 NGS, it is expected that correction with a high Strehl can be obtained at least in the R and I bands, with an extended corrected field of view (FOV). An analytic AO model is used to assess the expected on-axis performance. Using recent results on 3D mapping of turbulence (i.e. tomography), we estimate the sky coverage of such a system.

We also discuss the implications of a large corrected field of view on the system design: large wavefront sensor field, constrains on the optics and deformable mirrors, and size of the science detector. With an MCAO system, large telescopes would be able to observe faint extragalactic objects and wide crowded fields (2 arcmin) at the diffraction limit.

**Keywords:** Multiple Laser Guide Star, Adaptive Optics, focus anisoplanatism

## 1. INTRODUCTION

Currently, Adaptive Optics (AO) systems are being installed on almost all 8 meter class telescopes. The Deformable Mirror (DM) corrects the turbulence measured by the reference star. But due to a lack of bright stars near the science object, the sky coverage of such systems is small even at the near infrared wavelengths. The straight-forward idea is to use artificial objects as reference stars. In 1985, Foy and Labeyrie<sup>1</sup> suggested to use synthetic beacons as Guide Star (GS) reference.

An other limitation of current AO systems is the small scientific corrected Field Of View (FOV) (few arcseconds in the visible), which prevents high resolution observations of crowded fields without anisoplanatism effects. Foy and Labeyrie<sup>1</sup> pointed out the idea of using several laser guide stars (LGS) to correct for the focus anisoplanatism effect and to increase the FOV. Even if Dicke<sup>2</sup> was the first to describe a Multi Conjugate Adaptive Optics (MCAO) system, Beckers,<sup>3</sup> in 1988, introduced the term of Multi Conjugate Adaptive Optics and proposed to conjugate each DM to a plane at a specified distance from the telescope pupil. Tallon and Foy<sup>4</sup> suggested to consider phase screens as a mosaic of coherence areas. All the area are sensed by at least one artificial guide star. The problem is then considered as a linear system: the unknowns are the phase perturbations associated with each coherence areas and the Shack-Hartmann wave-front Sensor (SHS) measurements are the known parameters.

---

Further author information: (Send correspondence to EV)

EV: E-mail: eviard@eso.org

NH: E-mail: nhubin@eso.org

MLL: E-mail: lelouarn@eso.org

BD: E-mail: bdelabre@eso.org

GM: E-mail: gmonnet@eso.org

AT: E-mail: atokovin@eso.org

Several studies<sup>3-12</sup> on MCAO have been made during the last 10 years. The aim is to correct the atmospheric perturbation in a given volume larger than the isoplanatic patch using several guide stars and several mirrors conjugated to different altitudes. An MCAO system is already planned to be installed in Chile at Cerron Pachon on Gemini-south by the end of 2003\*. We consider here a low-cost MCAO system which will be a technical demonstrator of MCAO performance on the Very Large Telescope. In a second phase, it could be upgraded to become a scientific instrument. Up to now, the choice between natural or artificial GS is still open. It will be a trade-off between the achievable sky-coverage for a given SR in a certain wavelength range and the instrument cost and complexity.

The aim of this paper is to describe the MCAO system concept we are currently studying and its expected performance. In paragraph 2 we describe the limits of current AO systems and the advantages of MCAO. We then present our low-cost MCAO concept. The expected performance is discussed and compared with the Nasmyth Adaptive Optics System (NAOS) performance with NGS and LGS (sections 2 and 3). Then, a schedule of the construction is given (section 4) and a design is described (section 5). In section 6, we give a schematic of the scientific instrumentation planned behind the MCAO system and describe scientific goals of the project.

## 2. MULTI CONJUGATE ADAPTIVE OPTICS APPROACH

### 2.1. Limits of current AO systems

Current AO systems are optimized for the near infrared (IR) wavelengths. With a natural guide star, high angular resolution is achieved, but only in a small FOV ( $\sim 30$  arcsec in K band) and the sky coverage is low. Using single synthetic beacon does not improve the on-axis performance because of the focus anisoplanatism and tip-tilt indetermination but increases sky coverage for H and K bands. The FOV is still small.

For the next generation AO systems, the aim is to go to shorter wavelengths and/or to increase the corrected FOV. It is not possible to use single LGS at shorter wavelengths because of the cone effect. Single NGS could be used but visible optimized systems need smaller sub-apertures and then the limiting NGS magnitude decreases, reducing the sky coverage, already small in J band. Moreover single NGS would correct only for a small FOV (2" radius). MCAO allows to increase the corrected FOV and/or to go to shorter wavelengths.

It has been shown<sup>9</sup> that with multiple LGS, the cone effect is almost solved: 90% Strehl ratio is reached in the visible considering only the focus anisoplanatism error. What is the MCAO performance in term of sky coverage, using either NGS or LGS? Can we build a low-cost MCAO system? Do we need LGS and what are the requirements on the laser power? Without using MCAO, the point spread function (PSF) of the science object is unstable within the science FOV, even with multiple guide stars. Therefore extended objects as globular clusters, extragalactic or planetary bodies or disks cannot be well corrected.

### 2.2. MCAO concept

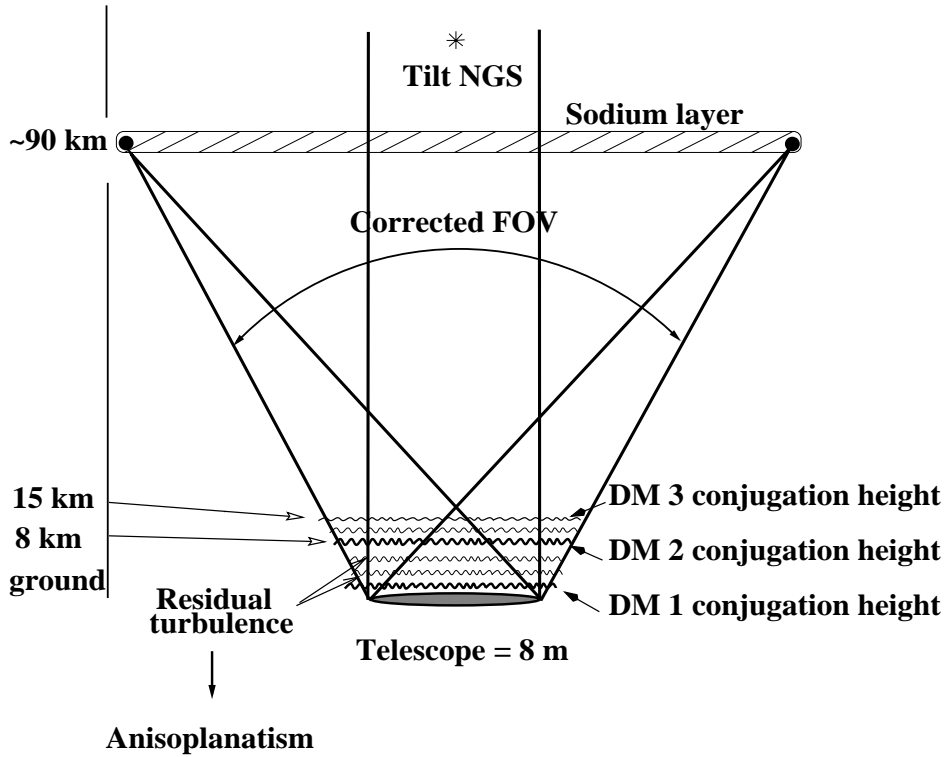
With MCAO systems, several GS are sensed by several Wave-Front Sensors (WFS). If the GS are laser beacons then a NGS is needed to sense low order modes. Tip-tilt, defocus and astigmatism modes must be determined with a NGS. It induces constraints on the NGS magnitude as the GS must be bright enough to give precise slope measurements on a  $\sim 3 \times 3$  element SHS. Several mirrors conjugated to different atmospheric layers allow to correct for the whole atmospheric perturbation in a certain volume. A schematic view of MCAO concept is presented in figure 1. The corrected volume is defined by the reference guide star positions.

The study of such systems is crucial for the future extremely large telescopes like the OWL project. Recent studies<sup>7,13,9</sup> show that a small number of DM is required to obtain a good correction. For 4 meter and 8 meter class telescopes, 2-3 are already sufficient.

Atmospheric turbulence is spread in many layers. By considering a limited number of DM (here 3), a residual anisoplanatism effect is still limiting the corrected FOV. Tokovinin et al.<sup>13</sup>

---

\*<http://www.gemini.edu/sciops/instruments/adaptiveOptics/AOprogramtop.html>



**Figure 1.** Schematic view of the multi-conjugate adaptive concept.

have determined a generalized formula of the residual isoplanatic angle  $\theta_M$  with  $M$  mirrors. We summarize in table 1 the values obtained with 3 mirrors at  $0.8 \mu\text{m}$ ,  $1.25 \mu\text{m}$  and  $2.2 \mu\text{m}$ .  $\theta_0$  values derived from Fried<sup>14</sup> are also given.

**Table 1.** Isoplanatism patch obtained with 3 deformable mirrors. Computed from the generalized formula given in Tokovinin et al.<sup>13</sup>

Wavelength ( $\mu\text{m}$ )	0.8	1.25	2.2
$\theta_3$ (arcsec)	27	47	94
$\theta_0$ (arcsec)	3.4	6	12

The isoplanatic angle must not be confused with the geometrical limitation of multiple GS system. If WF interpolation is not used, the GS must sense all the turbulence in the volume to be corrected. Therefore, the projection of the telescope pupil on the highest turbulence layer, as seen from the GS, must not contain any holes. We call the unvignetted FOV the largest FOV in which all the turbulence is sensed with a given GS configuration. It depends on the

**Table 2.** The unvignetted FOV is compared to the anisoplanatism limitations with multi conjugate AO.

Angle (arcsec)	AO system	$\lambda$ ( $\mu\text{m}$ )	Zenith	$45^\circ$ from Zenith
$2 \theta_3$	MCAO	0.5	54	31
		1.25	94	54
		2.2	188	108
Unvignetted FOV	MCAO + 3 NGS		17	12
	MCAO + 5LGS		64	35

telescope size, on the highest layer altitude ( $\sim 15$  km) and on the number of GS. Tallon and Foy<sup>4</sup> give the optimized configurations for 3 and 4 GS. The unvignetted FOV diameter with 3 NGS is  $17''$  at zenith and  $12''$  at  $45^\circ$  from zenith. With 4 LGS, the unvignetted FOV is  $20''$  at the zenith and  $7''$  at  $45^\circ$  from zenith. With 5 LGS, the best unvignetted FOV is obtained if they are positionned at pentagon vertices. The unvignetted FOV is then  $64''$  at the zenith and  $35''$  at  $45^\circ$  from the zenith. While using MCAO and 5 LGS, the unvignetted FOV is not an issue in the visible but it limits the scientific FOV in J and K band. With MCAO and 3 NGS, the unvignetted FOV is a major limitation of the system. The unvignetted FOV is rather small, but we may increase the scientific FOV by accepting a vignetted pupil plane. In this case, the efficiency of the WF interpolation must be studied.

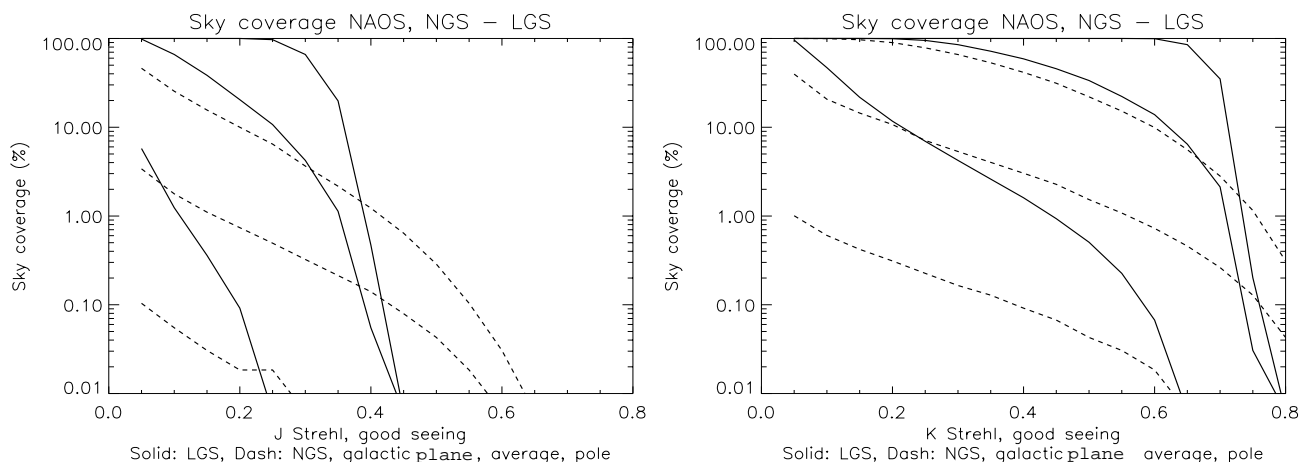
In order to determine science reachable with MCAO, we investigate the following MCAO configurations:

- 3 NGS
- 5 LGS and 1 NGS to correct the lower orders up to the astigmatism

### 2.3. Sky coverage

The sky coverage is a global way to estimate AO performance. It allows to know the percentage of objects observable in a certain direction. To compute it, we used the synthetic model of the Galaxy distribution, so-called “Besançon model” described in Robin and Cr ez e<sup>15</sup> in 1986. The density of observable stars is provided at each galactic latitude and longitude in a wavelength band. The statistical sky coverage is computed here at the galactic plane, at the galactic pole and in an average position. The probability to find a NGS is given using Poisson statistics. It takes into account the GS magnitude and the residual anisoplanatic effect. Considering that usual AO systems need only one NGS whereas MCAO systems need multiple NGS, one could think that the sky coverage is better with single NGS AO systems. But the advantage of MCAO is the larger corrected FOV which allows to use more distant GS. First, we are going to recall the NAOS expected performance.

#### 2.3.1. NAOS



**Figure 2.** Sky coverage obtained at  $1.25 \mu\text{m}$  and  $2.2 \mu\text{m}$  with a 8 meter telescope and the Nasmyth Adaptive Optics System characteristics. Dashed lines show the performance obtained using NGS while solid lines represent sky coverage reached with LGS and a tilt NGS.

NAOS is the first generation of VLT AO systems. It will be installed at Paranal at the beginning of 2001. The system is composed of a Shack-Hartmann WFS. It will be first used with NGS, but LGS will be implemented later. Sky coverage reached with NAOS has already been published by Le Louarn et al.<sup>16</sup> and Rousset et al.<sup>17</sup> and is presented here in the figure 2. The

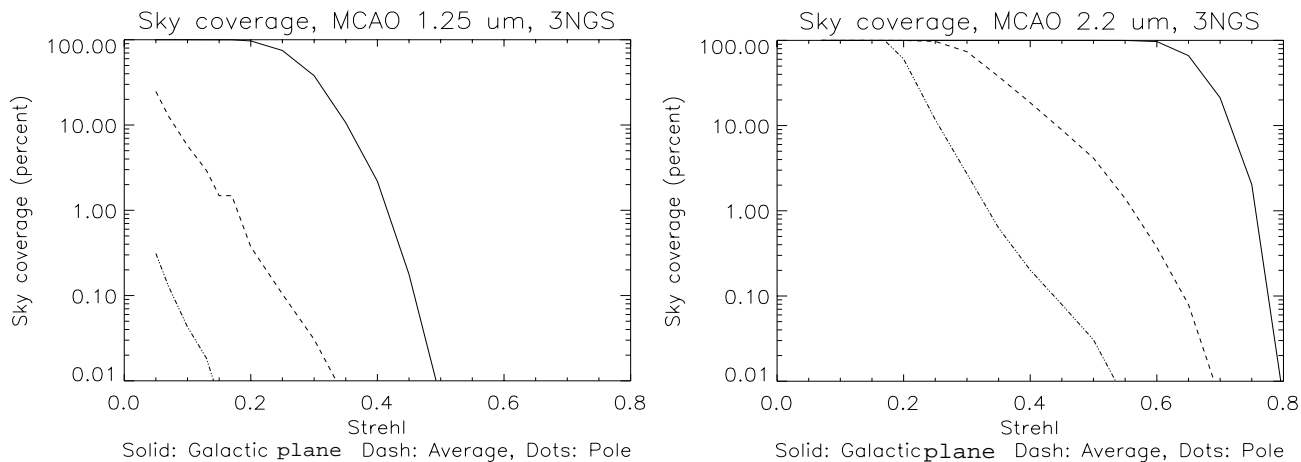


GS magnitude limitation of the system has been determined using analytical computation.<sup>18</sup> Photon and WFS noises are introduced by analytical formulae (see Rousset<sup>19</sup>). Anisoplanatism error  $\theta_0$  (cf table 1) due to the off-axis GS position is also taken into account using formulae derived by Chassat.<sup>20</sup>

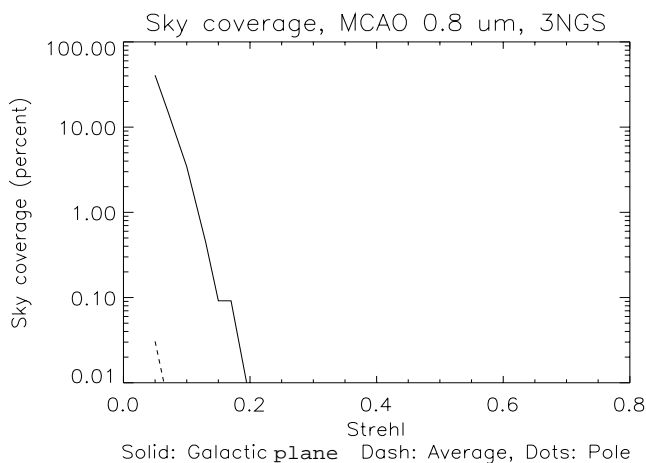
NAOS performance is presented in the J and K bands (figure 2). We consider  $SR = 0.2$  as the diffraction limit is already achieved with such Strehl ratio. At average galactic position, the sky coverage reached in J is less than 1% with one natural reference star and 18% with 1 LGS (for  $SR = 0.2$ ). At  $2.2 \mu\text{m}$ , 10% sky coverage is obtained with natural GS and almost 100% with 1 LGS. With NAOS, a good sky coverage is obtained in the near-IR. To extend AO to shorter wavelengths and/or wider FOV than  $\theta_0$ , we now investigate two possible MCAO approaches.

### 2.3.2. An MCAO system and 3 NGS

A Shack-Hartmann WFS optimized for a 0.3 SR at  $0.8 \mu\text{m}$  is used. This assumption is made to limit the wavefront sensors and deformable mirror costs. The residual anisoplanatism effects are given through  $\theta_3$  (cf table 1).



**Figure 3.** Sky coverage obtained at  $1.25 \mu\text{m}$  and  $2.2 \mu\text{m}$  with a 8 meter telescope and the MCAO plus 3 NGS system.



**Figure 4.** Sky coverage obtained at  $0.8 \mu\text{m}$  with a 8 meter telescope and the MCAO system plus 3 NGS.

We compute the sky coverage obtained with 3 NGS which is the smallest number of GS

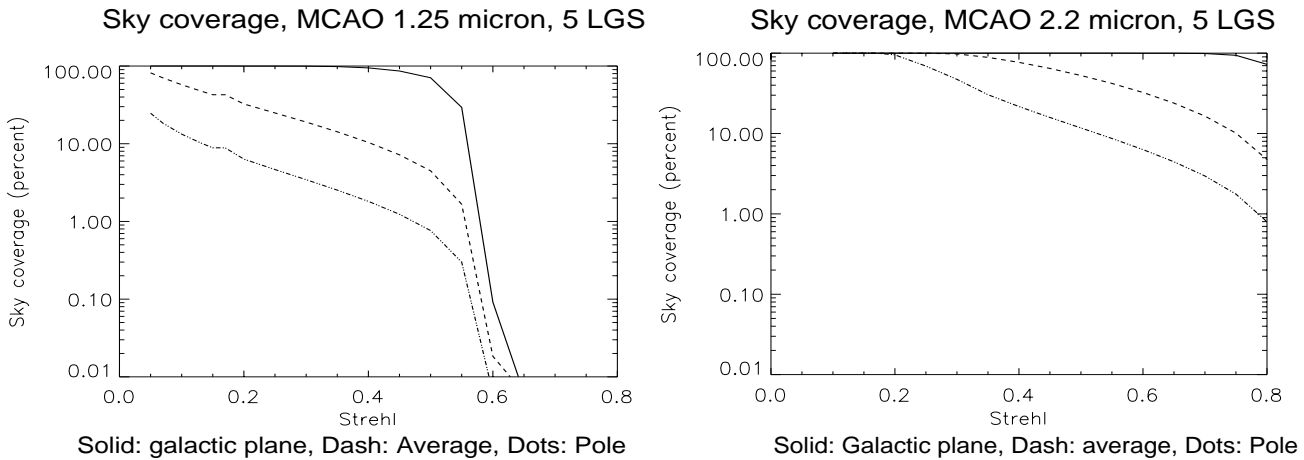
possible with 3 deformable mirrors. The idea is to limit the number of NGS to improve the sky coverage.

The major advantage of MCAO system is the increasing corrected FOV. It allows to have GS up to 30 arcsec at  $0.8 \mu\text{m}$  and up to 94 arcsec at  $2.2 \mu\text{m}$ . The results are plotted in figures 3 and 4. As in the NAOS case, we look at the sky coverage reached for  $\text{SR} = 0.2$  at the concerned wavelength.

- At  $0.8 \mu\text{m}$  (figure 4), only a few objects near the galactic plane can be observed (For  $\text{SR} = 0.1$  the sky coverage is  $\sim 2\%$ ).
- In J band, the MCAO sky coverage with low SR is larger than NAOS with 1 NGS but it remains small ( $\text{SC} < 1\%$ ).
- In K' band with 0.2 SR, all the sky is observable with MCAO and 3 NGS. It is 10 times better than NAOS.

To improve the sky coverage at shorter wavelengths, LGSs have to be considered.

### 2.3.3. A MCAO system and 5 LGS



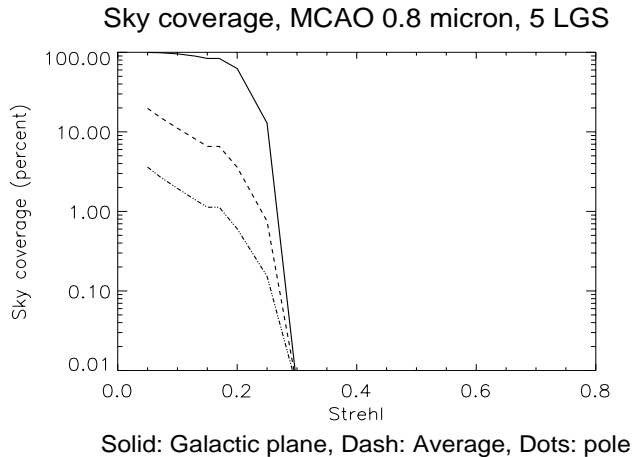
**Figure 5.** Sky coverage obtained at  $1.25 \mu\text{m}$  and  $2.2 \mu\text{m}$  with a 8 meter telescope, the MCAO system and 5 LGS located on a circle of radius  $\theta_3$ .

Using LGS as reference GS should solve the sky coverage problem. In reality, a NGS is still needed to correct for the lower modes. Indeed, LGS suffers from the tip-tilt non-knowledge. In MCAO systems, it implies a determination of modes up to the astigmatism<sup>21</sup> and puts constraints on the low-order NGS magnitude. The low-order SHS errors are taken into account in our calculations. The anisoplanatism error is assumed to be  $(\theta/\theta_3)^{5/3}$ . In order to stay in the idea of a low-cost system, we consider an equivalent 11 magnitude LGS, reachable with 5 W current commercially developed continuous lasers. The sky coverage is then computed using 5 LGS to measure the high order aberrations and an NGS for the lower orders.

Sky coverage reached is plotted in figure 5 and in figure 6. First, it must be pointed out that with MCAO plus 5 LGS, the sky coverages reached are always better than NAOS ones from  $0.8$  to  $2.2 \mu\text{m}$  and for all the galactic latitudes.

With 5 LGS placed at the edge of the FOV, we obtain:

- 35 % sky coverage in J band.
- 100 % sky coverage in K band.
- At  $0.8 \mu\text{m}$ , 4 % of sky object in average galactic position can be observed with  $\text{SR}=0.2$  and the sky coverage increases up to 12 % for  $\text{SR} = 0.1$  at average galactic position.



**Figure 6.** Sky coverage obtained at  $0.8 \mu\text{m}$  with a 8 meter telescope and the MCAO system plus 5 LGS searched in circle of radius  $\theta_3$ . Dashed lines show the sky coverage obtained in an average galactic direction.

**Table 3.** Sky coverage obtained in an average galactic position for 0.2 Strehl ratio performance. Values are given for NAOS and MCAO system with NGS or LGS, in J and K bands. The scientific FOV available at the zenith is also reminded.

AO system	$0.8 \mu\text{m}$		$1.25 \mu\text{m}$		$2.2 \mu\text{m}$		
	Sky cov.%	FOV (")	Sky cov.%	FOV (")	Sky cov.%	FOV (")	
NAOS	1 NGS	-	7	<1	12	10	24
	1 LGS + 1 NGS <sub>tilt</sub>	-		18		100	
MCAO	3 NGS	<0.01	17	0.4	17	100	17
	5 LGS + 1 NGS <sub>lo</sub>	3.8	64	35	64	100	64

We summarize sky coverages obtained either with NAOS or MCAO in the table 3. The aim was to determine the system needed to have a wider corrected FOV and/or a larger sky coverage. Now, we can say that:

- the FOV is dramatically increased with MCAO either with 3 NGS or 5 LGS comparing to NAOS case. It is the major improvement of MCAO system. By using 3 DM, the FOV angle is multiplied by a factor 8 reaching 3 arcmin FOV in K'. Nevertheless, the geometrical FOV of an 8 meter telescope limits the maximal unvignetted FOV to  $19''$  at the zenith with NGS and to  $35''$  at  $45^\circ$  from zenith with LGS.
- the sky coverage reached with MCAO + 5 LGS is better than with NAOS in the R, J and K bands (factor 3 in term of sky coverage in J band with SR=0.2 at average galactic position).
- the sky coverage reached with MCAO + 3 NGS is better than with NAOS in R, J and K' bands for low SR (factor 8 in term of sky coverage in J band with SR=0.2 in the galactic plane).

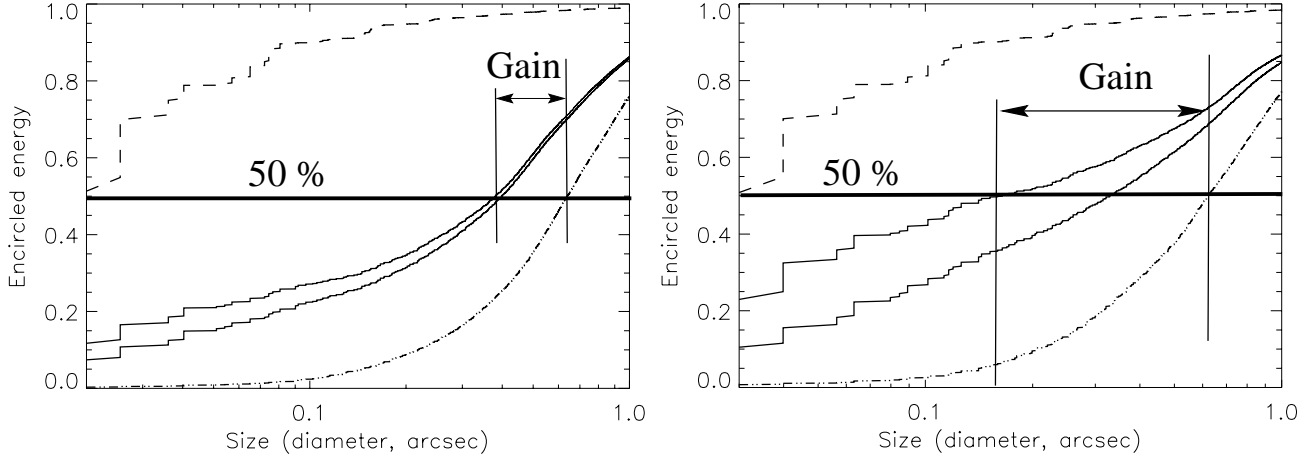
To summarize, with MCAO plus 5 LGS either the FOV or sky coverage are increased and with MCAO plus 3 NGS only the FOV is larger but the sky coverage is still reasonable.

### 3. ENCIRCLED ENERGY OBTAINED IN THE DIFFERENT WAVEBANDS

The Strehl ratio is only the ratio of the real image peak intensity to the equivalent limited diffraction peak intensity. Another AO image parameter can be considered in particular for

spectroscopy: the encircled energy. It allows to know the number of photons in a certain circle of diameter  $d$ . Using the Point Spread Function (PSF), the encircled energy is computed by integrating the PSF energy from its center up to the diameter  $d$  and normalising by the total PSF energy.

We used the software developed by F. Rigaut (private communication) to compute the encircled energy of a classical AO PSF in R, J and K bands, for different strehl ratio. The idea is to quantify the gain achieved with a classical AO PSF for a given Strehl ratio at a given wavelength. With classical AO systems on 8 meter telescopes, a SR = 0.1 in R band allows



**Figure 7.** Encircled energy deduced from a classical AO PSF obtained with a 8 meter telescope at  $0.8 \mu\text{m}$  (left) and at  $1.25 \mu\text{m}$  (right). The dotted line represents uncorrected PSF, the dashed line is the diffraction limited PSF. At  $0.8 \mu\text{m}$ , the two solid lines are respectively of PSF with SR = 0.1 for the lower curve and a PSF with SR = 0.2 for the higher curve. At  $1.25 \mu\text{m}$ , the two solid lines are, respectively, a PSF with SR = 20% for the lower curve and a PSF with SR = 0.4 for the higher curve.

to increase the spatial resolution of faint objects. When observing them, the usual limit is to integrate at least 50% of the photons coming from the star. Therefore, a good technique to determine the gain in terms of magnitude limitation is to consider the slit size needed for 50% of the energy. With 8 meter telescope, the AO PSF allows to reduce the slit size and then to increase the spatial resolution by a factor 1.5 in R band. At  $1.25 \mu\text{m}$  with SR = 0.4, 50% of the encircled energy is within 0.15 arcsec slit. It represents a gain of a factor 3 in energy concentration relatively to the seeing limited PSF.

With bright objects, enough photons are available. The quantity of photons inside a diameter of 0.1 arcsec is multiplied by 10 in R band.

To define possible instrumentation with MCAO, we have assumed that in first approximation the MCAO PSF is identical to “normal” AO PSF. A slit between 0.1 and 0.2” in the spectroscopic mode is foreseen.

#### 4. PLANNING

The aim is to demonstrate the technical feasibility at low cost of MCAO within the next 3 years for the OWL telescope (ESO 100m telescope concept see<sup>22-26</sup>). New technologies as the micro mirrors (MEMs) are studied in order to reduce the system size and therefore reduce also the costs. A tentative schedule of the system validation is:

- Mid 2001, 1<sup>st</sup> micro mirror prototype available with 1000 actuators and an optical bench with design adaptable to F/15 of the VLT .
- Mid 2002, laboratory test with a wide IR field camera 2K×2K

- End of 2002, first engineering tests with NGS on pre-determined targets and an IR wide field camera on the sky at the VLT.
- from 2003 an R&D for AO-Owl
- 2004, system validated with LGS in imaging mode.
- Mid 2005, MCAO system operational in imaging mode.
- Mid 2006, multi-slit spectroscopy mode available for the VLT.

## 5. DESIGN

Using the FOV limitation and the optimized DM conjugated altitudes deduced from the Paranal atmospheric profiles, we compute the best parameters for an MCAO system.

We design our MCAO system (figure 8) considering the best altitude optimization for Paranal and the deformable mirror size. The system will be at the Nasmyth focus F/15 of the VLT. The MCAO system is designed with 3 DM conjugated respectively to the ground, 8 and 15 km. The required number of actuators is therefore, respectively, 1600, 2500 and 4000 actuators. With 1mm spacing, it implies quite small deformable mirror diameter ( $\leq 63$  mm). A carefully evaluation of the high turbulence layer strength may lead to reduce the number of actuators at 15 km to better fit the local  $r_0$  and therefore to better balance the global error budget keeping the number of DM actuators reasonable.

The system is designed to be placed at the F/15 Nasmyth focus of the VLT. A derotator placed before the MCAO system allows to keep the system on an optical table. The light coming from the F/15 focus passes through a collimator to reimage the atmospheric layers on the 3 DM conjugated to 15 km, 8 km and the ground. Then the IR part of the light is directed to the science camera using a dichroic. The main advantage of the system is its size: with the camera lens, the system is contained in a 1 meter box. It works from the visible ( $0.45 \mu\text{m}$ ) to the near-IR wavelength (K band). The system can be used to  $45^\circ$  from the zenith, by only moving the mirrors 1 and 2 and the collimator. The laser implementation is not a problem as tip-tilt compensator systems can be added at the F/15 focus, just before the MCAO system. The system is optically diffraction limited from the visible up to the H band. It is designed for FOV up to 2 arcmin and can be used with more than 5 LGS.

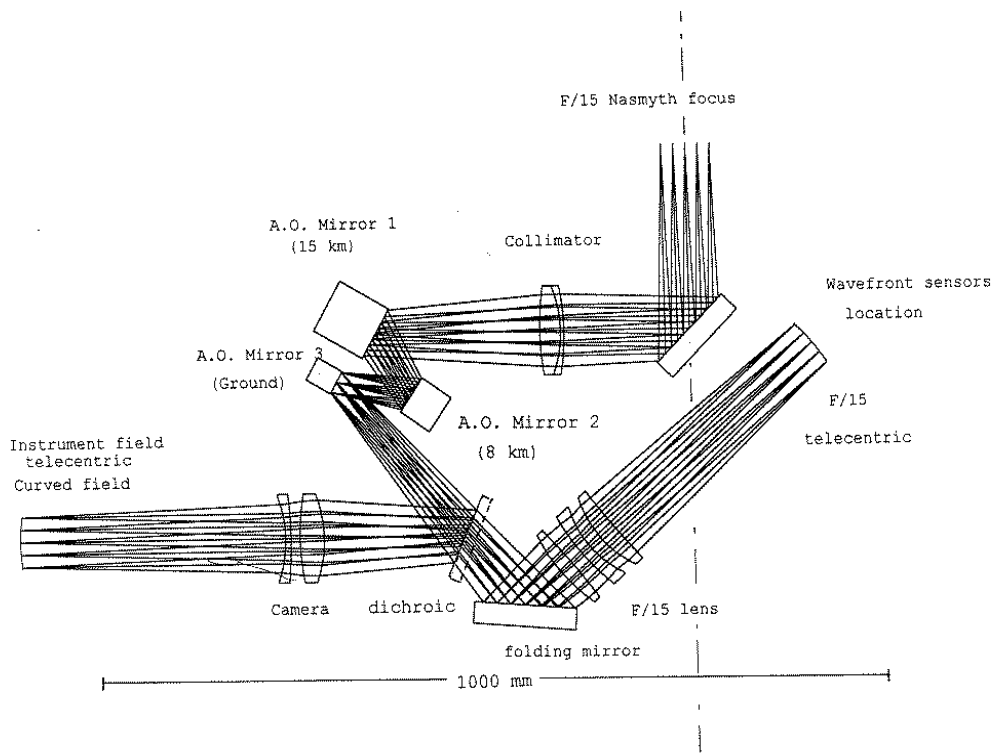
**Table 4.** Parameters associated to the MCAO system design. The conjugated altitudes  $H_i$ , the projected telescope pupil diameters  $D_i$ , the number of actuators and the deformable mirror diameters  $DM_i$  are indicated in this table. The projected telescope pupil diameter at a given altitude is the telescope diameter projection at this altitude for a given FOV ( $D_i=8$  m at the ground).

FOV (arcmin)	$H_i$ (km)	$D_i$ (m)	Act. nb for $DM_i$	pupil $_i$ diameter (mm)
2	ground	8	1600	40
	8	12.7	2500	50
	15	16.7	4000	63

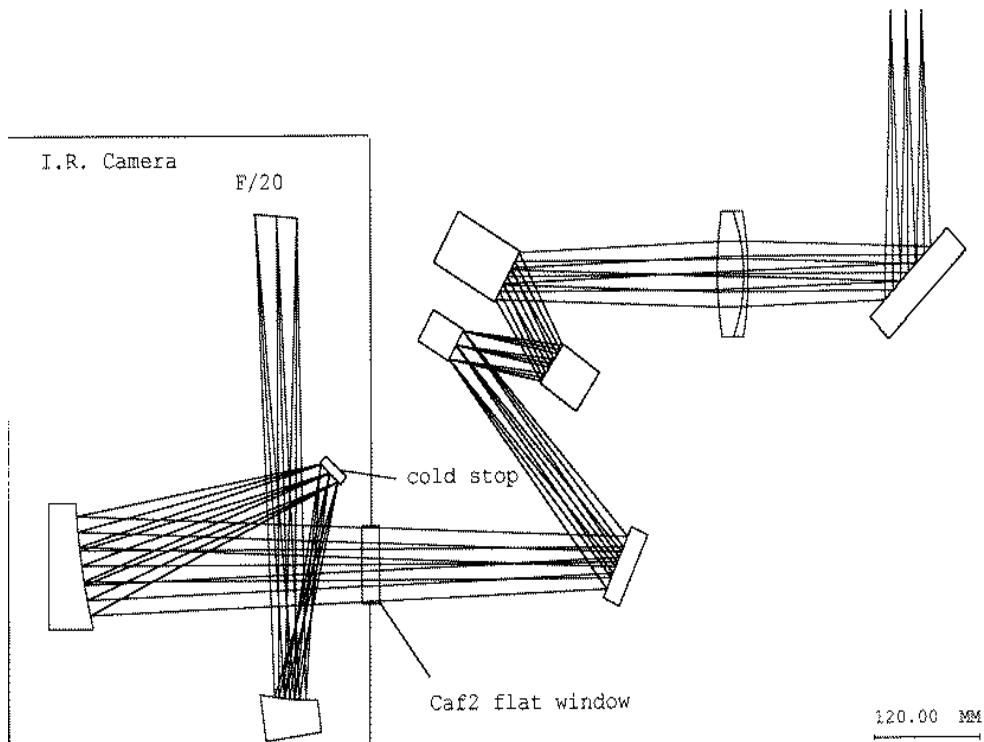
## 6. MCAO-COUPLED INSTRUMENTATION

We envision three different classes of instrumentation on present 8-10 m. class telescopes, in order to take advantage of the combination of image quality/energy concentration and wide-field capabilities offered by MCAO techniques.

The first is quite obvious and is direct imaging at the diffraction limit from say  $0.8$  to  $2.1 \mu\text{m}$ . With "classical" A.O., the useful imaging field, when sampling correctly (2 pixels) the Airy disk, is limited by anisoplanatism to approximately  $2k \times 2k$  detector pixels, quite independently of the wavelength range used. MCAO offers the opportunity to fill much larger mosaics, reaching 4-8



**Figure 8.** MCAO design. The system will be at the Nasmyth focus of the VLT. It is 1 meter wide with the science camera.



**Figure 9.** MCAO design including the IR science camera. The FOV is smaller in this design.

arcmin. diameter fields. There are numerous potential astrophysical applications, e.g. large- $z$  SN detections and deep multi-band photometric surveys to quote a few.

The second class, already pursued by GEMINI (F. Rigaut, private communication), is a multi-slit spectroscopic survey capability a la NGST, also typically in the 0.8 to 2.1  $\mu\text{m}$  range and for 2 arcmin. diameter fields. Here, the important advantage is energy concentration in an  $0''.1-0''.2$  slit in an already rather large field. The prime astrophysical motivation is for unbiased surveys to derive galactic evolution in the critical  $z = 1$  to 2.5 range. Note, however, that at variance with NGST, the ubiquitous OH airglow lines seen from the ground push towards relatively high spectral resolutions of a few 1000s to get enough OH-unpolluted spectral pixels real estate to detect faint spectral features from the galaxies. While raising stern demands on detector read-out noise and dark current, such a comparatively high spectral resolution would be invaluable to unravel the physical status of distant, presumably low-mass, first-generation galaxies.

Another approach could be a single fixed integral field unit; MCAO advantage would then be limited to its superior sky coverage, allowing detailed physical study of even rare classes of objects.

## 7. CONCLUSIONS

MCAO is just beginning to be developed but its scientific impact is already evaluated. We have designed a low cost system working either with NGS or LGS for the zenith distance up to  $45^\circ$ . Current laser technology allows to achieve four 11 magnitude GS with a 15 W continuous laser. The system will be a demonstrator of the MCAO capabilities. With a design allowing up to 2 arcmin FOV, the system will give a way to achieve the diffraction limit with large FOV in the visible. The goal is to have the first engineering tests by end-2002 and to upgrade the demonstrator to a science dedicated instrument by mid-2005.

## ACKNOWLEDGMENTS

We wish to thank Roberto Ragazzoni for his constructive comments on this work.

This work has been done in the frame of the European Training Mobility of Researchers Network "Laser guide Stars for 8 meter telescopes" of the European Union, contract #ERBFM-RXCT960094.

## REFERENCES

1. R. Foy and A. Labeyrie, "Feasibility of adaptive optics telescope with laser probe," *Astron. Astrophys.* **152**, pp. L29–L31, 1985.
2. R. H. Dicke, "Phase-contrast detection of telescope seeing errors and their correction," *Astrophys. J.* **198**, pp. 605–615, 1975.
3. J. M. Beckers, "Increasing the size of the isoplanatic patch with multiconjugate adaptive optics," in *ESO conference on Very Large Telescopes and their instrumentation*, vol. 2, pp. 693–703, 1988.
4. M. Tallon and R. Foy, "Adaptive telescope with laser probe - isoplanatism and cone effect," *Astron. Astrophys.* **235**, pp. 549–557, August 1990.
5. B. L. Ellerbroek, "First-order performance evaluation of adaptive-optics systems for atmospheric-turbulence compensation in extended-field-of-view astronomical telescopes," *J. Opt. Soc. Am. A* **11**, pp. 783–805, 1994.
6. D. C. Johnston and B. M. Welsh, "Analysis of multiconjugate adaptive optics," *J. Opt. Soc. Am. A* **11**(1), pp. 394–408, 1994.
7. T. Fusco, J. M. Conan, V. Michau, L. M. Mugnier, and G. Rousset, "Efficient phase estimation for large-field-of-view adaptive optics," *Optics Letters* **24**, pp. 1472–1474, 1999.
8. R. Ragazzoni, E. Marchetti, and G. Valente, "Adaptive-optics correction available for the whole sky," *Nature* **403**, pp. 54–56, 2000.
9. M. Le Louarn, N. Hubin, M. Sarazin, and A. Tokovinin, "New challenges for adaptive optics: extremely large telescopes," *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **317**(3), pp. 535–544, 2000.

10. T. Fusco, J. M. Conan, V. Michau, L. M. Mugnier, and G. Rousset, "Isoplanatic angle and optimal guide star separation for multiconjugate adaptive optics," in *Adaptive Optical Systems Technology*, P. L. Wizinowich, ed., vol. 4007, pp. 1044–1055, SPIE Proceedings, 2000.
11. B. L. Ellerbroek and F. Rigaut, "Optics adapt to the whole sky," *Nature* **403**, pp. 25–26, 2000.
12. R. Flicker, B. L. Ellerbroek, and F. J. Rigaut, "Comparison of multiconjugate adaptive optics configurations and control algorithms for the gemini-south 8m telescope," in *Adaptive Optical Systems Technology*, P. L. Wizinowich, ed., vol. 4007, pp. 1032–1043, SPIE Proceedings, 2000.
13. A. Tokovinin, M. Le Louarn, and M. Sarazin, "Isoplanatism in multi-conjugate adaptive optics system," *J. Opt. Soc. Am. A* **17**(10), pp. 1819–1827, 2000.
14. D. L. Fried, "Anisoplanatism in adaptive optics," *J. Opt. Soc. Am.* **72**(1), pp. 52–61, 1982.
15. A. Robin and Cr ez e, "Stellar population in the milky way: a synthetic model," *Astron. Astrophys.* **157**, pp. 71–90, 1986.
16. M. Le Louarn, N. Hubin, R. Foy, and M. Tallon, "Sky coverage and psf shape with lgs ao on 8 m telescopes," in *Adaptive optical system technologies*, D. Bonaccini and R. K. Tyson, eds., vol. 3353, pp. 364–370, SPIE Proceedings, 1998.
17. G. Rousset, F. Lacombe, P. Puget, N. N. Hubin, E. Gendron, J. M. Conan, P. Y. Kern, P. Y. Madec, D. Rabaud, D. Mouillet, A. M. Lagrange, and F. J. Rigaut, "Design of the nasmyth adaptive optics system (naos) of the vlt," in *Adaptive Optical System Technologies*, D. Bonaccini and R. K. Tyson, eds., vol. 3353, pp. 508–516, SPIE proceedings, Sept. 1998.
18. M. Le Louarn, N. Hubin, and R. Foy, "Performances of natural and laser guide star adaptive optics for 8m class telescopes," in *Adaptive Optics and applications*, R. K. Tyson and R. Q. Fugate, eds., vol. 3126, pp. 8–17, SPIE Proceedings, 1997.
19. G. Rousset, "Wavefront sensing," in *Adaptive Optics for astronomy*, D. M. Alloin and J. M. Mariotti, eds., pp. 115–137, Kluwer Academic Publisher, 1994.
20. F. Chassat, "Calcul du domaine d'isoplan etisme d'un syst eme d'optique adaptative fonctionnant   travers la turbulence atmosph erique," *J. Optics (Paris)* **20**(1), pp. 13–23, 1989.
21. M. Le Louarn and M. Tallon, "3d mapping of turbulence: theory," in *Adaptive Optical Systems Technology*, P. L. Wizinowich, ed., vol. 4007, pp. 1066–1073, SPIE Proceedings, 2000.
22. P. Dierick and R. Gilmozzi, "Progress of the owl 100m telescope conceptual design," in *Telescope Structures, Enclosures, Controls, Assembly/Integration/Validation, and Commissioning*, T. A. Sebring and T. Andersen, eds., vol. 4004, pp. 290–299, SPIE Proceedings, 2000.
23. P. Dierick, B. Delabre, and L. Noethe, "Owl optical design, active optics, and error budget," in *Optical Design, Materials, Fabrication, and Maintenance*, P. Dierickx, ed., vol. 4003, pp. 203–209, 2000.
24. N. Hubin, M. Le Louarn, M. Sarazin, and A. Tokovinin, "New challenges for adaptive optics: the owl 100-m telescope," *SPIE* **4007**, 2000.
25. E. Brunetto, F. Koch, and M. Quattri, "Owl: further steps in designing the telescope and in asseigning its performances," in *Telescope Structures, Enclosures, Controls, Assembly/Integration/Validation, and Commissioning*, T. A. Sebring and T. Andersen, eds., vol. 4004, pp. 500–508, SPIE Proceedings, 2000.
26. M. Quattri, "Enclosure and infrastructure requirement for owl: possible solutions," in *Telescope Structures, Enclosures, Controls, Assembly/Integration/Validation, and Commissioning*, T. A. Sebring and T. Andersen, eds., vol. 4004, pp. 509–516, SPIE Proceedings, 2000.



Cet article a permis de faire débiter le projet de construction d'un démonstrateur MCAO dans le cadre d'un projet européen *Research and Training Network* intitulé *Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes*. Le but est d'avoir le démonstrateur sur le télescope en 2004. Les techniques de micro-miroirs n'étant pas accessibles à aussi court terme, des miroirs de type piézo-électrique doivent être utilisés. Ceci a réduit les performances du système et limité son utilisation entre les bandes J et K. Le nombre de miroir n'est pas encore fixé mais on s'oriente vers un système à 2 miroirs déformables de type bimorphes à 60 ou 90 actuateurs. Le simulateur MCAO va permettre d'étudier les performances du futur démonstrateur et d'estimer le gain en Strehl comparé aux systèmes d'OA « classiques ». Le démonstrateur ne fonctionnera qu'avec des étoiles naturelles, et l'une des premières études a été de déterminer le nombre de combinaisons de plusieurs étoiles disponible dans le ciel austral. La position des étoiles entre elles est aussi un facteur important pour une bonne correction et plusieurs géométries trouvées ont été simulées par le code analytique afin de déterminer les performances estimées qui y sont associées.

## 5.6 Conclusions

Le concept de champ de vue des systèmes multi-conjugués est particulier et j'ai essayé de définir les paramètres utilisés pour caractériser de tels systèmes. Les formules 5.3 et 5.5 permettent de déterminer les champs de vue vigneté et non-vigneté en fonction du nombre d'étoiles guides placées à une distance radiale choisie et de l'altitude des couches. Le terme de limite géométrique a également été expliqué. Le champ de vue des sous-pupille est aussi un paramètre important. Il est fixé par la position angulaire de l'étoile guide la plus lointaine.

J'ai ensuite présenté les limites fondamentales des systèmes multi-conjugués du point de vue mesure et du point de vue correction. Ces deux approches théoriques ont permis de montrer que :

- l'utilisation d'un nombre fini de miroir induit une erreur résiduelle que l'on peut exprimer sous forme d'un angle anisoplanétique résiduel qui dépend du nombre de miroirs utilisés ;
- la qualité des mesures varie avec la position des étoiles de référence : plus elles sont éloignées moins la correction est bonne sur l'ensemble du champ. Nous avons également montré que l'augmentation de la taille du champ de vue corrigé entraînait une diminution de la correction sur l'ensemble du champ.

J'ai également présenté les premières études effectuées pour la phase de conception du démonstrateur. C'est par ces études que nous avons estimé le nombre de sources de référence et de miroirs déformables nécessaires. Les systèmes multi-conjugués sont indispensables pour les télescopes extrêmement grands et le démonstrateur est donc une phase essentielle pour préparer la prochaine génération de télescope dans les longueurs d'onde du visible.

---

## Chapitre 6

### Conclusions

Le concept d'étoile laser est apparu au début des années quatre-vingt pour faire face au manque d'étoile de référence nécessaire en optique adaptative. Pour créer une étoile laser, il est nécessaire d'émettre un faisceau laser à l'aide d'un télescope émetteur. Le faisceau laser est focalisé à une certaine altitude. L'étoile peut être obtenue par l'intermédiaire de diffusion moléculaire ou par diffusion résonante d'atomes de sodium. Les atomes de sodium – regroupés dans une couche de 10 km située à 90 km en moyenne – absorbent les photons du faisceau laser et les réémettent après un temps radiatif de 10 ns en moyenne à la même longueur d'onde. Ces photons réémis forment l'étoile laser. En créant une étoile artificielle à côté de l'objet scientifique étudié dès que celui est trop faible, on peut toujours utiliser le système d'optique adaptative à plein rendement. La fraction d'objets observables dans le ciel est donc augmentée. Aucun logiciel disponible ne simulait complètement l'étoile laser et j'ai donc développé un code numérique permettant de modéliser la tache laser en trois dimensions. Ce code s'inscrivant dans un programme simulant les systèmes d'optique adaptative dans leur ensemble, j'ai utilisé le code numérique CAOS pour étudier différents problèmes associés à l'étoile laser.

En effet, l'étoile laser apporte plusieurs problèmes. Le premier cité généralement est **l'indétermination du basculement du front d'onde**. Le faisceau laser effectue un aller-retour dans l'atmosphère et son front d'onde subit le même basculement de l'atmosphère dans les deux sens. Il s'ensuit une indétermination de la pente globale du front d'onde.

Un autre problème, généralement ignoré, est **l'effet d'élongation de l'étoile laser**. La couche mésosphérique de sodium ayant une épaisseur de 10 km environ, la tache laser a une forme d'ovoïde allongé selon l'altitude. L'étoile laser a donc une certaine extension qui peut être ou ne pas être visible selon la position de l'observateur par rapport au télescope émetteur et à la direction de propagation du laser. J'ai étudié cet effet d'élongation pour le système d'optique adaptative NAOS. J'ai montré que l'effet d'élongation est perceptible sur les mesures du front d'onde lorsque le télescope émetteur est situé à plus de 5 m du télescope principal. Le principal effet de l'élongation est la perte de précision de mesure des pentes si l'on utilise un analyseur Shack-Hartmann. J'ai comparé les mesures obtenues avec une étoile laser dont le faisceau est émis depuis l'arrière

du miroir secondaire aux mesures obtenues avec un faisceau laser émis par un télescope auxiliaire situé à 5 m du centre du télescope principal. J'ai montré que les deux étoiles de référence donnaient des résultats de moins en moins corrélés avec la diminution du  $r_0$ , la variance statistique de la différence des mesures obtenues avec les deux étoiles triplant entre deux sous-pupilles opposées de l'analyseur. J'ai également indiqué que ces variations sont faibles par rapport à la valeur des mesures mêmes (en moyenne 60 fois plus petites si le télescope auxiliaire est situé à 5 m de l'axe du télescope principal et qu'il émet le faisceau laser verticalement) tant que le télescope auxiliaire n'est pas trop éloigné. Finalement, j'ai étudié l'augmentation de l'erreur de mesure en fonction de la distance du télescope émetteur et j'ai montré qu'un télescope placé à 7 m de l'axe du télescope principal introduisait une erreur cinq fois plus grande sur la sous-pupille la plus éloignée de ce télescope émetteur. J'ai simulé le système NAOS en boucle fermée en plaçant le télescope émetteur à l'arrière du miroir secondaire et sur le bord du télescope principal et ai montré qu'en boucle fermée la correction est identique pour les deux positions de l'étoile de référence avec des conditions atmosphériques moyennes ( $r_0 = 0,15$  m).

La **diffusion Rayleigh** introduit un bruit de photon qui peut être important. Les molécules de l'atmosphère diffusent les photons du faisceau laser émis. Cette diffusion crée un cône lumineux dans le ciel. J'ai étudié l'effet de la diffusion Rayleigh pour les deux systèmes d'optique adaptative NAOS et ALFA. La diffusion Rayleigh est visible lorsque le champ de vue des sous-pupilles est grand. Nous avons montré que ce phénomène n'intervenait pas dans le cas de NAOS avec  $14 \times 14$  sous-pupilles mais qu'il introduisait une augmentation de bruit de photon d'environ 5 électrons par milliseconde par pixel dans le cas du système ALFA (champ de vue par sous-pupille de  $0,75''$ ). Il est donc important de ne pas utiliser des sous-pupilles avec un champ de vue trop grand afin de ne pas être gêné par la diffusion Rayleigh.

Un autre problème propre à l'étoile laser détériore les performances des systèmes d'optique adaptative : c'est l'**effet de cône**. Les photons par les atomes de sodium sont réémis depuis la mésosphère. Leur distance étant finie, l'onde propagée est sphérique. L'onde de l'objet scientifique étant par contre plane, l'onde de l'étoile laser ne traverse par les mêmes parties des couches atmosphériques que l'onde de l'objet scientifique. En mesurant la perturbation avec l'étoile laser, une erreur systématique est introduite dans la correction du front d'onde. Cet effet devient tellement important vers les courtes longueurs d'onde qu'il rend impossible toute observation avec limite de diffraction dans le visible. Pour réduire cet effet de nombreuses méthodes ont été proposées. J'ai personnellement estimé le gain qu'apporterait l'utilisation de 4 étoiles laser, chacune étant utilisée pour corriger un quart du front d'onde mesuré sur la pupille du télescope. Cette méthode, appelée la méthode 4 EL, permet d'atteindre des rapports de Strehl de 60 % en bande J avec un système d'optique adaptative similaire à NAOS et une étoile naturelle supérieure à magnitude 14. C'est une technique intermédiaire qui ne nécessite pas de grands changements sur un système déjà existant mais qui permet d'augmenter la quantité d'objets observables avec un bon

---

rapport de Strehl.

Avec l'arrivée des projets de très grands télescopes, il est apparu nécessaire d'avoir des systèmes d'optique adaptative qui corrigent sur un champ de vue non nul. Les techniques de tomographie du ciel et de reconstruction multi-conjuguée sont devenues incontournables. L'ensemble de la communauté astrophysique extragalactique attend maintenant ces instruments et c'est dans cet esprit que de nombreux observatoires sont entrés dans la phase de conception de systèmes multi-conjugués. Nous avons effectué un travail théorique sur ces techniques multi-conjuguées afin de déterminer les performances maximales qu'elles pouvaient fournir en terme de rapport de Strehl et de champ de vue corrigé. Nous avons montré qu'avec 5 étoiles naturelles, un champ de vue de 65'' pouvait être corrigé dans le visible avec des conditions atmosphériques moyennes. Nous avons également développé un programme analytique pour étudier l'effet des différents paramètres physiques (comme le nombre d'étoile guide, le nombre de miroirs, l'altitude de conjugaison) sur les performances des systèmes multi-conjugués.

Un système démonstrateur des techniques multi-conjuguées est prévu pour début 2004. Ce prototype a pour but de démontrer la faisabilité de la technique. Il sera construit par un groupe de laboratoire regroupés au sein d'un projet européen RTN juste commencé. Alors que les systèmes d'optique adaptative « classiques » n'ont pas encore tous vu leur première lumière, les instruments d'optique adaptative de prochaine génération prennent le relais en passant de la phase d'étude théorique à la conceptualisation des systèmes.

Le point de vue instrumentaliste des systèmes d'optique adaptative est ressorti des différents chapitres. J'ai également découvert le partie observation avec un système d'optique adaptative ce qui m'a permis de mieux comprendre la nécessité d'avoir une bonne correction. Les données obtenues étant malheureusement médiocres, je n'ai pas eu de retour scientifique majeur des observations mais j'ai quand même trouvé intéressant de d'introduire la classe d'objet observés de présenter les observations en Annexe A.



---

## Annexe A

# L'optique adaptative et les étoiles jeunes

L'optique adaptative améliore la résolution angulaire accessible depuis le sol. A priori, toute observation peut bénéficier du gain apporté par l'OA, mais comme nous l'avons vu précédemment, sans étoile laser, la quantité d'objet pouvant bénéficier des systèmes d'OA diminue. Il reste alors quelques galaxies, peu d'amas globulaires (vu qu'ils sont hors du plan galactique), les étoiles et les objets du système solaire. Observer une étoile avec un système d'optique adaptative peut être intéressant :

1. si l'environnement circumstellaire proche est composé d'objets résolus,
2. pour séparer des systèmes multiples,
3. si l'étoile est résolue (étude de la photosphère par exemple),
4. etc.

Les étoiles jeunes sont des objets largement observés avec les systèmes d'optique adaptative. En utilisant un système à la haute résolution angulaire sur des étoiles jeunes on peut résoudre leur environnement circumstellaire que l'on sait complexe par des observations indirectes. Grâce à leur magnitude suffisamment forte, elles sont utilisées comme étoile de référence et la plupart sont donc facilement observables avec les systèmes d'OA.

Même si l'aspect général de l'environnement des étoiles jeunes est connu, les processus d'éjection et d'accrétion de la matière sont peu compris. L'observation directe à haute résolution angulaire est un moyen d'améliorer nos connaissances sur les différentes étapes de l'évolution à court terme de ces objets. Pour cela, on recherche les objets entourés de disques circumstellaires ou même de planètes et on essaie de contraindre la théorie à partir des observations.

Je vais maintenant présenter un stade particulier de l'évolution des étoiles pendant leur jeunesse en citant tout d'abord quelques dates importantes sur la connaissance des étoiles jeunes, sur leur classification selon leur âge et certaines propriétés physiques observées. Je continue le chapitre en présentant les grandes lignes des modèles utilisés pour contraindre les observations. Je décrirai ensuite les observations effectuées avec ADONIS et commenterai les résultats.

## A.1 Les étoiles jeunes et leurs disques

### A.1.1 Historique

En 1945, Joy introduit nouvelle classe à partir d'objets qu'il considère similaires à l'étoile T Tau par leur luminosité variable, un type spectral qu'il définit comme F5-G5 et des fortes raies d'émission<sup>1</sup> semblables à celles observées pour la chromosphère solaire. Il remarque aussi que ces objets semblent tous associés à des nébulosités. Deux années plus tard, Ambartsumian (1947) est le premier à évoquer la jeunesse de ces objets T Tauri en remarquant leur association à des zones de nébuleuses où des étoiles massives sont en formation. Il estime que la proximité des T Tauri de ces régions est telle que ce doit être des objets jeunes. La classification de Joy est utilisée jusqu'en 1962, date à laquelle Herbig (1962) rassemble les éléments découverts depuis 1945 et redéfinit les paramètres permettant de déterminer ces objets jeunes de faible masse appelés T Tauri. Ces étoiles jeunes sont alors caractérisées par leurs fortes raies d'émission, leur type spectral (ramené ensuite à K0–M5) mais aussi leur luminosité variable et leurs associations aux nuages moléculaires. La raie du lithium en absorption est aussi découverte comme une caractéristique des étoiles jeunes.

Depuis, on a également observé que les T Tauri ont des excès de continuum vers les longueurs d'onde ultraviolettes (UV) d'une part et infrarouges (IR) d'autre part. La raie  $H\alpha$  a aussi été utilisée pour la recherche systématique de T Tauri. Une distinction a été faite entre les T Tauri classiques qui ont les propriétés définies ci-dessus et les T Tauri à émission faible qui par opposition n'ont pas d'excès UV ou IR, aucune raie d'émission forte mais ont toujours la raie de lithium indiquant leur jeunesse.

Les T Tauri sont principalement associées à des nuages moléculaires (certaines associations semblent échapper à cette propriété comme TW Hydrae étudiées par Krist *et al.* (2000), les principaux étant la nébuleuse d'Orion et le complexe du Taureau, mais aussi le nuage de  $\rho$  Ophiucus et le nuage moléculaire Chameleon I. On considère que la masse des T Tauri est de l'ordre de  $0,5 - 1 M_{\odot}$  et qu'elles sont âgées d'environ un million d'années.

Après ce petit rappel historique, je vais maintenant décrire un peu plus la naissance des étoiles de masse moyenne et la place des T Tauri dans ce schéma.

### A.1.2 Naissance de l'étoile

On pense aujourd'hui que les étoiles naissent par contraction d'un nuage moléculaire, auparavant en équilibre. Une zone de surdensité apparaît en un point du nuage. La matière du nuage commence alors à tomber sur cette zone, les matériaux les plus proches étant accrétés avant les parties extérieures du nuage (Shu *et al.*, 1991a,b, présentent un modèle décrivant ces processus). Ces coeurs préstellaires ont probablement une zone centrale

---

1. Les raies les plus fortes étaient celles de l'hydrogène et du calcium.

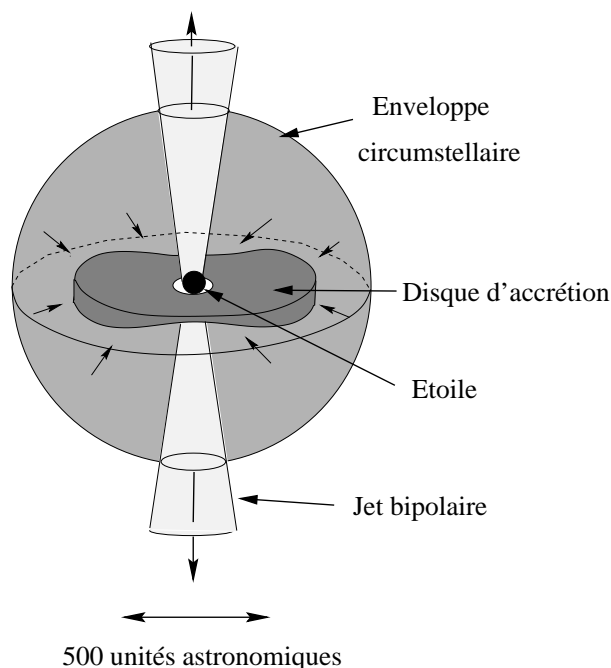
très dense et uniforme, et sont entourés d'une enveloppe dont la densité varie en  $r^{-2}$ ,  $r$  étant la distance radiale au centre. La protoétoile naît suite à l'effondrement du coeur préstellaire qui entraîne une augmentation rapide de la température et de la densité. On pense actuellement que l'évolution de ces protoétoiles peut être séparée en 4 étapes :

- La phase enfouie du coeur protostellaire est appelée Classe 0 (André, 1993). La masse de l'enveloppe est plus grosse que l'objet protostellaire. La matière de l'enveloppe tombe sur l'étoile en augmentant donc sa masse. L'objet est invisible à part dans les ondes radio.
- Puis, la masse de l'objet protostellaire devient plus importante que son enveloppe : c'est la Classe I (voir Lada, 1987, où une description des classes I à III est effectuée). On pense que l'objet a alors pratiquement atteint sa masse finale. Cependant, l'enveloppe est toujours suffisamment dense pour arrêter la lumière photosphérique. La poussière de l'enveloppe et du disque circumstellaire rediffuse la lumière de la protoétoile dans l'infrarouge. Ces objets n'ont pas encore commencé les réactions thermonucléaires. Le rayonnement provient de l'énergie libérée par la contraction de l'objet.
- Au bout d'un moment, l'enveloppe massive se disperse probablement, permettant à la lumière stellaire d'apparaître. Mais, le phénomène d'accrétion a toujours lieu et un épais disque entoure l'étoile : c'est la Classe II ou phase des T Tauri classiques (CTTS pour *Classical T Tauri Stars*). Parfois, on détecte des petits jets ionisés à cette phase. La combustion rapide du deutérium a lieu au cours d'une de ces phases de la naissance de l'étoile. L'objet appartient alors à la préséquence principale.
- Puis la quantité de matière autour de l'objet diminue fortement et l'étoile entre en phase T Tauri à faibles raies d'émission (WTTS pour *Weak emission lines T Tauri Stars*) : ce sont des objets de Classe III.

On considère que les T Tauri sont des étoiles entourées d'un disque d'accrétion, d'une enveloppe ténue et d'un jet bipolaire. On observe parfois aussi un flot moléculaire associé aux étoiles de Classe 0 et I qui pourrait venir du contact enveloppe – jet. Une partie de l'enveloppe serait ainsi éjectée par le jet. Un schéma de l'environnement d'une étoile T Tauri est indiqué à la figure A.1. Les jets et le disque sont observés sur quelques objets mais on n'a pas vraiment de preuve de l'existence de l'enveloppe. La matière est toujours accrétée par l'étoile à partir du disque en rotation. Une des théories actuelles appelée magnétoaccrétion considère que les lignes du champ magnétique dipolaire de la T Tauri transportent le flot de matière vers les pôles de l'étoile (où l'accrétion a lieu). Le majeur inconvénient de cette théorie est la nécessité d'un champ magnétique dipolaire, ce qu'aucune observation ne confirme jusqu'à présent.

Pour pouvoir déterminer les paramètres des modèles à partir d'observation, il est nécessaire de simplifier au maximum la géométrie des systèmes pour réduire le nombre de paramètres libres et donc contraindre les simulations. Un disque est donc généralement supposé symétrique par rapport à son axe de rotation.





**FIG. A.1:** Environnement d'une étoile T Tauri. A grande distance de l'étoile, l'accrétion a lieu dans le plan du disque. Un jet fin vide la zone au dessus de chaque pôle de l'étoile. L'enveloppe est plus ténue que le disque d'accrétion.

### A.1.3 Vérifications observationnelles

Les différentes parties du modèle des T Tauri sont confirmées par des observations (à part l'existence de l'enveloppe qui n'est pas vraiment prouvée). La présence de disque est directement liée à l'excès infrarouge important observé pour beaucoup d'objets T Tauri. Bertout *et al.* (1988) montrent que cet excès est imputé à l'émission du disque lui-même, cette émission étant en partie due à la libération d'énergie lors de l'accrétion dans le disque et en partie obtenue par l'éclairement du disque par l'étoile T Tauri.

La présence des jets est confirmée par l'observation de raies en émission interdite, des raies qui ne peuvent être créées que dans un milieu ténu comme à l'arrière des ondes de chocs situées dans les jets. L'asymétrie de ces raies est expliquée par la façon dont les T Tauri sont vues : le disque cache le jet le plus éloigné ce qui explique qu'on ne voit pas sa composante rouge des raies interdites.

Avec l'arrivée des grandes bases interférométriques en radioastronomie, du télescope spatial Hubble (HST) dans l'espace et des systèmes d'optique adaptative au sol, il est devenu possible d'observer directement ces disques d'accrétion. Cependant, même avec des télescopes et des instruments performants, l'observation de disques autour des T Tauris se confronte toujours à des difficultés technologiques : les étoiles T Tauris sont brillantes et la détection de disques  $10^6$  plus faibles ne facilite pas les observations. L'orientation du système T Tauri – disque par rapport à nous va agir sur la « facilité » de détection :

si l'étoile est vue depuis un de ses pôles, la différence de magnitude entre l'objet et son environnement rendent la détection difficile (il n'y a d'ailleurs qu'un seul disque observé avec une telle orientation, découvert par Krist *et al.* ). Les disques observés depuis le plan équatorial sont plus faciles à détecter mais ils doivent appartenir à des systèmes multiples (ou avoir un objet brillant proche d'eux) pour être observables par un système d'OA. De plus, ils doivent être angulairement suffisamment séparés pour ne pas se situer dans le halo de l'étoile primaire mais assez proches pour être dans le champ de vue de la caméra. Trois disques ont été observés avec des orientations par rapport à l'axe de rotation de l'étoile de plus de  $80^\circ$ , HV Tau C (Monin & Bouvier, 2000) et HK Tau B (Stapelfeldt *et al.*, 1998; Koresko, 1998) appartiennent à des systèmes multiples alors que HH 30 est une étoile seule qui a été observée avec le télescope spatial Hubble.

En 6 ans, on compte une demi-douzaine de disques circumstellaires détectés. Trois sont associés à des étoiles simples : HH 30, Burrows *et al.* (1996), DM Tau, Guilloteau & Dutrey (1998) et TW Hya, Krist *et al.* (2000). Les autres appartiennent à des systèmes binaires et ils peuvent alors être circumbinaires – GG Tau découvert par Dutrey *et al.* (1994) en millimétrie et observé en imagerie par Roddier *et al.* (1996), UY Aur (Duvert *et al.*, 1998; Close *et al.*, 1998) – ou circumstellaires comme le disque de HK Tau C détecté par une technique d'interférométrie de tavelure par Koresko (1998) et observé en OA par Stapelfeldt *et al.* (1998) et HV Tau C (Monin & Bouvier, 2000).

A partir des modèles, on estime que les rayons des disques circumstellaires sont de taille supérieure à 200 unités astronomiques pour les étoiles simples. Lorsque les objets font partie d'un système multiple, le disque paraît plus petit (rayon estimé à 100 UA pour HK Tau B et à 175 UA pour HV Tau C). L'estimation de la masse des disques donne des résultats qui varient entre  $6 \times 10^{-4} M_\odot$  et  $0,17 M_\odot$ . Je tenais à ajouter que l'ensemble de ces chiffres est extrait de Ménard & Bertout (1999); Ménard *et al.* (2000) et est sujet à évoluer en fonction de l'amélioration des modèles utilisés.

## A.2 Observations

Avec l'arrivée des systèmes d'optique adaptative sur les télescopes de 4 m et du télescope spatial Hubble, quelques groupes se sont lancés à la recherche de disques autour des étoiles jeunes de type T Tauri. On pense en effet que 50 % de ces objets sont entourés d'un disque. C'est dans ce cadre que nous avons effectué des observations au Chili avec le télescope de 3,6 m de diamètre de l'ESO à la Silla. Le but était d'observer le plus d'étoiles jeunes possible afin d'avoir la possibilité de détecter des disques. Aucune recherche systématique n'avait encore été faite dans le ciel austral et à part quelques objets observés par le HST. Les étoiles jeunes choisies proviennent principalement des nuages moléculaires du Chameleon et Lupus. La distance du nuage du Chamaleon a été longtemps un sujet à controverse. Les premières estimations donnaient une distance variant entre 115 pc et 215 pc pour Cha 1 et entre 115 pc et 400 pc pour Cha 2. Whittet *et al.* (1997) réestimèrent

les distances et trouvèrent  $160 \pm 15$  pc pour Cha 1 et  $178 \pm 15$  pc pour Cha 2. L'association du Lupus est à une distance moyenne de 140 pc d'après de Zeeuw *et al.* (1999).

En deux nuits (7-9 mars 1999), nous avons observé 10 étoiles T Tauri principalement en bande H ( $1,65 \mu\text{m}$ ) et K ( $2,2 \mu\text{m}$ ), même si certains objets ont été imagés en bande J ( $1,25 \mu\text{m}$ ).

L'idée de départ était d'observer chaque objet à la fois sur des pauses très courtes afin d'avoir le pic central de la fonction d'étalement de point non saturé et sur des pauses longues (5 minutes) pour détecter des structures dans les ailes de la fonction d'étalement de point. Cependant, la caméra SHARP ne pouvant pas être saturée par risque de détérioration irrémédiable, nous avons finalement décidé d'observer chaque objet un grand nombre de fois sur des temps variant de 0,5 à 30 secondes, la durée dépendant de la magnitude de l'objet observé. Le temps total d'intégration pour chaque objet est environ 10 min. Afin d'éliminer les problèmes de réponse différente de chaque pixel du détecteur, chaque image est observée sur 5 cadrans différents de la caméra. Le passage d'un cadran à un autre se fait toutes les minutes en moyenne. Le système mesure donc un certain nombre d'images – entre 10 et 50 – dans la même position puis se décale et mesure le même nombre d'images dans la position suivante et ainsi de suite. Des étoiles standards photométriques et astrométriques ont aussi été observées.

Parmi ces dix objets, deux sont classés *YSO* et une étoile est classée par Johns-Krull & Hatzes (1997) comme étant une *WTTS*. Le tableau A.1 regroupe l'ensemble des étoiles jeunes observées et le temps d'intégration qui leur est associé. Pour chaque objet, nous

**TAB. A.1:** *Etoiles jeunes observées et leur temps d'intégration dans les différentes bandes.*

Nom de l'objet	Temps d'intégration (s)		
	J	H	SK
Sz 19	-	750	1000
Sz 34	-	-	500
Sz 41	-	600	600
Chx 20a	-	300	300
HD 293785	-	250	100
Ux Ori	-	300	350
CT Cha	250	350	-
CS Cha	-	700	-
GQ Lup	-	500	300
Sz 68	500	750	125

avons un ensemble de 250 à 500 images courte pose à réduire et superposer.

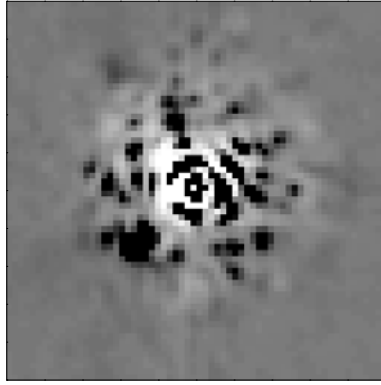
### A.3 Résultats

L'ensemble des données a été réduit en utilisant le logiciel de réduction *Eclipse* (Devillard, 1997) développé à l'ESO. Le tableau A.2 indique par ordre chronologique les étoiles jeunes et les étoiles standards observées. La largeur à mi-hauteur de l'image traitée est indiquée pour chacune des bandes d'observation.

**TAB. A.2:** Largeurs à mi-hauteur des fonctions d'étalement de point de chaque objet.

Nom de l'objet	Type de l'objet	Composante	Largeur à mi-hauteur (")		
			J	H	SK
<i>Première nuit</i>					
Sz 19	T Tauri	1 <sup>e</sup>	-	0,20	0,185
		2 <sup>nd</sup>	-	0,262	0,4
HD 95916	standard		-	-	0,205
GJ 390	YSO		0,27	0,21	0,175
Sz 34	T Tauri		-	-	0,345
Sz 41	T Tauri	1 <sup>e</sup>	-	0,285	0,21
		2 <sup>nd</sup>	-	0,27	0,19
Chx 20a	T Tauri		-	0,335	0,235
FS 24	standard		0,31	0,255	0,19
GZ Vir	standard	1 <sup>e</sup>	-	0,17	0,168
		2 <sup>nd</sup>	-	0,21	0,26
		3 <sup>e</sup>	-	0,175	0,195
<i>Deuxième nuit</i>					
HD 293785	T Tauri		-	0,245	0,2
Ux Ori	T Tauri		-	0,19	0,155
HD 60778	standard		0,26	0,165	0,163
CT Cha	T Tauri		0,315	0,19	-
CS Cha	T Tauri		-	0,24	-
IDS 11552	Standard double	1 <sup>e</sup>	-	0,183	0,153
		2 <sup>nd</sup>	-	0,192	0,163
HD 110621	Standard double	1 <sup>e</sup>	0,29	0,275	0,17
		2 <sup>nd</sup>	0,275	0,285	0,155
GQ Lup	T Tauri		-	0,222	0,162
Sz 68	T Tauri	1 <sup>e</sup>	0,215	0,2	0,155
		2 <sup>nd</sup>	0,222	0,175	0,145

Les limites de diffraction du télescope 3,6 m en J, H, K sont respectivement 0,07 ; 0,10 et 0,13 secondes d'arc. En bande K, les images ont donc des rapports de Strehl entre 15 et 30 pourcents. En bande H, selon les objets, nous avons entre 10 et 20 pourcents et quelques pourcents en bande J. Deux objets ont des largeurs à mi-hauteur larges en bande K : le

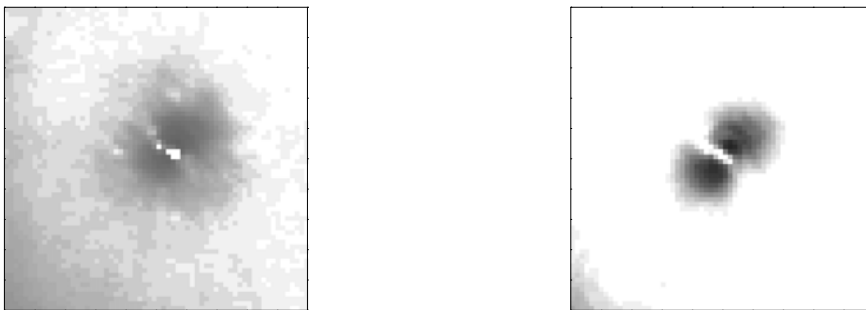


**FIG. A.2:** Exemple d'image en bande K où la fonction d'étalement de point a été soustraite. On voit qu'il reste un grand résidu.

secondaire de Sz 19 et Sz 34. Il est impossible de conclure pour Sz 34 car la qualité de la correction est très variable tout au long de l'exposition. Certaines images ont même été tout simplement négligées. L'étoile secondaire de Sz 19 peut, par contre, être un peu plus analysée.

#### *La secondaire de Sz 19*

En bande K, elle présente une largeur à mi-hauteur deux fois plus grande que la composante primaire et que la largeur à mi-hauteur de l'étoile standard observée juste après. Un problème d'alignement d'image n'est pas possible, la composante primaire étant bien ronde. On peut se demander s'il cette élongation est intrinsèque à la correction OA ou si c'est une élongation réelle. L'anisoplanétisme vient à l'esprit, cet objet étant sur le bord du champ. Cependant, aucun effet similaire n'est observé avec les autres étoile multiples et de plus, l'axe d'étirement n'est pas pointé vers l'étoile guide. Il n'a cependant aucune possibilité d'être certain que ce n'est pas l'anisoplanétisme. Il reste alors deux solutions



**FIG. A.3:** Résidu de la composante secondaire de Sz 19 en bande H (à gauche) et en bande K (à droite) après soustraction de la composante principale. Il reste une structure étendue dans les deux bandes.

au moins : cela peut être une binaire serrée ou une structure étendue. La soustraction de la fonction d'étalement de point montre une élongation résiduelle, aussi bien en bande H qu'en bande K. Un test rapide de déconvolution de la composante secondaire par l'objet

primaire donne le même type de résultat : il semblerait que le coeur ne soit pas résolu. Par contre la partie externe semble partiellement résolue dans une direction. Cet objet serait plus certainement un disque ou une structure assez étroite mais partiellement résolue dans une direction, entourant une étoile non résolue. L'étoile binaire semble peu probable. En conclusion, si cette élongation n'est pas un effet de l'OA (ce que l'on ne peut pas exclure), cet objet semble avoir une structure étendue.

#### *T Tauris binaires*

Trois des T Tauris imagées sont des étoiles appartenant à un système binaire : Sz 19, Sz 41 et Sz 68. Les composantes secondaires ont respectivement 4, 2 et 2,7 magnitudes plus faibles que les composantes primaires et sont situées à 4,5 ; 2 et 2,5 secondes d'arc de l'étoile primaire. J'ai déjà présenté plus en détail la composante secondaire de Sz 19, les deux autres étoiles T Tauris ont leur composante secondaire résolue.

## **A.4 Conclusions**

Cette étude n'a pas débouchée sur un travail scientifique approfondi mais m'a tout de même permis d'utiliser un des systèmes d'optique adaptative disponibles et d'étudier un certain type d'objet que sont les étoiles jeunes. Les T Tauris portent l'information sur la naissance des étoiles et avec l'arrivée des télescopes de 8 m comme NAOS au Chili, nous allons pouvoir plus facilement observer l'ensemble des T Tauris. La composante secondaire de Sz 19 est un exemple parfait pour illustrer la gain qu'apportera l'optique adaptative avec des télescopes de 8 – 10 m : les structures à la limite de détection avec ADONIS ou PUEO seront observés sans problème avec NAOS et les autres systèmes d'OA actuellement construits.



---

# Liste de Publications

## Publications dans des journaux à comité de lecture

- Optimized modal tomography in adaptive optics, Tokovinin A., Le Louarn M., **Viard E.**, Hubin N., Conan R., 2001, soumis à *Astronomy and Astrophysics*.
- Adaptive optics with 4 laser guide stars : cone effect correction on large telescopes, **Viard E.**, Le Louarn M. et Hubin N., 2001, soumis à *Applied Optics*.
- Limiting precision of tomographic phase estimation, Tokovinin A. et **Viard E.**, *JOSA A*, vol 18, p 873, 2001.
- Rayleigh Scattering and laser spot elongation problems at ALFA, **Viard E.**, Delplancke F., Hubin N., Ageorges N. and Davies R., *Experimental Astronomy*, vol. 10, p 123–133, 2000.
- Polarization of Evolved Stars Envelopes, Kahane C., **Viard E.**, Ménard F., Bastien P. and Manset N., *Astrophysics and Space Science*, **251**, 223-226, 1997.

## Articles de conférence

- Non-linearity effect in MCAO systems, **Viard E.**, Tordi M., Ragazzoni R., Diolati E., "Beyond Conventional Adaptive Optics", Proceedings ESO, Venise, 2001.
- Specification and optical budget for layer oriented WFS for MAD, Ragazzoni R., Esposito S., Carbillet M., Diolaiti E., Tordi M., **Viard E.**, "Beyond Conventional Adaptive Optics", Proceedings ESO, Venise, 2001.
- CAOS Simulation Package 3.0 : an IDL-based for Adaptive Optics Systems Design and Simulations, Carbillet M., Fini L., Femenía B., Riccardi A., Esposito S., **Viard E.**, Delplancke F. et Hubin N., 2001, Conférence ADASS X.
- Concept and performance of multiple laser guide stars for 8-m-class telescopes, **Viard E.**, Hubin N., Le Louarn M., Delabre B., Monnet G. J. et Tokovinin A. A., 2000, **4007**, pp 94–105, *Adaptive Optical Systems Technology*, SPIE Proceedings, Peter L. Wizinowich Eds.
- Adaptive optics with four laser guide stars : cone effect correction on large telescopes, **Viard E.**, Hubin N. et Le Louarn M., 2000, **4007**, pp 106–1114, *Adaptive Optical Systems Technology*, SPIE Proceedings, Peter L. Wizinowich Eds.
- New challenges for adaptive optics : the OWL 100-m telescope, Hubin Norbert N., Le Louarn Miska, Sarazin Marc S., Tokovinin Andrei A., **Viard Elise**, 2000, **4007**, pp 106–1114, *Adaptive Optical Systems Technology*, SPIE Proceedings, Peter L. Wizinowich Eds.



---

- LGS Na spot elongation and Rayleigh scattering effects on Shack-Hartmann wavefront sensor performances, **Viard E.**, Delplancke F., Hubin N. N. et Ageorges N., 1999, **3762**, pp 8–19, *Adaptive Optics Systems and Technology*, SPIE Proceedings, Robert K. Tyson and Robert Q. Fugate Eds.

- LA<sup>3</sup>OS<sup>2</sup> : A Software Package for Laser Guide Star Adaptive Optics Systems, Carbillet M., Delplancke F., Esposito S., Femenía B., Fini L., Riccardi A., **Viard E.**, Hubin N. et Rigaut F., 1999, **3762**, pp 379–389, *Adaptive Optics Systems and Technology*, SPIE Proceedings, Robert K. Tyson and Robert Q. Fugate Eds.

- Laser Guide Star simulations for 8-m class telescopes, Delplancke F., Carbillet M., Hubin N., Esposito S., Rigaut F., Marchetti E., Riccardi A., **Viard E.**, Ragazzoni R., Le Louarn M. et Fini, L., 1998, **3353**, pp 371–382, *Adaptive Optical System Technologies*, SPIE Proceedings, D. Bonaccini and R. K. Tyson Eds.

#### Rapports TMR

- The field, Le Louarn M., Tokovinin A., **Viard E.**, Hubin N., Tallon M., Paterson C., et Dainty C., 2000, *Deliverable document, Work Package D*.

- WPB Deliverable Report, Carbillet M., Delplancke F., Esposito S., Femenía B., Fini L., Hubin N., Le Louarn M., Riccardi A et **Viard E.**, 1999, *Deliverable document, Work Package B*.

- Operational Issues 1998, Ageorges N., Davies R., Delplancke F., Hubin N., O’Sullivan C., Redfern M. et **Viard, E.**, 1998, *Mid-Term Review document, Work Package C*.

---

# Paramètres utilisés

- $a$  : surface de l'étoile artificielle dans la couche de sodium.
- $a_1, a_2$  : paramètres permettant de définir le champ de vue non vigneté – équation 5.4.
- $a_j$  coefficients associé à chaque polynôme de Zernike tels que définis par Noll (1976) – figure 1.7.
- $\mathbf{A}$  : matrice de corrélation des mesures obtenues avec les différentes étoiles guide – équation 5.8.
- $A_0$  : amplitude du champ complexe d'une onde électromagnétique – équation 1.5.
- $A_f$  : fréquence de coupure utilisée pour le filtrage de bruit – équation 2.13.
- $A_{\text{las}}$  : amplitude du faisceau laser – équation 2.23.
- $A_\tau$  : fréquence de désexcitation d'un atome – équation 1.52.
- $b_{jk}$  : constante qui ne dépend que de la mesure des pentes – équation 1.46.
- $\mathbf{B}$  : matrice d'interaction.
- $\mathbf{B}$  : matrice de reconstruction ou de commandes – équation 1.43.
- $B_0(\vec{\xi})$  : somme des covariances  $B_h(\vec{\xi})$  pour toutes les altitudes – équation 1.13.
- $B_h(\vec{\xi})$  : covariance de l'onde en  $\vec{r}$  et  $\vec{r} + \vec{\xi}$  à une altitude  $h$  – équation 1.11.
- $B_{\vec{\alpha}}(\vec{\rho})$  : fonction de corrélation angulaire entre deux ondes électromagnétiques séparées de  $(\vec{\rho}, \vec{\alpha})$  – équation 1.21.
- $c$  : vitesse de la lumière.
- $c_i$  : commandes des actionneurs – équation 2.11
- $C$  : contraste, fonction permettant de relier la courbure de l'onde à la différence d'intensités – équation 1.36.
- $C_{aa'}$  : terme de covariance entre deux jeux de mesures  $S_a$  et  $S_{a'}$ . Utilisé à l'équation 3.2 et défini à l'équation 3.3.
- $C_b$  : matrice de covariance du bruit – page 26.
- $C_n^2$  : profil de turbulence – page 4 et équation 1.10.
- $C_s$  : densité moyenne d'atomes Na dans la couche de sodium.
- $CC(s)$  : transformée de Laplace – équation 2.13.
- $d$  : distance entre deux télescopes.
- $d_{sp}$  : diamètre de la micro-lentille.
- $d_{spot}$  : diamètre de la tache laser telle que vue depuis le sol (définie en mètres).
- $\frac{dI_1}{d\Omega}$  : intensité de la lumière diffusée par une seule particule par unité d'angle solide dans la direction  $\alpha$  qui est proche de  $180^\circ$  en rétro-diffusion – équation 2.22.

$D$  : diamètre du télescope principal.  
 $D_{px}$  : diamètre du télescope principal en pixel.  
 $D_n(|\vec{\rho}|)$  : fonction de structure de l'indice de réfraction – équation 1.3.  
 $D_\phi(\vec{\xi})$  : fonction de structure de la phase. C'est la variance de la différence de phase – équation 1.12.  
 $\mathcal{D}$  : matrice de contrôle – équation 1.48.  
 $e_K(\theta')$  : décrit la variation relative de  $\langle \epsilon_{tom}^2(\theta') \rangle$  dans le champ de vue, on pose donc  $e_K(0) = 1$  – équation 5.10.  
 $E$  : matrice des modes propres du système – page 1.48.  
 $\vec{E}$  : champ électrique.  
 $f_{sp}$  : focale de la micro-lentille – équation 1.33.  
 $f$  : focale du télescope – équation 1.36.  
 $\vec{f}$  : vecteur de fréquence – équation 5.8.  
 $F$  : moment angulaire total pour un état donné ( somme des moments angulaires nucléaires et électroniques).  
FEP : fonction d'étalement de point.  
 $F(h/H)$  : fonction composée de fonctions hyper-géométriques définie par Tyler (1994) – équation 1.67.  
FWHM : largeur à mi-hauteur – équation 1.57.  
 $F_p$  : distance du plan focal à la pupille de sortie du système dans le cas de l'analyseur pyramidique – équation 1.41.  
 $g$  : filtre optimum déterminé pour minimiser l'erreur de reconstruction – équation 5.8.  
 $g_1, g_2$  : Nombre de sous-états magnétiques de l'atome de sodium au niveau fondamental  $3S_{1/2}$  et au premier niveau excité  $3P_{3/2}$  – équation 1.52.  
 $g_{jk}$  : paramètre égal à 2, 3 ou 4 selon la position du point associé à  $\varphi_{j,k}$  dans la grille ou sur le bord de celle-ci (équation 1.45).  
 $G(\vec{f}, \vec{\theta}')$  : fonction de transfert de l'erreur résiduelle – équation 5.8.  
 $G_s$  : gain du miroir déformable (en  $\mu\text{m/V}$ ) – équation 2.11.  
 $\mathbf{G} \mathbf{G}'$  : matrices de taille  $(n_{grille}, N_{max})$ . Ces matrices contiennent la valeur des  $N_{max}$  premiers modes aux  $n_{grille}$  points (page 157).  
 $\hbar$  : constante de Planck.  
 $h(t)$  : réponse impulsionnelle du filtre temporel lorsqu'un signal impulsionnel  $x(t)$  est en entrée (page 57).  
 $H(s)$  : fonction de transfert du filtre temporel, transformée de Laplace de  $h(t)$  (page 57).  
 $H_{foc}$  : altitude de focalisation du laser. Cette valeur correspond idéalement à  $H_{Na}$ . Cependant, dans certains cas il est intéressant de considérer deux valeurs différentes afin d'étudier notamment les problèmes de défocalisation.  
 $H_{LGS}$  : altitude de l'étoile artificielle – équation 1.63.  
 $H_{Na}$  : altitude moyenne de la couche de sodium.  
 $I$  : intensité reçue.

$I_0$  : intensité par pixel de la caméra de l'analyseur pyramidique – équation 1.38.  
 $I(f_x, f_y)$  : Intensité de l'objet dans le plan de Fourier – équation 2.8.  
 $I_{int}$  : carte d'intensité dans la plan intra-focal – équation 1.36.  
 $I_{ext}$  : carte d'intensité dans le plan extra-focal – équation 1.36.  
 $I_M$  : irradiance maximale du faisceau laser dans le module LAS avant d'être émis par le télescope émetteur (page 60).  
 $I(Q_1), I(Q_2), I(Q_3), I(Q_4)$  : Intensités reçues aux points  $Q_1, Q_2, Q_3, Q_4$  des 4 cadrans qui sont associés au point  $Q$  de la pupille principale (page 23).  
 $j$  : indice d'un polynôme de Zernike. Relié au degré radial et azimuthal – équation 1.27.  
 $k$  : fréquence (égal à  $2\pi/\lambda$ ).  
 $k_*$  : rapport de la taille de l'image de l'étoile guide résolue limitée par la diffraction à la taille de la FEP limitée par la diffraction – équation 3.4.  
 $K$  : paramètre décrivant les conditions d'observation – équation 1.14.  
 $k_B$  : constante de Boltzmann.  
 $K_i, K_p, K_d$  : coefficients d'intégration, de proportionnalité et de dérivée utilisés pour définir les filtres temporels – équation 2.13.  
 $l$  : distance des plans extra-focaux au foyer – équation 1.36.  
 $l_1, l_2, l_3$  et  $l_4$  : distance parcourue par le point P dans chacun des 4 cadrans de l'analyseur pyramidique (page 23).  
 $l_x^{(1)}, l_x^{(2)}, l_y^{(1)}, l_y^{(2)}$  : longueur de l'arc de cercle parcouru par l'objet dans les cadrans de gauche, de droite, inférieur et supérieur respectivement – équation 1.38.  
 $l_0$  : échelle interne de la turbulence.  
 $L$  : taille en mètres d'un écran de phase simulé par le code CAOS.  
 $\mathcal{L}_0$  : échelle externe de la turbulence – équation 1.10.  
 $m$  : degré azimuthal d'un polynôme de Zernike – équation 1.27.  
 $M$  : nombre quantique magnétique d'un sous-niveau hyperfin d'un atome.  
 $\mathbf{M}$  : matrice de passage des mesures aux commandes (page 158).  
 $M_{Na}$  : masse d'un atome de sodium (en kg).  
 $M_p$  : facteur de grandissement de la pupille dans un analyseur pyramidique.  
 $n$  : degré radial d'un polynôme de Zernike – équation 1.27.  
 $n_{grille}$  : nombre de points utilisés pour définir un polynôme de Zernike sur une métapupille dans le code MCMC (page 157).  
 $n_i$  : indice de réfraction de l'air – équation 1.62 (noté  $n_0$  au niveau de la mer).  
 $n_{pup}^2$  : le nombre total de points d'échantillonnage sur la pupille du télescope. Paramètre utilisé dans le logiciel CAOS.  
 $n_{so}$  : nombre de sous-harmoniques utilisé pour calculer l'écran de phase – équation 2.4.  
 $n_{ph}(z)$  : nombre de photon par unité de temps et par  $m^{-2}$  émis par la sous-couche de sodium d'altitude  $z$ .  
 $N$  : nombre de pixel par sous-pupille de l'analyseur Shack-Hartmann.  
 $N_{act}$  : nombre d'actuateurs d'un miroir déformable.

---

$N_{iter}$  : nombre d'itérations utilisé pour calculer la variance des mesures statistiquement – utilisé à l'équation 3.3.

$N_{lay}$  : nombre de sous-couches de sodium définies pour calculer le profil en 3 D de la couche de sodium.

$N_{max}$  : nombre de polynômes de Zernike maximum utilisés pour déterminer la variance dans le code MCMC (page 157).

$N_0$  : nombre de molécules par unité de volume au niveau de la mer – équation 2.22.

$N_{ph}$  : Nombre de photons par temps d'intégration  $t_{int}$ , par surface de sous-pupille  $\pi/4d_{sp}^2$ .

$Nb_{ph}$  : Nombre de photons émis par seconde pour un laser continu est défini à l'équation 2.20.

$N_s$  : nombre de pixel total utilisé pour mesurer le centre de gravité d'une étoile laser. Ce paramètre est utilisé pour calculer analytiquement l'erreur liée au bruit de lecture du détecteur – équation 3.5.

$N_{sp}$  : nombre de sous-pupilles d'un système Shack-Hartmann.

$o$  : ouverture du télescope – équation 2.3.3, page 62.

$p$  : état d'un atome – équation 1.59.

$p_o$  : profondeur de champ du télescope, page 62.

$(p_i, q_i)$  : coordonnées relatives du pixel  $i$  par rapport à la référence. Utilisées pour calculer le centre de gravité d'une image dans une sous-pupille – équation 2.9.

$P$  : puissance du laser.

$P_i$  : poids du pixel  $i$  dans un sous-pupille, utilisé pour le calcul du centroïde à l'équation 2.9.

$P(s), P(\varphi), P(s | \varphi), P(\varphi | s)$  : lois de probabilité utilisées pour introduire une connaissance *à priori* dans la détermination de la matrice de reconstruction  $\mathbf{B}$  (page 26).

$r$  : rayon de l'onde sphérique ou altitude selon l'expression.

$\vec{r}$  : vecteur position.

$r_0$  : Diamètre d'une cellule de turbulence aussi appelé diamètre de Fried – équation 1.17.

$r_a$  : taille d'un actuateur – équation 2.10.

$r_i(\vec{x}, \vec{\theta})$  : fonction d'influence obtenue pour chaque miroir déformable, la projection d'une portion du front d'onde défini sur la méta-pupille la plus grande : pour une position  $\vec{x}$  dans une direction  $\vec{\theta}$  donnée – équation 5.12.

$r_{fai}$  : rayon du faisceau d'une EL à l'altitude  $h_{max}$  – équation 5.1.

$r_{LGS}$  : distance dans la couche la plus haute correspondant à l'angle de position des étoiles laser – équation 5.1.

$R$  : rayon du télescope ou de la fonction pupille.

$R_a$  : taux moyen d'absorption/émission stimulée pour un atome – équation 1.54 et 1.57.

$R_n^m(r)$  : fonction radiale utilisée dans l'expression des polynômes de Zernike – équation 1.30.

$R_p$  : rayon de l'oscillation appliquée à l'étoile sur la surface de l'analyseur pyramidique – équation 1.38.

---

$R_{cw}$  : nombre de photons rétro-diffusés dans la couche de sodium par unité de surface ‘est défini en première approximation par l’équation 1.59. Des limites inférieures et supérieures sont estimées aux équations 1.60 et 1.61.

$\mathbf{R}$  : a somme pondérée sur toutes les directions du produit matriciel d’une matrice de projection  $\mathbf{P}$  et de sa transposée – équation 5.16.

$\mathcal{R}_d$  : résolution d’un télescope sans atmosphère – équation 1.15.

$\mathcal{R}_\infty$  : résolution limitée par la turbulence – équation 1.16.

$s$  : pentes ou laplacien mesurés par l’analyseur de front d’onde (page 26).

$S$  : rapport de Strehl. Ce paramètre est aussi appelé critère de Maréchal. Il est relié aux aberrations de phase et peut être défini comme l’équation 1.32 lorsque la variance est inférieure à 2 radians<sup>2</sup>.

$S_a, S_{a'}, S_b, S_e, S_c, S_p$  : pente du front d’onde pour un objet  $a$  ou  $a'$ . Quatre types d’objets artificiels sont définis : une étoile laser ponctuelle, une étoile étendue (de rayon 0.4 arc-sec), une étoile centrée ou sur le bord. Ces paramètres sont décrits en détail au paragraphe 3.2 et utilisé à l’équation 3.2.

$S_j(\nu)$  : Profil de raie pour une distribution maxwellienne – équation 1.53.

$S_x, S_y$  : pente du front d’onde en x et en y. Utilisé notamment pour l’analyseur pyramidique – équation 1.38.

$\mathbf{S}$  : matrice de covariance des mesures obtenues par les diverses étoiles guides (page 158).

$t_{int}$  : temps d’intégration de l’analyseur Shack-Hartmann. utilisé pour déterminer le nombre de photons reçus par temps d’intégration.

$T$  : température du milieu environnant – équation 1.50.

$T_0$  : taux de transmission de l’atmosphère (équation 2.24).

$T_{sc}, T_{L1}, T_{L2}, T_{EN}$  : basculement mesuré à différents endroits dans la méthode du cigare laser (équation page 43). Cette technique a pour but de mesurer le basculement induit par l’atmosphère sans utiliser une étoile naturelle.

$\mathbf{T}$  : appelée matrice cible, c’est le produit d’une matrice de projection et de la matrice de covariance des mesures obtenues par les étoiles guide et de la source. Définie à l’équation 5.17.

$v$  : amplitude de l’oscillation d’un système pyramidique – équation 1.38.

$\vec{v}$  : vecteur vitesse.

$\bar{v}$  : vitesse moyenne – équation 1.19.

$w$  : fréquence temporelle définie par  $w = \vec{k} \cdot \vec{v}$ . Paramètre utilisé pour les systèmes SCIDAR (page 10).

$w_l$  : « waist » du faisceau laser – équation 2.19.

$W(\vec{\rho})$  : fonction pupille définie généralement comme unitaire pour  $|\vec{\rho}| < D/2$  et nulle ailleurs,  $D$  étant le diamètre de la pupille du télescope.

$W_\theta(\vec{\theta})$  : fonction de pondération utilisée pour définir les endroits dans le champ de vue multi-conjugué pour lesquels la correction est optimisée (utilisée pour déterminer la matrice  $\mathbf{R}$  à l’équation 5.16).

$(x_{sub_i}, y_{sub_i})$  : coordonnées de la sous-pupille  $i$  par rapport au centre de l'analyseur Shack-Hartmann.

$(x_{FOC_j}, y_{FOC_j})$  : coordonnées des points d'intersection de l'axe optique de la sous-pupille  $i$  avec chaque sous-couche de sodium définis à l'équation 2.28.

$x(t), y(t)$  : signaux d'entrée et de sortie du module TFL qui applique le filtrage temporel (équation 2.12).

$X(s), Y(s)$  : transformées de Laplace des signaux d'entrée et de sortie  $x(t)$  et  $y(t)$ .

$(X_j, Y_j)$  : coordonnées cartésiennes d'une sous-couche  $j$  de la couche de sodium par rapport au centre du télescope principal. Ces coordonnées sont définies à l'équation 2.27.

$z$  : altitude.

$z[i], p[i]$  : zéro et pôle  $i$  définis pour le filtrage temporel dans le module de filtrage temporel.

$Z$  : numéro atomique d'un élément donné.

$Z_j$  : polynôme de Zernike numéro  $j$  – équation 1.27.

$\alpha$  : facteur de grandissement des écrans de phase traversés par un étoile laser avant de les sommer tous ensembles (défini à l'équation 2.21).

$\vec{\alpha}$  : direction donnée.

$\beta_{F', M+1}$  : coefficient de rétrodiffusion (calculé par Morris (1994)).

$\chi(r)$  : variations de l'amplitude du champ complexe au niveau du sol – équation 1.8.

$\delta$  : variation de chemin optique à l'altitude  $z$  – équation 1.2.

$\delta_c$  : distribution de Dirac.

$\delta h$  : épaisseur d'une couche de turbulence suffisamment petite pour que les effets de la diffraction soient négligeables.

$\delta_K$  : largeur équivalente de l'atmosphère pour une certaine géométrie d'étoiles guides, si l'on utilise la méthode de filtrage optimisé pour calculer le champ de vue tomographique d'un système multi-conjugué (page 138).

$\delta w(x, y)$  : oscillation de la pyramide – équation 1.41.

$\delta x, \delta y$  : déplacement de l'image en abscisse et en ordonnée – équation 1.33. C'est le barycentre de la tache dans chaque sous-pupille du système Shack-Hartmann – équation 2.9.

$(\delta_x, \delta_y)$  : coordonnées du point P considéré pour expliquer le fonctionnement de l'analyseur pyramidique (page 23).

$\Delta H_{Na}$  : épaisseur de la couche de sodium. Lorsque l'on considère une distribution gaussienne, ce paramètre définit les valeurs minimales et maximales de la couche.

$\Delta K$  : taille du champ de vue tomographique d'un système considéré (page 138).

$\Delta n_i$  : différence d'indice de réfraction aux deux longueurs d'onde – équation 1.62.

$\Delta x$  : largeur de l'étoile artificielle dans l'analyseur Shack-Hartmann, définie par l'équation 3.1.

$\Delta \nu_D$  : la largeur Doppler de la raie de sodium est définie à l'équation 1.50.

$\Delta \theta$  : différence de basculement pour deux longueurs d'onde – équation 1.62.

$\Delta\phi_x, \Delta\phi_y$  : variation de phase en abscisse et en ordonnée – équation 1.33.

$\epsilon(\vec{r})$  : décrit les variations du champ complexe au niveau du sol, sa partie réelle représente les variations de l'amplitude du champ et la partie imaginaire les variations de phase – équations 1.8.

$\langle \epsilon_{tom}^2(\theta') \rangle$  : erreur tomographique pour un système multi-conjugué – équation 5.10.

$\epsilon(\vec{x}, \vec{\theta})$  : erreur résiduelle d'un système d'optique adaptative multi-conjugué en  $(\vec{x}, \vec{\theta})$  – équation 5.13.

$\eta$  : efficacité du laser – équation 2.24.

$\gamma$  : distance angulaire du zénith.

$\lambda$  : longueur d'onde.

$\lambda_0$  : 589 nm. Longueur d'onde correspondant à la transition d'énergie des atomes de sodium – équation 1.50.

$\nu$  : fréquence (égale à  $c/\lambda$ ).

$\mu_n^\uparrow(H_{LGS})$  : détermine le n-ième moment de turbulence se situant au dessus de l'altitude  $H_{LGS}$  (page 108).

$\omega$  : fréquence égale à  $2\pi c/\lambda$ .

$\varphi$  : vecteur de commandes des actuateurs.

$\phi_L$  : écran de phase de taille L – équation 2.1.

$\phi_h(\vec{r})$  : phase du champ complexe d'une onde électromagnétique – équation 1.5.

$\phi_0(\vec{r})$  : variations de phase du champ complexe au niveau du sol – équation 1.8.

$\Psi_h(\vec{r})$  : Phase du champ complexe à l'altitude h en utilisant l'approximation des faibles perturbations – équation 1.5. L'expression de  $\Psi_0(r)$  au niveau du sol est obtenue en utilisant la convolution de Fresnel – équation 1.7.

$\Phi_n(\vec{\xi})$  : spectre de la turbulence de Kolmogorov ou de von Kármán selon la prise en compte de l'échelle externe – équations 1.4 et 1.10.

$\Phi_\phi(\vec{\xi})$  : puissance spectrale des fluctuations de phase – équations 1.25 et 2.3.

$\Psi(\vec{\rho}, \vec{\alpha})$  : Onde électromagnétique complexe – équation 1.5.

$\vec{\rho}$  : vecteur de position.

$\sigma_a^2, \sigma_{a'}^2$  : variance des mesures de pentes obtenues par l'objet  $a$  ou  $a'$  – page 78.

$\sigma_{aa'}^2$  : variance de la différence des mesures de centroïde obtenues par les objets  $a$  et  $a'$ . les deux mesure ayant des mesures corrélées, un terme de covariance  $C_{aa'}$  est considéré dans l'équation 3.2. Ce terme est utiliser pour étudier l'effet de l'élongation d'une étoile laser sur la précision de mesure des pentes du front d'onde (chapitre 3).

$\sigma_{\text{aniso}}^2$  : erreur de correction due à l'effet d'anisoplanétisme.

$\sigma_{\text{abs}}$  : section efficace d'absorption/émission stimulée d'un atome – équation 1.55.

$\sigma_{\text{butting}}^2$  variance résiduelle due au fait que qu'un tilt différentiel soit introduit entre chaque EL (page 107).

$\sigma_{\text{cone}}^2$  : variance résiduelle due à l'effet de cône – équation 1.65.

$\sigma_d^2$  : variance du bruit de lecture en photons par pixel par trame - équation 3.5.



---

$\sigma_l^2, \sigma_t^2$  : variances des mouvements différentiels longitudinaux et transversaux obtenus en mesurant les différences de pente du front d'onde sur deux petites pupilles séparées d'une distance connue (démonstré par Sarazin & Roddier, 1990) – équation 1.24.

$\sigma_{lay}$  : épaisseur à l'intérieure de laquelle 66% de la couche de sodium est concentrée.

$\sigma_{lower}^2$  : variance résiduelle due à la contribution de l'atmosphère mal sentée par l'EL (effet de cône) calculée analytiquement par Parenti & Sasiela (1994) et discutée à la page 107.

$\sigma_{upper}^2$  : variance résiduelle due à la contribution de l'atmosphère située au-dessus de l'EL calculée analytiquement par Parenti & Sasiela (1994) et discutée à la page 107.

$\sigma_n^2$  : variance introduite par le bruit de lecture du détecteur, définie à l'équation 3.5.

$\sigma_{ph}^2$  : erreur résiduelle liée au bruit de photon définie à l'équation 3.4.

$\sigma_{tot}^2$  : variance de la différence de deux mesures non-corrélées. L'équation 3.6 n'est pas valide lorsque l'on compare les mesures obtenues par les différentes étoiles laser, celles-là étant fortement corrélées.

$\sigma(\nu)$  : section efficace de la raie  $D_2$  de l'atome de sodium en fonction de la fréquence relative à la transition  $3S_{1/2} \rightarrow 3P_{3/2}$ .

$\sigma(\phi)^2$  : variance de phase.

$\tau$  : temps de vie radiatif d'un atome.

$\tau_0$  : temps caractéristique d'évolution de l'atmosphère – équation 1.19.

$\theta$  : basculement du front d'onde – équation 1.62.

$\theta_0$  : angle d'anisoplanétisme – équation 1.22.

$\theta_{LGS}$  défini la position angulaire des étoiles laser dans un système multi-conjugué.

$\theta_{FOV}^V$  : champ de vue corrigé vigneté autour de l'objet scientifique – équation 5.3.

$\theta_{FOV}^{NV}$  : rayon correspondant au champ de vue complètement corrigé autour de l'objet scientifique – équation 5.5.

$\theta_M$  : le rayon d'un champ de vue pour lequel la variance résiduelle atteint  $1 \text{ rad}^2$  avec un système multi-conjugué à  $M$  miroirs déformables (voir l'équation 5.7).

$\vec{\theta}$  : vecteur direction.

$\Theta$  : distance du centre du champ de vue aux étoiles guides (voir l'équation 5.10).

$\mathcal{I}_i(x, y)$  : forme des fonctions d'influence des actuateurs – équation 2.10.

$\Upsilon$  : déplacement maximum accepté par un actuateur – équation 2.11.

$\varsigma$  : angle entre le plan de diffusion et la direction de polarisation de la lumière incidente – paramètre utilisé pour calculer la diffusion Rayleigh à l'équation 2.22.

---

# Liste des acronymes

ALFA : *Adaptive optics with a Laser For Astronomy*. Seul système européen d'optique adaptative fonctionnant avec une étoile laser.

APD : *Avalanche Photo-Diode* ou photo-diode à avalanche.

CAOS : *Code for Adaptive Optics Simulation*. Code développé par plusieurs instituts d'un projet de type TMR.

CCD : *Charge Coupled Device* ou détecteur à charges couplées. Ce détecteur est une matrice de détecteurs élémentaires appelés pixel. Chaque pixel émet un électron lorsqu'il reçoit un photon.

COME-ON : système prototype développé au début des années quatre-vingt-dix par l'ONERA, l'observatoire de Meudon et l'ESO. Ce système a été installé à la Silla au foyer du télescope 3,6 m de diamètre.

CVS : *Curvature Wavefront sensor* ou analyseur de courbure. Ce système mesure directement la courbure du front d'onde en soustrayant l'une à l'autre une image intra-focale et une image extra-focale.

DM : *Deformable mirror* ou miroir déformable. Miroir composé d'actuateurs ou d'une membrane permettant de changer la forme de sa surface. Système utilisé en OA.

EL : étoile laser. Etoile artificielle créée en propageant un faisceau laser jusqu'à la couche d'atomes de sodium, située dans le mésosphère terrestre.

EN : étoile naturelle.

ER : étoile de référence – comprend aussi bien les étoiles naturelles que les étoiles laser.

LBT : *Large Binocular Telescope*.

LGS : *Laser Guide Star* ou étoile laser guide. Une étoile artificielle est créée en lançant un laser et en le focalisant à une certaine altitude de l'atmosphère. Le laser diffuse des molécules ou des atomes selon l'altitude de focalisation et la longueur d'onde du laser.

LIDAR : *LIght Detection And Ranging*. Système optique équivalent au radar.

MACAO : *Multiple Application Curvature Adaptive Optics*.

MMT : *Multiple Mirror Telescope*.

NAOS : *Nasmyth Adaptive Optics System*. Système d'optique adaptative en construction pour le VLT. Il sera placé en amont d'une caméra infrarouge.

NGS : *Natural Guide Star* ou étoile guide naturelle. Tout objet du ciel suffisamment brillant est utilisable en tant qu'étoile guide (le soleil, étoile, planète, galaxie, astéroïde, etc).

---

OA : Optique Adaptative. Système permettant de mesurer les perturbations de l'atmosphère à l'aide d'une étoile guide artificielle - LGS - ou naturelle - NGS. En boucle fermée, ce système corrige des perturbations grâce à un miroir déformable.

RTN : *Research training and Network project* – projet européen du même type que les projets TMR.

Seeing : Quantification de l'état perturbé de l'atmosphère. La tache de seeing est définie par le paramètre de Fried  $r_0$ .

SHS : *Shack-Hartmann wavefront sensor* ou analyseur de type Shack-Hartmann. Système composé de sous-pupilles et généralement utilisé avec un CCD. Permet de mesurer la pente locale du front d'onde dans chaque sous-pupilles.

STF : *Structure Transfert Function* module du code CAOS calculant la fonction de structure des écrans de phase.

Tip-tilt : Modes de basculement en x et y. Ce sont les deuxième et troisième polynomes de Zernike.

TMR : *Training and Mobility of Researchers* – projet financé par la communauté européenne visant à grouper les travaux de différents laboratoires sur des sujets communs.

TNG : *Telescopio Nazionale Galileo*.

VLT : *Very Large Telescope* Ensemble de quatre télescopes de huit mètre de diamètre chacuns, placés au sommet du Cerro Paranal au Chili, au cœur du désert de l'Atacama.

---

# Liste des illustrations

1.1	Répartition de l'atmosphère terrestre - Dessin de la NASA . . . . .	2
1.2	Quel est l'effet de l'atmosphère ? Il change le front d'onde de l'étoile. . .	3
1.3	Profil de turbulence de l'atmosphère défini par Hufnagel & Stanley (1964). . .	6
1.4	Le télescope spatial Hubble – image de la NASA . . . . .	6
1.5	Simulation d'images longue pose et courte pose obtenues avec un télescope de 8 m et un $r_0$ de 15 cm à $\lambda = 500$ nm. . . . .	7
1.6	L'angle anisoplanétique . . . . .	9
1.7	Variance atmosphérique des coefficients $a_j$ de la turbulence de type Kolmogorov décomposée sur les polynômes de Zernike . . . . .	12
1.8	Aspects des premiers polynômes de Zernike. . . . .	13
1.9	Schéma d'un système d'optique adaptative. . . . .	16
1.10	FEP avec et sans correction . . . . .	16
1.11	Schéma du fonctionnement d'un analyseur de front d'onde Shack-Hartmann. . . . .	19
1.12	Agrandissement sur une sous-pupille du CCD . . . . .	20
1.13	Schéma de l'analyseur de courbure de front d'onde. . . . .	20
1.14	Schéma de l'analyseur pyramidique . . . . .	23
1.15	Fonctionnement de l'analyseur pyramidique dans le régime géométrique . . . . .	24
1.16	Schéma d'un miroir à actionneurs discrets en matériau piézo-électrique . . . . .	29
1.17	Coupe d'un miroir bimorphe . . . . .	30
1.18	Vue de l'atmosphère terrestre par la tranche . . . . .	33
1.19	La raie $D_2$ du sodium et ses 24 niveaux hyperfins . . . . .	35
1.20	Section efficace de la raie $D_2$ de l'atome de sodium . . . . .	37
1.21	Diagramme d'énergie de l'atome de sodium . . . . .	42
1.22	Croquis de l'expérience du cigare laser . . . . .	43
1.23	Effet de cône . . . . .	44
1.24	Variance résiduelle due à l'effet de cône . . . . .	46
2.1	Aspect de l'interface graphique du logiciel . . . . .	50
2.2	Fonction de structure de l'atmosphère en utilisant des écrans de Von Kármán . . . . .	53
2.3	Exemple de déformation du miroir suite au déplacement d'un actuateur. . . . .	56
2.4	Interface graphique du module de définition du laser . . . . .	59
2.5	L'environnement du télescope est précisé grâce à ce module. . . . .	60

2.6	Comparaison de l'image de l'étoile artificielle obtenue avec un télescope de 4 m de diamètre à gauche et avec un télescope de 1 m de diamètre à droite . . . . .	61
2.7	Interface graphique de la couche de sodium . . . . .	63
2.8	Image de l'étoile laser dans la couche de sodium obtenue avec un télescope auxiliaire de 0,5 m de diamètre. Le faisceau laser a une largeur à mi-hauteur de 0,25 m. . . . .	64
2.9	Forme de l'étoile laser dans la couche de sodium en fonction de la densité en atomes . . . . .	65
2.10	Géométrie du système télescope principal – télescope auxiliaire – étoile laser . . . . .	66
2.11	Changement de repère de l'étoile laser . . . . .	66
2.12	Image de l'étoile laser vue depuis une sous-pupille avant qu'elle soit convoluée par la fonction d'étalement de point. . . . .	67
2.13	Vérification du code numérique – Dépendance en longueur d'onde . . . . .	69
2.14	Vérification du code numérique – Dépendance en altitude . . . . .	69
2.15	Schématique de NAOS . . . . .	70
2.16	Plan de NAOS vu du côté de la caméra infrarouge . . . . .	71
2.17	Images de l'analyseur de front d'onde Shack-Hartmann en configuration NAOS $14 \times 14$ . . . . .	72
2.18	Le télescope 3,5 m de Calar-Alto . . . . .	73
2.19	Image du laser de ALFA. . . . .	73
2.20	Image de l'analyseur Shack-Hartmann d'ALFA . . . . .	73
3.1	La forme de la tache laser varie dans le champ durant une observation . . . . .	76
3.2	Mesures des déplacements en pixel avec les quatre types d'étoile laser . . . . .	79
3.3	Différence entre les mesures des déplacements en pixel obtenues avec une EL allongée et une ponctuelle . . . . .	79
3.4	Convergence de la méthode . . . . .	80
3.5	Effet de la qualité de l'atmosphère sur la précision des mesures . . . . .	82
3.6	Dessin d'un Shack-Hartmann et du télescope de lancer du laser . . . . .	83
3.7	Variation de l'erreur de mesures suivant l'orientation de la tache laser . . . . .	83
3.8	Effet de la distance du télescope auxiliaire sur la précision des mesures . . . . .	84
3.9	Variance de $S_{bc_x}$ de chaque sous-pupille pour une colonne de l'analyseur . . . . .	84
3.10	Variance différentielle pour une étoile hors axe en fonction du $r_0$ . . . . .	85
3.11	Image de la variance résiduelle en abscisse et en ordonnée . . . . .	86
3.12	Les coefficients des modes de Zernike en utilisant une EL sur l'axe et une EL hors axe en boucle fermée . . . . .	88
3.13	Les coefficients des modes de Zernike en utilisant une EL sur l'axe et une EL hors axe en boucle fermée . . . . .	89

3.14	Variance des coefficients des modes de Zernike en utilisant une EL sur l'axe et une EL hors axe en bouclefermée . . . . .	89
4.1	La méthode butting . . . . .	106
4.2	L'indétermination du basculement avec plusieurs étoiles laser . . . . .	107
4.3	Variation de l'erreur résiduelle en fonction de l'altitude des étoiles guide .	108
4.4	Le stitching . . . . .	109
4.5	Le merging . . . . .	109
5.1	Définition des différents angles utilisés pour décrire un système multi-conjugué . . . . .	132
5.2	Calcul du champ de vue par considérations géométriques . . . . .	133
5.3	Configuration des différents faisceaux à l'altitude de la perturbation atmosphérique la plus haute avec 3 EL. . . . .	134
5.4	Position optimale de 4 EL afin d'avoir le champ de vue corrigé le plus grand possible. . . . .	134
5.5	Configuration des différents faisceaux à l'altitude de la perturbation atmosphérique la plus haute avec 5 EL. . . . .	134
5.6	Shéma du fonctionnement du code mcmc . . . . .	156
5.7	Projections des fonctions d'influence sur la méta-pupille . . . . .	156
5.8	Variation du rapport de Strehl sur le champ de vue pour un système multi-conjugué . . . . .	160
A.1	Environnement d'une étoile T Tauri. A grande distance de l'étoile, l'accrétion a lieu dans le plan du disque. Un jet fin vide la zone au dessus de chaque pôle de l'étoile. L'enveloppe est plus ténue que le disque d'accrétion. . . .	182
A.2	Résidu de Ux Ori en bande K après soustraction de la FEP . . . . .	186
A.3	Résidu de la composante secondaire de Sz 19 en bande H (à gauche) et en bande K (à droite) après soustraction de la composante principale . . .	186



---

# Liste des tableaux

1.1	Ordre de grandeur des principaux paramètres liés à l'atmosphère pour $\lambda = 500$ nm. . . . .	10
3.1	Paramètres utilisés dans la simulation. . . . .	77
3.2	Altitudes et énergies relatives des deux couches. . . . .	77
3.3	Variance différentielle pour deux sous-pupilles extrêmes . . . . .	86
5.1	Champ de vue non-vigneté optimal en fonction du nombre d'EL . . . . .	135
5.2	Paramètres utilisés pour simuler les performances du démonstrateur multi-conjugué étudié actuellement à l'ESO . . . . .	159
A.1	Temps d'intégration et chaque étoile jeune . . . . .	184
A.2	Largeurs à mi-hauteur des fonctions d'étalement de point de chaque objet . . . . .	185





---

# Bibliographie

- Agabi A., Borgnino J., Martin F., Tokovinin A. *et al.* 1995, G.S.M : A Grating Scale Monitor for atmospheric turbulence measurements. II. First measurements of the wavefront outer scale at the O.C.A., *Astron. Astrophys. Suppl.* **109**, 557.
- Ageorges N., Davies R., Delplancke F., Hubin N. *et al.* 1998, Operational Issues, Rap. tech., Max-Planck Institut für extraterrestrische Physik, European Southern Observatory and National University of Ireland, Mid-Term Review document, Work Package C.
- Ageorges N., Delplancke F., Hubin N. et Davies R. 1999, Monitoring of Laser Guide star & light Pollution, dans M. C. Roggemann et L. R. Bissonnette (éditeurs), *Propagation and Imaging through the Atmosphere III*, vol. 3763, pp. 50–60, SPIE proceedings.
- Ageorges N. et Hubin N. 2000, Atmospheric sodium Monitor for laser guide star adaptive optics, *Astron. Astrophys. Suppl.* **144**, 533.
- Ageorges N., Redfern M., Davies R., Hubin N. *et al.* 2000, Light pollution and sodium layer statistics, Rap. tech., National University of Ireland, Max-Planck Institut für extraterrestrische Physik, European Southern Observatory, Laboratoire de Spectrométrie Physique de Grenoble, Centre de Recherche Astronomique de Lyon/Observatoire de Lyon, Instituto d’Astrofísica de Canarias, Deliverable document, Work Package C.2.
- Ambartsumian V. A. 1947, *Stellar evolution and Astrophysics*, Erevan, Acad. Sci. Armen.
- André P. 1993, Observations of protostars and protostellar stages, dans M. Th., L. Ch. J., M. I. F. et T. T. V. J. (éditeurs), *The Cold Universe*, The XXVIII<sup>e</sup> rencontres de Moriond, pp. 179–191, Editions Frontières.
- Arsenault R., Salmon D. A., Rigaut F. J., Monnet G. *et al.* 1993, Canada-France-Hawaii telescope adaptive optics instrument adaptor, dans M. A. Ealey (éditeur), *Active and Adaptive Optical Components and Systems II*, vol. 1920, pp. 364–370, SPIE proceedings.
- Avicola K., Brase J., Bissinger H., Friedman H. *et al.* 1994, Sodium laser guide star at Lawrence Livermore National Laboratory : system description and experimental results, dans *Adaptive optics in astronomy*, vol. 2201, pp. 326–341, SPIE Proceedings.
- Avila R., Vernin J. et Cuevas S. 1998, Turbulence Profiles with generalized Scidar at san Pedro Mártir Observatory and Isoplanatism Studies, *PASP* **110**, 1106.
- Avila R., Vernin J. et Masciadri E. 1997, Whole atmospheric-turbulence profiling with generalized scidar, *Appl. Opt.* **36**, 30, 7898.
- Babcock H. W. 1953, The possibility of compensating astronomical seeing, *PASP* **65**, 386, 229.
- Baharav Y., Ribak E. N. et Shamir J. 1994, Atmospheric tomography using fringe pattern in the sodium layer, *Opt. Lett.* **19**, 4, 242.
- Baharav Y. et Shamir J. 1995, Increase in the compensated field of view with a double-conjugate adaptive-optics system, *Appl. Opt.* **34**, 12, 2102.
- Barnaby D., Spillar E., Christou J. C. et Drummond J. D. 2000, Measurements of Binary Stars with the Starfire Optical Range Adaptive Optics Systems, *Astron. J.* **119**, 378.
- Bass M. 1994, *Handbook of optics*, p. 3.22, New-York : Mc Graw-Hill.
- Beckers J. M. 1988, Increasing the size of the isoplanatic patch with multiconjugate adaptive optics, dans *ESO conference on Very Large Telescopes and their instrumentation*, vol. 2, pp. 693–703.
- Beckers J. M. 1989, Detailed compensation of atmospheric seeing using multiconjugate adaptive optics, dans F. J. Roddier (éditeur), *Active Telescope Systems*, vol. 1114, p. 215, SPIE Proceedings.

- Beckers J. M. 1992, Removing perspective elongation effects in laser guide stars and their use in the ESO very large telescope, dans M.-H. Ulrich (éditeur), *Progress in telescope and Instrumentation Technologies*, pp. 505–514, ESO Conference and Workshop Proceedings.
- Beckers J. M. 1993, Adaptive optics for astronomy : principles, performance and applications, *ARA&A* **31**, 13.
- Belen'kii M. S., Karis S. J., Brown II J. M. et Fugate R. Q. 1999, Experimental validation of a technique to measure tilt from a laser guide star, *Opt. Lett.* **24**, 10, 637.
- Berkefeld T. 1999, Possibilities and Performance of Multi-conjugate Adaptive Optics, dans *American Astronomical Society Meeting*, vol. 194, p. 905.
- Bertout C., Basri G. et Bouvier J. 1988, Accretion disks around T Tauri stars, *Astrophys. J.* **330**, 350.
- Beuzit J. L., Demailly L., Gendron E., Gigan P. *et al.* 1997, Adaptive Optics on a 3.6-Meter Telescope. The ADONIS System., *Exp. Astron.* **7**, 285.
- Beuzit J.-L., Hubin N., Gendron E., Demailly L. *et al.* 1994, ADONIS : a user-friendly adaptive optics system for the ESO 3.6 m telescope, dans M. A. Ealey et F. Merkle (éditeurs), *Adaptive optics in astronomy*, vol. 2201, pp. 955–960, SPIE Proceedings.
- Bevington P. R. et Robinson D. K. 1992, *Data reduction and error analysis for the physical science*, pp. 38–52, Mc Graw-Hill.
- Bonaccini D., Le Louarn M. et Hubin N. 1996, Laser Guide Star adaptive optics performance analysis, Stc 41st meeting, ESO.
- Bonaccini D., Prieto E., Corporon P., Le Mignant D. *et al.* 1997, Performance of the ESO AO system, Adonis, at La Silla 3.6m telescope, dans R. K. Tyson et R. Q. Fugate (éditeurs), *Adaptive Optics and applications*, vol. 3126, pp. 589–594, SPIE Proceedings.
- Borgnino J. 1990, Estimation of the spatial coherence outer scale relevant to long baseline interferometry and imaging in optical astronomy, *Appl. Opt.* **29**, 1863.
- Bradley L. C. 1992, Pulse-train excitation of sodium for use as a synthetic beacon, *J. Opt. Soc. Am. A* **9**, 10, 1931.
- Burrows C. J., Stapelfeldt K. R., Watson A. M., Krist J. E. *et al.* 1996, Hubble Space Telescope Observations of the Disk and Jet of HH 30, *Astrophys. J.* **473**, 437.
- Butler D. J., Davies R. I., Fewes H., Redfern R. M. *et al.* 2000, Sodium layer monitoring at Calar Alto by LIDAR, dans P. Wizinowich (éditeur), *Adaptive Optics System technologies*, vol. 4007, pp. 358–367, SPIE Proceedings.
- Cannon R. 1995, Global wave-front reconstruction using Shack-Hartmann sensors, *J. Opt. Soc. Am. A* **12**, 9, 2031.
- Carbillet M., Delplancke F., Esposito S., Femenía B. *et al.* 1999a, WPB Deliverable Report, Rap. tech., Osservatorio Astrofisico di Arcetri, European Southern Observatory, Deliverable document, Work Package B.
- Carbillet M., Delplancke F., Esposito S., Femenía B. *et al.* 1999b, LA<sup>3</sup>OS<sup>2</sup> : A Software Package for Laser Guide Star Adaptive Optics Systems, dans R. K. Tyson et R. Q. Fugate (éditeurs), *Adaptive Optics Systems and Technology*, vol. 3762, pp. 379–389, SPIE Proceedings.
- Chassat F. 1989, Calcul du domaine d'isoplanétisme d'un système d'optique adaptative fonctionnant à travers la turbulence atmosphérique, *J. Optics (Paris)* **20**, 1, 13.
- Chassat F. 1992, *Propagation optique à travers la turbulence atmosphérique. Etude modale de l'anisoplanétisme et application à l'optique adaptative*, Thèse de doctorat, université Paris XI, Orsay.
- Christou J. et Bonaccini D. 1996, Adonis Calibration : Residual image motion with redicon WFS, Rap. tech. GEN-TRE-ESO-11620-1230, ESO.
- Christou J. C., Marchis F., Ageorges N., Bonaccini D. *et al.* 1998, Deconvolution of ADONIS images, dans D. Bonaccini et R. K. Tyson (éditeurs), *Adaptive Optical System Technologies*, vol. 3353, pp. 984–953, SPIE Proceedings.
- Clemesha B. R. 1995, Sporadic neutral layers in the mesosphere and lower thermosphere, *J. of Atmos. terr. phys.* **57**, 7, 725.

- 
- Clemesha B. R., Batista P. P. et Simonich D. M. 1988, Concerning the origin of enhanced sodium layers, *JGRL* **87**, 181.
- Close L. M., Dutrey A., Roddier F., Guilloteau S. *et al.* 1998, Adaptive Optics Imaging of the Circumbinary Disk around the T Tauri Binary UY Aurigae : Estimates of the Binary Mass and Circumbinary Dust Grain Size Distribution, *Astrophys. J.* **499**, 883.
- Davies R., Eckart A., Hackenberg W., Ott T. *et al.* 2000a, The ALFA LAsEr Guide Star : Operation and Results, *Experimental Astronomy* **10**, 1, 103.
- Davies R., Rabien S. et Foy R. 2000b, Laser Type and Configuration, Rap. tech., Max-Planck Institut für extraterrestrische Physik, Centre de Recherche Astronomique de Lyon/Observatoire de Lyon, Deliverable document, Work Package C.3.
- Davies R. I. et al. 2000, Diffraction Limited Imaging of High Redshift Galaxies with Adaptive Optics, dans *IAU Symposium*, vol. 205, pp. E136–+.
- Davies R. I., Hackenberg W., Ott T., Eckart A. *et al.* 1998a, ALFA : First Operational Experience of the MPE/MPIA Laser Guide Star System for Adaptive Optics, dans D. Bonaccini et R. K. Tyson (éditeurs), *Adaptive optical system technologies*, vol. 3353, pp. 116–124, SPIE Proceedings.
- Davies R. I., Hackenberg W., Ott T., Eckart A. *et al.* 1999, The science potential of ALFA : Adaptive optics with natural and laser guide stars, *Astron. Astrophys. Suppl.* **138**, 345.
- Davies R. I., Hackenberg W., Ott T., Eckart A. *et al.* 1998b, First Observational Results from ALFA with Natural and Laser Guide Stars, dans *ESO/OSA Topical Meeting on Astronomy with Adaptive Optics Present results and Future Programs*.
- de La Rue I. A. et Ellerbroek B. L. 1998, Multiple guide stars to improve the performance of laser guide star adaptive optical systems, dans D. Bonaccini et R. K. Tyson (éditeurs), *Adaptive Optical System Technologies*, vol. 3353, pp. 310–319, SPIE Proceedings.
- De Robertis M. M. 1994, AGNs with adaptive optics, dans R. Arsenault (éditeur), *Astronomy with the CFHT adaptive optics bonnette*, pp. 80–95, Quebec city, Canada.
- de Zeeuw P., Hoogerwerf R., de bruijne J., Brown A. *et al.* 1999, A HIPPARCOS Census of the Nearby OB Associations, *Astron. J.* **117**, 354.
- Delplancke F., Ageorges N., Hubin N. et O’Sullivan C. 1998, LGS light pollution investigation in Calar-Alto, dans *Astronomy with Adaptive Optics*, pp. 501–512.
- Delplancke F., Carbillet M., Hubin N., Esposito S. *et al.* 1998, Laser Guide Star simulations for 8-m class telescopes, dans D. Bonaccini et R. K. Tyson (éditeurs), *Adaptive Optical System Technologies*, vol. 3353, pp. 371–382, SPIE Proceedings.
- Devillard N. 1997, The eclipse software, *The Messenger* **87**.
- Dicke R. H. 1975, Phase-contrast detection of telescope seeing errors and their correction, *Astrophys. J.* **198**, 605.
- Dravins D., Lindegren L., Mezey E. et Young A. T. 1997a, Atmospheric intensity scintillation of stars. I. statistical Distributions and temporal properties., *PASP* pp. 173–207.
- Dravins D., Lindegren L., Mezey E. et Young A. T. 1997b, Atmospheric intensity scintillation of stars. II. Dependence on Optical wavelength, *PASP* **109**, 736, 725.
- Dravins D., Lindegren L., Mezey E. et Young A. T. 1998, Atmospheric intensity scintillation of stars. III. Effects for different telescope apertures, *PASP* .
- Dutrey A., Guilloteau S. et Simon M. 1994, Images of the GG Tauri rotating ring, *Astron. Astrophys.* **286**, 149.
- Duvert G., Dutrey A., Guilloteau S., Ménard F. *et al.* 1998, A search for extended disks around weak-lined T Tauri stars, *Astron. Astrophys.* **332**, 867.
- Eckart A., Hippler S., Glindemann A., Hackenberg W. *et al.* 2000, ALFA : The MPIA/MPE Laser Guide Star AO System, *Experimental Astronomy* **10**, 1.
- Ellerbroek B. L. 1992, Adaptive Optics Performance Predictions for Large Astronomical Telescopes Under Good Seeing Conditions, dans M.-H. Ulrich (éditeur), *Progress in Telescope and Instrumentation Technologies*, pp. 411+, ESO Conference and Workshop Proceedings.

- Ellerbroek B. L. 1994, First-order performance evaluation of adaptive-optics systems for atmospheric-turbulence compensation in extended-field-of-view astronomical telescopes, *J. Opt. Soc. Am. A* **11**, 783.
- Ellerbroek B. L., Pompea S. M., Robertson D. J. et Mountain C. M. 1994, Adaptive optics performance analysis for the Gemini 8-m telescope Project, dans M. A. Ealey et F. Merkle (éditeurs), *Adaptive optics in astronomy*, vol. 2201, pp. 421–436, SPIE proceedings.
- Ellerbroek B. L. et Rigaut F. 2000, Scaling Multi-conjugate adaptive optics performance estimates to extremely large telescopes, dans P. L. Wizinowich (éditeur), *Adaptive Optical Systems Technology*, vol. 4007, pp. 1088–1099, SPIE Proceedings.
- Esposito S., Feeney O. et Riccardi A. 2000a, Laboratory test of pyramid wavefront sensor, dans P. L. Wizinowich (éditeur), *Adaptive Optical Systems Technology*, vol. 4007, pp. 416–422, SPIE Proceedings.
- Esposito S., Ragazzoni R., Riccardi A., O’Sullivan C. *et al.* 2000b, Absolute tilt from a LGS : a first experiment, Rap. tech., Osservatorio Astrofisico di Arcetri, Osservatorio Astronomico di Padova, National University of Ireland and Max-Planck Institut für extraterrestrische Physik, Deliverable document, Work Package D.
- Fautrier P., Kern P., Dorn R., Rousset G. *et al.* 2000, The NAOS visible wavefront sensor, dans P. L. Wizinowich (éditeur), *Adaptive optical systems technology*, vol. 4007, pp. 396–407, SPIE proceedings.
- Feldt M., Kasper M. E., Eisenhauer F. et Hippler S. 2000, Impact of adaptive optics on star formation research, dans P. L. Wizinowich (éditeur), *Adaptive Optical Systems Technology*, vol. 4007, pp. 847–856, SPIE Proceedings.
- Fienup J. R. 1982, Phase retrieval algorithms : a comparison, *Appl. Opt.* **21**, 15, 2758.
- Fontanella J. 1985, Analyse de surface d’onde, déconvolution et optique active, *J. Optics* **16**, 6, 257.
- Foy R. 2000, Laser Guide Star advanced concepts : The cone effect, dans N. Ageorges et C. Dainty (éditeurs), *Laser Guide Star adaptive optics for astronomy*, pp. 25–57, Kluwer Academic Publisher, NATO ASI.
- Foy R., Boucher Y., Fleury B., Grynberg G. *et al.* 1992, ATLAS status report and tilt sensing using multi-colour laser reference star, dans M.-H. Ulrich (éditeur), *Progress in telescope and instrumentation technologies*, pp. 437–441, ESO Conferences and Proceedings.
- Foy R. et Labeyrie A. 1985, Feasibility of Adaptive Optics Telescope with Laser Probe, *Astron. Astrophys.* **152**, L29.
- Foy R., Migus A., Biraben F., Grynberg G. *et al.* 1995, The polychromatic artificial Sodium star : a new concept for correcting the atmospheric tilt, *Astron. Astrophys. Suppl.* **111**, 569.
- Foy R., Tallon M., Séchaud M. et Hubin N. 1989, ATLAS experiment to test the laser probe technique for wavefront measurements, dans F. J. Roddier (éditeur), *Active Telescope Systems*, vol. 1114, pp. 174–183, SPIE Proceedings.
- Foy R., Tallon M., Tallon-Bosc I., Thiebaut E. *et al.* 2000, Photometric observations of a polychromatic laser guide star, *J. Opt. Soc. Am. A* **17**, 2236.
- Fried D. L. 1966a, Limiting resolution looking down through the atmosphere, *J. Opt. Soc. Am.* **56**, 10, 1380.
- Fried D. L. 1966b, Optical resolution through a randomly inhomogeneous medium for very long and very short exposures, *J. Opt. Soc. Am.* **56**, 10, 1372.
- Fried D. L. 1977, Least square fitting of a wave-front distortion estimate to an array of phase-difference measurements, *J. Opt. Soc. Am.* **67**, 370.
- Fried D. L. 1982, Anisoplanatism in adaptive optics, *J. Opt. Soc. Am.* **72**, 1, 52.
- Fried D. L. 1994, Atmospheric turbulence optical effects : understanding the AO implications., dans D. M. Alloin et J. M. Mariotti (éditeurs), *Adaptive Optics for Astronomy*, pp. 25–57, Kluwer Academic Publisher.
- Fried D. L. 1995, Focus anisoplanatism in the limit of infinitely many artificial-guide-star reference spots, *J. Opt. Soc. Am. A* **12**, 5, 939.
- Fried D. L. et Cloud J. D. 1966, Propagation of an Infinite Plane Wave in a Randomly Inhomogeneous Medium, *J. Opt. Soc. Am.* **56**, 12, 1667.

- Friedman H. W., Foy R., Tallon M. et Migus A. 1996, First results of a polychromatic artificial sodium star for the correction of tilt, dans H. (Waimea (éditeur), *OSA Summer Topical Meetings on Adaptive Optics*.
- Fuchs A., Tallon M. et Vernin J. 1998, Focusing on a Turbulent Layer : Principle of the “Generalized SCIDAR”, *PASP* **110**, 743, 86.
- Fuchs A. et Vernin J. 1996, Final report on PARSCA 1992 and 1993 campaigns, Rap. tech. VLT-TRE-UNI-17400-0001, ESO.
- Fugate R. Q., Ellerbroek B. L., Higgins C. H., Jelonek M. P. *et al.* 1994, Two generations of laser guide star adaptive optics experiments at the Starfire Optical range, *J. Opt. Soc. Am. A* **11**, 1, 310.
- Fugate R. Q., Wopat L. M., Fried D. L., Ameer G. A. *et al.* 1991, Measurement of atmospheric wavefront distortion using scattered light from a laser guide-star, *Nature* **353**, 144.
- Fusco T., Conan J. M., Michau V., Mugnier L. M. *et al.* 1999, Efficient phase estimation for large-field-of-view adaptive optics, *Optics Letters* **24**, 1472.
- Fusco T., Conan J. M., Michau V., Mugnier L. M. *et al.* 2000, Isoplanatic angle and optimal guide star separation for multiconjugate adaptive optics, dans P. L. Wizinowich (éditeur), *Adaptive Optical Systems Technology*, vol. 4007, pp. 1044–1055, SPIE Proceedings.
- Gardner C. S. 1989, Sodium resonance fluorescence lidar applications in atmospheric science and astronomy, *Proceedings IEEE* **77**, 3, 408.
- Gavel D. T., Morris J. R. et Vernon R. G. 1994, Systematic design and analysis of laser guide star adaptive optics systems for large telescopes, *J. Opt. Soc. Am. A* **11**, 1, 914.
- Gavel D. T. et Olivier S. S. 1994, Simulation and analysis of laser guide star adaptive optics system for the eight to ten meter class telescopes, dans M. A. Ealey et F. Merkle (éditeurs), *Adaptive optics in astronomy*, vol. 3353, pp. 295–303, SPIE proceedings.
- Ge J., Jacobsen B., Angel J., McGuire P. *et al.* 1998, Simultaneous measurements of sodium column density and laser guide star brightness, dans D. Bonaccini et R. Tyson (éditeurs), *SPIE Proceedings on Adaptive Optical System Technologies*, vol. 3353, pp. 242–254.
- Gendron E., Cuby J., Rigaut F., Lena P. J. *et al.* 1991, COME-ON-PLUS PROJECT - AN UPGRADE OF THE COME-ON ADAPTIVE OPTICS PROTOTYPE SYSTEM, *SPIE* **1542**, 297.
- Gendron E. et Léna P. 1994, Astronomical adaptive optics. 1 : Modal control optimization, *Astron. Astrophys.* **291**, 1, 337.
- Guilloteau S. et Dutrey A. 1998, Physical parameters of the Keplerian protoplanetary disk of DM Tauri, *Astron. Astrophys.* **339**, 467.
- Hansen G. et von Zahn U. 1990, Sudden sodium layers in polar latitudes, *J. atmos. terr. Phys.* **52**, 585.
- Happer W., MacDonald G. J., Max C. E. et Dyson F. J. 1994, Atmospheric-turbulence compensation by resonant optical backscattering from the sodium layer in the upper atmosphere, *J. Opt. Soc. Am. A* **11**, 263.
- Hardy J., Lefebvre J. et Koliopoulos C. 1977, Real-time atmospheric compensation, *J. Opt. Soc. Am.* **67**, 3, 360.
- Herbig G. H. 1962, The properties and problems of T Tauri stars and related objects, *Advances in Astronomy and Astrophysics* **1**, 47–103, 28.
- Hippler S., Kasper M., Feldt M., Weiss R. *et al.* 2000, ALFA : Three years of experience in adaptive optics with a laser guide star, dans P. L. Wizinowich (éditeur), *Adaptive optical systems technology*, vol. 4007, pp. 41–49, SPIE proceedings.
- Hubin N. 1997, Technical specifications for the VLT Nasmyth Adaptive Optics System (NAOS), Rap. tech. VLT-SPE-ESO-11650-0877, ESO.
- Hudgin R. 1977, Wave-front compensation error due to finite corrector-element size, *J. Opt. Soc. Am.* **67**, 3, 393.
- Hufnagel R. E. et Stanley N. 1964, *J. Opt. Soc. Am.* **54**, 52.
- Jankevics A. J. et Wirth A. 1991, Wide field of view adaptive optics, dans *SPIE*, vol. 1543.
- Jeys T. H., Brailove A. A. et Mooradian A. 1989, Sum frequency generation of sodium resonance radiation, *Appl. Opt.* **28**, 2588+.

- 
- Johns-Krull C. M. et Hatzes A. P. 1997, The Classical T Tauri Star Sz 68 : Doppler imaging and evidence for magnetospheric accretion, *Astrophys. J.* **487**, 896.
- Johnston D. C. et Welsh B. M. 1991, Atmospheric turbulence sensing for a multiconjugate adaptive optics system, *SPIE* **1542**, 76.
- Johnston D. C. et Welsh B. M. 1994, Analysis of multiconjugate adaptive optics, *J. Opt. Soc. Am. A* **11**, 1, 394.
- Joy A. H. 1945, T Tauri variable stars, *Astrophys. J.* **102**, 1, 168.
- Kane T. J., Gardner C. S., Zhou Q., Mathews J. D. *et al.* 1993, Lidar, radar and airglow observations of prominent sporadic Na/sporadic-E layer event at Arecibo during AIDA-89, *J. atmos. terr. Phys.* **55**, 499.
- Kibblewhite E. 2000a, The design and performance of laser systems for generating sodium beacons, dans N. Ageorges et C. Dainty (éditeurs), *Laser Guide Star adaptive optics for astronomy*, pp. 51–66, Kluwer Academic Publisher, NATO ASI.
- Kibblewhite E. 2000b, The design and performance of laser systems for generating sodium beacons, dans N. Ageorges et C. Dainty (éditeurs), *Laser Guide Star adaptive optics for astronomy*, pp. 67–87, Kluwer Academic Publisher, NATO ASI.
- Kibblewhite E. J. et Shi F. 1998, Design and field tests of an 8-W sum-frequency laser for adaptive optics, dans D. Bonaccini et R. K. Tyson (éditeurs), *Adaptive optical system technologies*, vol. 3353, pp. 300–309, SPIE proceedings.
- Kibblewhite E. J., Vuilleumier R., Carter B., Wild W. J. *et al.* 1994, Implementation of CW and pulsed laser beacons for astronomical adaptive optics system, dans M. A. Ealey et F. Merkle (éditeurs), *Adaptive optics in astronomy*, vol. 3353, SPIE proceedings.
- Kirchhoff S. et Collis P. N. 1989, Gravity wave generation of simultaneous auroral sporadic-E layers and sudden neutral sodium layers, *J. atmos. terr. Phys.* **51**, 259.
- Klückers V. A. 1998, Results of turbulence profiling at Calar-Alto, Deliverable document, work-package e, Imperial College.
- Kolmogorov A. 1941, local Structure of turbulence in incompressible fluids with very high Reynolds number, *Dan. S.S.S.R.* **30**, 229.
- Koresko C. D. 1998, A Circumstellar Disk in a Pre-main-sequence binary Star, *Astrophys. J. Lett.* **507**, L145.
- Krist J. E., Stapelfeldt K. R., Ménard F., Padgett D. L. *et al.* 2000, WFPC2 Images of a face-on disk surroundings TW HYDRAE, *Astrophys. J.* **538**, 793.
- Labeyrie A. 1970, Attainment of diffraction limited resolution in large telescopes by Fourier analysing speckle patterns in star images, *Astron. Astrophys.* **6**, 85.
- Lada C. J. 1987, Star formation : from OB associations to protostars, dans M. Peimbert et J. Jugaku (éditeurs), *Star forming Regions*, IAU Symposium n° 115, pp. 1–17, Kluwer Academic Publishers Group.
- Lai O., Véran J., Rigaut F. J., Rouan D. *et al.* 1997, CFHT adaptive optics : first results at the telescope, dans A. L. Ardeberg (éditeur), *Optical telescopes of Today and Tomorrow*, vol. 2871, pp. 859–870, SPIE Proceedings.
- Lane R. G., Glindemann A. et Dainty J. C. 1992, Simulation of a Kolmogorov phase screen, *Waves in random media* **2**, 209.
- Le Louarn M., Foy R., Hubin N. et Tallon M. 1998, Laser Guide Star for 3.6m and 8m telescopes : performances and astrophysical implications, *MNRAS* **295**, 4, 756.
- Le Louarn M., Hubin N. et Foy R. 1997, Performances of Natural and laser guide star adaptive optics for 8m class telescopes, dans R. K. Tyson et R. Q. Fugate (éditeurs), *Adaptive Optics and applications*, vol. 3126, pp. 8–17, SPIE Proceedings.
- Le Louarn M. et Tallon M. 2000, 3D mapping of turbulence : theory, dans P. L. Wizinowich (éditeur), *Adaptive Optical Systems Technology*, vol. 4007, pp. 1066–1073, SPIE Proceedings.
- Le Louarn M., Tokovinin A., Viard E., Hubin N. *et al.* 2000, The field, Rap. tech., European Southern Observatory, Centre de Recherche Astronomique de Lyon and Imperial College, Deliverable document, Work Package D.

- 
- Lukin V. P., Kanev F. Y., Konyaev P. A. et Fortes B. V. 1995, Numerical model of the atmospheric adaptive optical system. I Laser beam propagation in the atmosphere, *Atmos. Oceanic Opt.* **8**, 3, 210.
- Madec P.-Y. 1999, *Control techniques*, chap. 6, pp. 131–154, Cambridge University Press.
- Marchetti E. et Ragazzoni R. 1997, Sky coverage with auxiliary telescope Laser Guide Star recovery technique, *Astron. Astrophys. Suppl.* **125**, 551.
- Martin F., Conan R., Tokovinin A., Ziad A. *et al.* 2000, Optical parameters relevant for High Angular Resolution at Paranal from GSM instrument and surface layer contribution, *Astron. Astrophys. Suppl.* **144**, 39.
- Martin F., Tokovinin A., Ziad A., Conan R. *et al.* 1998, First statistical data on wavefront outer scale at La Silla observatory from the GSM instrument, *Astron. Astrophys.* **336**, L49.
- Masciadri E., Vernin J. et Bougeault P. 1999, 3D mapping of optical turbulence using an atmospheric numerical model. I. A useful tool for the ground-based astronomy, *Astron. Astrophys. Suppl.* **137**, 185.
- Max C. E., Avicola K., Bissinger H. D., Brase J. M. *et al.* 1992, Development of laser guide stars and adaptive optics for large astronomical telescopes, dans M.-H. Ulrich (éditeur), *Progress in telescope and instrumentation technologies*, pp. 443–452, ESO Conferences and Proceedings.
- Max C. E., Avicola K., Brase J. M., Friedman H. W. *et al.* 1994, Design, layout and early results of a feasibility experiment for sodium layer laser guide star adaptive optics, *J. Opt. Soc. Am. A* **11**, 1, 813.
- Max C. E., Olivier S. S., Friedman H. W., An J. *et al.* 1997, Image improvement from sodium layer laser guide star adaptive optics system, *Science* **277**.
- McCartney E. 1976a, *Optics of the Atmosphere - Scattering by Molecules and Particles*, chap. 4, John Wiley & Sons (New York).
- McCartney E. 1976b, *Optics of the Atmosphere - Scattering by Molecules and Particles*, pp. 81–86, John Wiley & Sons (New York).
- Megie G. et Blamont J. E. 1977, Laser sounding of atmospheric sodium interpretation in terms of global atmospheric parameters, *Planet Space Sci.* **25**, 1093.
- Ménard F. et Bertout C. 1999, The Nature of young solar-type stars, dans C. J. Lada et N. D. Kylafis (éditeurs), *The Origin of Stars and Planetary Systems*, NATO ASI, pp. 341–375, Kluwer Acad. Scien. Proceedings.
- Ménard F., Dougados C., Duchêne G., Bouvier J. *et al.* 2000, Studying the star Formation Process with Adaptive Optics, dans P. L. Wizinowich (éditeur), *Adaptive Optical Systems Technology*, vol. 4007, pp. 816–826, SPIE Proceedings.
- Milonni P. W., Fearn H., Fugate R. Q. et Telle J. M. 1999, Theory of continuous-wave excitation of the sodium beacon, *J. Opt. Soc. Am. A* **16**, 10, 2555.
- Milonni P. W., Fugate R. Q. et Telle J. M. 1998, Analysis of measured photon returns from sodium beacons, *J. Opt. Soc. Am. A* **15**, 1, 217.
- Monin J.-L. et Bouvier J. 2000, Disks in multiple systems : direct imaging of a nearly edge-on circumstellar disk in the young triple system HV Tau, *Astron. Astrophys.* **356**, L75.
- Morris J. R. 1994, Efficient excitation of a mesospheric sodium laser guide star by intermediate duration pulses, *J. Opt. Soc. Am. A* **11**, 1, 832.
- Murphy D. V., Primmerman C. A., G. Z. B. et Barclay H. T. 1991, Experimental demonstration of atmospheric compensation using multiple synthetic beacons, *Optics Letters* **16**, 22, 1797.
- Noll R. J. 1976, Zernike polynomials and atmospheric turbulence, *J. Opt. Soc. Am.* **66**, 3, 207.
- Olivier S. S. et Gavel D. T. 1994, Tip Tilt compensation for astronomical imaging, *J. Opt. Soc. Am. A* **11**, 1, 368.
- Ott T. et Holstenberg H.-C. 1998, Aircraft Detection, Rap. tech., Max-Planck Institut für extraterrestrische Physik, Deliverable document, Work Package C.
- Parenti R. R. et Sasiela R. J. 1994, Laser guide star systems for astronomical applications, *J. Opt. Soc. Am. A* **11**, 1, 288.
- Paxman R. G. et Fienup J. R. 1988, Optical Misalignment sensing and image reconstruction using phase diversity, *J. Opt. Soc. Am. A* **5**, 6, 914.



- 
- Paxman R. G., Schulz T. J. et Fienup J. R. 1992, Joint estimation of object and aberrations by using phase diversity, *J. Opt. Soc. Am. A* **9**, 7, 1072.
- Pilkington J. D. H. 1987, Artificial guide stars for adaptive imaging, *Nature* **330**, 12, 116.
- Primmerman C. A., Murphy D. V., Page D. A., Zollars B. G. *et al.* 1991, Compensation of atmospheric optical distortion using a synthetic beacon, *Nature* **353**, 141.
- Primot J. 1989, *Application of wavefront analysis techniques to restoring of images degraded by atmospheric turbulence*, Thèse de doctorat, Paris-Sud Univ. Office National d'Etudes et de Recherches Aérospatiales, Paris (France).
- Quirrenbach A., Hackenberg W., Holstenberg H. et Wilnhammer N. 1997, The Sodium Laser Guide Star System of ALFA, dans R. K. Tyson et R. Q. Fugate (éditeurs), *Adaptive Optics & Applications*, vol. 3126, pp. 35–43, SPIE Proceedings.
- Rabaud D., Chazallet F., Rousset G., Amra C. *et al.* 2000, NAOS real-time computer for optimized closed loop and on-line performance estimation, dans P. L. Wizinowich (éditeur), *Adaptive optical systems technology*, vol. 4007, pp. 659–670, SPIE proceedings.
- Rabien S., Davies R., Ott T. et Butler D. 2000, ALFA laser guide star : Present status and future developments, dans P. L. Wizinowich (éditeur), *Adaptive optical systems technology*, vol. 4007, pp. 50–56, SPIE proceedings.
- Ragazzoni R. 1996a, Propagation delay of a laser beacon as a tool to retrieve absolute tilt measurement, *Astrophys. J.* **465**, L73.
- Ragazzoni R. 1996b, Pupil plane wavefront sensing with an oscillating prism, *J. of Mod. Opt.* **43**, 289.
- Ragazzoni R. et Esposito S. 1999, Laser guide star absolute tilt recovery using a single auxiliary telescope, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **307**, 55.
- Ragazzoni R., Esposito S. et Marchetti E. 1995, Auxiliary telescopes for the absolute tip-tilt determination of a laser guide star, *MNRAS* **276**, L76.
- Ragazzoni R., Ghedina A., Baruffolo A., Marchetti E. *et al.* 2000a, Testing the pyramid wavefront sensor on the sky, dans P. L. Wizinowich (éditeur), *Adaptive Optical Systems Technology*, vol. 4007, pp. 423–429, SPIE Proceedings.
- Ragazzoni R., Marchetti E. et Rigaut F. 1999, Modal tomography for adaptive optics, *Astron. Astrophys.* **342**, L53.
- Ragazzoni R., Marchetti E. et Valente G. 2000b, Adaptive-optics correction available for the whole sky, *Nature* **403**, 54.
- Rigaut F., Arenault R., Kerr J., Salmon D. *et al.* 1994, The Canada-France-Hawaii adaptive optics bonnette II : simulations and control, dans M. A. Ealey et F. Merkle (éditeurs), *Adaptive optics in astronomy*, vol. 2201, pp. 149–160, SPIE proceedings.
- Rigaut F., Cuby J. G., Caes M., Monin J. L. *et al.* 1992, Visible and infrared wavefront sensing for astronomical adaptive optics, *Astron. Astrophys.* **259**, L57.
- Rigaut F., Ellerbroek B. L. et Northcott M. J. 1997, Comparison of curvature-based and Shack-Hartmann-based adaptive optics for the Gemini telescope, *Appl. Opt.* **36**, 13, 2856.
- Rigaut F. et Gendron E. 1992, Laser guide star in adaptive optics : the tilt determination problem, *Astron. Astrophys.* **261**, 677.
- Rigaut F., Kern P., Lena P., Rousset G. *et al.* 1991, Adaptive optics on a 3.6-m telescope - Results and performance, *Astron. Astrophys.* **250**, 280.
- Rigaut F., Salmon D., Arsenault R., Thomas J. *et al.* 1998, Performance of the Canada-France-Hawaii Telescope Adaptive Optics Bonnette, *PASP* **110**, 152.
- Rigaut F., Véran J. et Lai O. 1998, An analytical model for Shack-Hartmann-based adaptive optics systems, dans D. Bonaccini et R. K. Tyson (éditeurs), *Adaptive Optical System Technologies*, vol. 3353, pp. 1038–1048, SPIE Proceedings.
- Rigaut F. J., Arsenault R., Kerr J. M., Salmon D. A. *et al.* 1994, Canada-France-Hawaii Telescope adaptive optics bonnette II : simulations and control, dans M. A. Ealey et F. Merkle (éditeurs), *Adaptive optics in astronomy*, vol. 2201, pp. 149–160, SPIE proceedings.

- Rigaut F. J., Ellerbroek B. L. et Flicker R. 2000, Principles, limitations, and performance of multiconjugate adaptive optics, dans *Adaptive Optical Systems Technology*, vol. 4007, pp. 1022–1031, SPIE Proceedings.
- Rocca A., Roddier F. et Vernin J. 1974, Detection of atmospheric turbulent layers by spatiotemporal and spatioangular correlation measurements of stellar-light scintillation, *J. Opt. Soc. Am.* **64**, 7, 1000.
- Roddier C. et Roddier F. 1976, On the fringe visibility in a Michelson stellar interferometer, *J. Opt. Soc. Am.* **66**, 6, 580.
- Roddier C., Roddier F., Northcott M. J., Graves J. E. *et al.* 1996, Adaptive Optics Imaging of GG Tauri : Optical Detection of the Circumbinary Ring, *Astrophys. J.* **463**, 326.
- Roddier F. 1981, *The effects of atmospheric turbulence in optical astronomy*, vol. 19, North Holland.
- Roddier F. 1988, Curvature sensing and compensation : a new concept in adaptive optics, *Appl. Opt.* **27**, 1223.
- Roddier F. 1999, *Adaptive Optics in Astronomy*, Cambridge University Press.
- Roddier F., Graves J. E., McKenna D. et Northcott M. 1991, The university of Hawaii adaptive optics system. I. General approach, dans M. A. Ealey (éditeur), *Active and adaptive optical systems*, vol. 1542, pp. 248–253, SPIE Proceedings.
- Roddier F. et Léna P. 1984, Long-baseline michelson interferometry with large ground-based telescopes operating at optical wavelengths-I, *J. Optics* **15**, 4, 171.
- Roddier F. et Roddier C. 1991, Wavefront reconstruction using iterative Fourier transforms, *Appl. Opt.* **30**, 11, 1325.
- Roddier N. 1990, Atmospheric wavefront simulation using Zernike polynomials, *Opt. Eng.* **29**, 10, 1174.
- Rousset G. 1994, Wavefront sensing, dans D. M. Alloin et J. M. Mariotti (éditeurs), *Adaptive Optics for astronomy*, pp. 115–137, Kluwer Academic Publisher.
- Rousset G., Beuzit J.-L., Hubin N., Gendron E. *et al.* 1994, Performance and results of the COME-ON+ adaptive optics system at the ESO 3.6-meter telescope, dans M. A. Ealey et F. Merkle (éditeurs), *Adaptive optics in astronomy*, vol. 2201, pp. 1088–1098, SPIE proceedings.
- Rousset G., Fontanella J. C., Kern P., Gigan P. *et al.* 1990, First diffraction-limited astronomical images with adaptive optics, *aap* **230**, L29.
- Rousset G., Lacombe F., Puget P., Gendron E. *et al.* 2000, Status of the VLT Nasmyth Adaptive Optics System (NAOS), dans P. L. Wizinowich (éditeur), *Adaptive optical systems technology*, vol. 4007, pp. 72–81, SPIE proceedings.
- Rousset G., Primot J. et Fontanella J.-C. 1987, Visible wavefront sensor development, Rap. tech. Lest foundation, Technical Report n° 28, University of Oslo.
- Sarazin M. 1996, Site atmospheric characterization, dans M. Cullum (éditeur), *OSA/ESO topical meeting on adaptive optics*, pp. 439–444, ESO Proceedings.
- Sarazin M. et Roddier F. 1990, the ESO differential image motion monitor, *Astron. Astrophys.* pp. 294–300.
- Sasiela R. J. 1994, *Electromagnetic wave propagation in turbulence*, Springer-Verlag, 1<sup>re</sup> édn.
- Schoeck M., Foy R., Pique J. P. et Peillet O. 2000, PASS-2 : quantitative measurements of polychromatic laser guide star, dans P. L. Wizinowich (éditeur), *Adaptive Optical Systems Technology*, vol. 4007, pp. 296–307, SPIE Proceedings.
- Schoeck M., Foy R., Pique J. P., Tallon M. *et al.* 1999, PASS-2 : photometry of the polychromatic laser guide star, dans R. K. Tyson et R. Q. Fugate (éditeurs), *Adaptive Optics Systems and Technology*, vol. 3762, p. 321, SPIE Proceedings.
- Séchaud M., Rousset G., Michau V., Fontanella J.-C. *et al.* 1992, Wavefront sensing in imaging through the atmosphere : a detector strategy, dans M. A. Ealey (éditeur), *Active and Adaptive Optical Systems*, vol. 1543, pp. 479–490, SPIE Proceedings.
- Self S. A. 1983, Focusing of spherical gaussian Beams, *Appl. Opt.* **22**, 5, 658.
- Shu F. H., Ruden S. P., Lada C. J. et Lizano S. 1991a, Star Formation and the nature of bipolar outflows, *Astrophys. J. Lett.* **370**, L31.
- Shu F. H., Ruden S. P., Lada C. L. et Lizano S. 1991b, Star formation and the nature of bipolar outflows, *Astrophys. J. Lett.* **370**, L31.

- 
- Siegman A. 1971, *An introduction to Lasers and Masers*, McGraw-Hill (New York).
- Southwell W. H. 1980, Wave-front estimation from wave-front slope measurements, *J. Opt. Soc. Am. A* **70**, 8, 998.
- Stapelfeldt K. R., Krist J. E., Ménard F., Bouvier J. *et al.* 1998, An Edge-On Circumstellar Disk in the Young Binary System HK Tauri, *Astrophys. J.* **502**, L65.
- Tallon M. 1989, *Contribution à l'imagerie à haute résolution angulaire : analyse de surface d'onde, source laser de référence, optique adaptative*, Thèse de doctorat, Université de Nice.
- Tallon M. et Foy R. 1990, Adaptive telescope with laser probe - Isoplanatism and cone effect, *Astron. Astrophys.* **235**, 1-2, 549.
- Tallon M., Foy R. et Vernin J. 1992, 3-D wavefront sensing and multiconjugate adaptive optics, dans M.-H. Ulrich (éditeur), *Progress in telescope and instrumentation technologies*, ESO, ESO.
- Thompson A. M. et Craig I. J. D. 1992, Automatic strategies for astrophysical inverse problems, *Astron. Astrophys.* **262**, 359.
- Thompson L. A. et Gardner C. S. 1987, Laser Guide Star experiments at Mauna Kea observatory for adaptive imaging in astronomy, *Nature* **328**, 229.
- Tokovinin A., Le Louarn M. et Sarazin M. 2000, Isoplanatism in multi-conjugate adaptive optics system, *J. Opt. Soc. Am. A* **17**, 10, 1819.
- Tyler G. A. 1994, Rapid evaluation of  $d_0$  : the effective diameter of a laser guide star adaptive optics system, *J. Opt. Soc. Am. A* **11**, 1, 325.
- van de Hulst H. 1981, *Light scattering by small particles*, p. 65, Dover Publications (New York).
- Vernin J. et Muñoz-Tuñón 1995, Measuring Astronomical Seeing : The DA/IAC DIMM, *PASP* **107**, 265.
- Vernin J. et Roddier F. 1973, Experimental determination of two-dimensional spatiotemporal power spectra of stellar light scintillation. Evidence for a multilayer structure of the air turbulence in the upper troposphere, *J. Opt. Soc. Am.* **63**, 3, 270.
- von Karman T. et Howarth L. 1931, *Proc. Roy. Soc. London, A* **164**, 152.
- von Zahn U. et Murat E. 1990,  $\text{NaHCO}_3$  : A source of Na atoms for sudden sodium layers, *JGRL* **17**, 147.
- Whiteley M. R., Welsh B. M. et Roggemann M. C. 1998, Incorporating high-order modal measurements in tilt estimation : natural and laser guide star applications, *Appl. Opt.* **37**, 36, 8287.
- Whittet D., Prusti T., Franco G., Gerakines P. A. *et al.* 1997, On the distance to the Chamaeleon I and II associations, *Astron. Astrophys.* **327**, 1194.
- Wizinowich P. L., Simons D. A., Takami H., Veillet C. *et al.* 1998, Coordination and use of laser beacons for adaptive optics on Mauna Kea, dans D. Bonaccini et R. K. Tyson (éditeurs), *Adaptive Optical System Technologies*, vol. 3353, pp. 290–299, SPIE Proceedings.
- Young A. 1970, Aperture Filtering and saturation of Scintillation, *J. Opt. Soc. Am. A* **60**, 248.
- Young A. 1974, Seeing : its cause and cure, *Astron. J.* **189**, 587.
- Yura H. T. 1973, Short-term average optical-beam spread in a turbulent medium, *J. Opt. Soc. Am. A* **63**, 5, 567.

## Résumé :

L'optique adaptative est un outil essentiel pour la génération des télescopes de dix mètres et sera incontournable avec les télescopes extrêmement grands (de l'ordre de 100 m de diamètre). Le manque d'étoile guide naturelle nécessaire au fonctionnement de tels systèmes a très vite poussé les scientifiques à recourir à l'utilisation de laser pour produire des étoiles guide artificielles. J'ai participé au développement d'un code numérique simulant différents systèmes d'optique adaptative avec ou sans étoile laser (CAOS). Je me suis plus particulièrement attachée à modéliser la propagation du faisceau laser et l'étoile laser elle-même. J'ai abordé les problèmes d'élongation de l'étoile artificielle et de la diffusion Rayleigh et j'ai montré l'importance de la position du télescope auxiliaire. Par ailleurs, j'ai étudié une technique à plusieurs étoiles laser (méthode 4 EL). J'ai notamment montré que la diminution de l'effet de cône est contre-balançée par la quantité de photons nécessaires pour une bonne mesure des modes de bas ordres. La correction en terme de rapport de Strehl est comparée aux performances obtenues avec une étoile laser et je montre que la méthode 4 EL réalise un compromis intéressant entre optique adaptative classique et méthodes multi-conjuguées. J'étudie enfin certaines limites de la tomographie par une méthode analytique et détermine l'erreur minimale de reconstruction de la phase pour une largeur équivalente de la turbulence atmosphérique donnée.

**Mots de clé :** optique adaptative, étoile artificielle, étoile laser, laser, tomographie, méthode multi-conjuguée.

## Summary :

Adaptive optics is one of the essential tools for the 10 meters class telescopes and will be unavoidable with 100 meters telescopes. The lack of natural guide star needed to operate adaptive optic systems has forced scientists to resort to artificial guide stars produced by laser beams. I took part in the development of a software for simulation of adaptive optics systems either with or without laser guide stars (named CAOS). I especially took care of the laser beam propagation and the artificial guide star modeling. I consider the spot elongation effect and the Rayleigh scattering and show the importance of the position of the auxiliary launch telescope. I also study a new method using four artificial guide stars (4 LGS method). I demonstrate that the reduction of the cone effect is limited by the increasing number of photons needed to determine the low order modes. The Strehl ratio is compared to the one obtained with one artificial guide star and we conclude that the 4 LGS method provides an interesting compromise between classical and multi-conjugate adaptive optics. Finally, I investigate some of the theoretical limits of tomography and derive the minimal error on the phase reconstruction for a given atmospheric layer equivalent width.